

ÜNİVERSİTE SINAVLARINA HAZIRLIK

# AYT



KONU ÖZETLERİ

HIZ KAZANDIRAN TEKNİKLER

YENİ NESİL ÖZGÜN SORULAR

PRATİK BİLGİLER

MEB

ÖĞRETİM PROGRAMI VE  
ÖSYM SORU TARZINA GÖRE  
HAZIRLANMIŞTIR

TAMAMI ÇÖZÜMLÜ

# MATEMATİK

## SORU BANKASI

**LİMİT ve SÜREKLİLİK**

**TÜREV - İNTEGRAL**

Kerem KÖKER • İsa ULUDAĞ



VIDEO  
ÇÖZÜMLÜ



AKILLI TAHTAYA  
UYUMLU



SORU ÇÖZÜMLERİ İÇİN  
QR KODU OKUTUNUZ



PEGEM YAYINLARI

MATEMATİK TAMAMI ÇÖZÜMLÜ SORU BANKASI - LİMİT VE SÜREKLİLİK - TÜREV - İNTEGRAL

KEREM KÖKER - İSA ULUDAĞ

ISBN 978-0-2021-7061-9

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. A.Ş.'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayinevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayinevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

**3. Baskı:** Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balın  
Dizgi-Grafik Tasarım: Gamze Şahin Oral  
Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

**Baskı:** Vadi Grup Basım A.Ş.  
Saray Mah. 126. Cad. No: 20/A  
Kazan/ANKARA  
Tel: (0312) 394 55 91

Yayıncı Sertifika No: 36306  
Matbaa Sertifika No: 49180

İLETİŞİM



Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad. No: 141/33, Yenimahalle/Ankara



Yayınevi: 0312 430 67 50 - 430 67 51

Dağıtım: 0312 434 54 24 - 434 54 08

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60



[www.pegem.net](http://www.pegem.net)



[pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net)



0538 594 92 40



[pegemakademi](https://www.instagram.com/pegemakademi)

Değerli Öğrenciler,

Bu kitap Yükseköğretim Kurumları Sınavı (YKS) Matematik kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinmeniz ve farklı soru çeşitleri ile sınava hazırlık sürecinize rehberlik etmek için hazırlanmıştır. Kitabımız, her soru için anlaşılır bir dilde hazırlanmış çözümlü anlatım ve açıklamalar içermektedir. Çalışmalarınız süresince QR kod ile erişebileceğiniz soru çözümlerinden yararlanmanız, konulara dair bilgilerinizi pekiştirmenizi ve konuları tüm ayrıntıları ile öğrenmiş olmanızı sağlayacaktır.


Soruların çeşitliliği tercih edilirken en çok zorlandığınız soru tipleri, ÖSYM'nin şimdiye kadar hazırladığı sınavlarda çıkmış ve bundan sonra hazırlayacağı sınavlarda da çıkabilecek soru tipleri referans alınmış ayrıca konuyu pekiştirmenize yardımcı olacak düzeyde hemen hemen tüm soru tiplerine değinilmiştir.


Yoğun bir araştırma ve çalışma süreci ile hazırlanmış olan bu kitapla ilgili görüş ve önerilerinizi bizimle [pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net) e-posta adresimizden veya [0 538 594 92 40](tel:05385949240) WhatsApp hattımız aracılığı ile paylaşabilirsiniz.

Pegem Yayınları AYT Matematik Soru Bankası'nın hazırlanmasında yardım, destek ve katkısını esirgemeyen Özgür Özdemir, Yağmur Özdemir, Salih Özler, Volkan Saçmalioğlu, Nalan Karaçor ve Fatih Kaplan'a teşekkürü bir borç biliriz. Pegem yayınlarının tecrübeli ve kendi alanlarında uzman öğretmenleri tarafından hazırlanan bu Matematik kitabının üniversite sınavına hazırlanma sürecinizde sizlere yardımcı olmasını ve kendinize olan inancınızı desteklemesini ümit ediyoruz.

 PEGEM YAYINLARI

Karekod okutmak için tavsiye edilen uygulamalar

QR Droid 

Grafter 



Matematik sorularının çözüm videolarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

<i>Limit ve Süreklilik</i> .....	1
<i>Türev ve Uygulamaları</i> .....	31
<i>İntegral</i> .....	88
<i>Cevap Anahtarı</i> .....	131



---

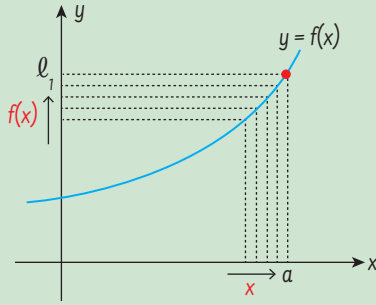
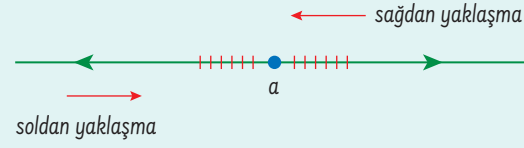
# LİMİT VE SÜREKLİLİK



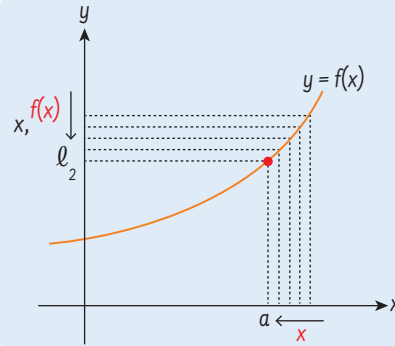
---

## Yaklaşma Kavramı

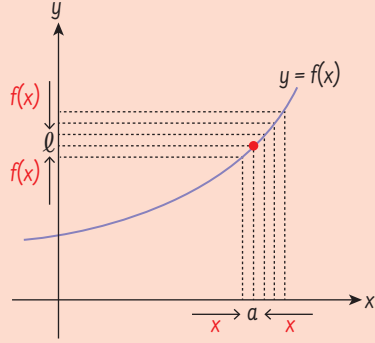
- ✓  $x$  bağımsız değişkeni  $a$  gerçekte sayısına  $a$ 'dan küçük değerlerle artarak yaklaşıyorsa bu yaklaşma çeşidine **soldan yaklaşma** denir ve  $x \rightarrow a^-$  şeklinde gösterilir.
- ✓  $x$  bağımsız değişkeni  $a$  gerçekte sayısına  $a$ 'dan büyük değerlerle azalarak yaklaşıyorsa bu yaklaşma çeşidine **sağdan yaklaşma** denir ve  $x \rightarrow a^+$  şeklinde gösterilir.



Yanda verilen  $f(x)$  fonksiyonunun grafiğinde  $x$ ,  $a$ 'ya soldan yaklaşırken  $f(x)$  de  $l_1$  gerçekte sayısına yaklaştığından  $l_1$  sayısına  $f(x)$ 'in **soldan limiti** denir ve  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = l_1$  şeklinde gösterilir.

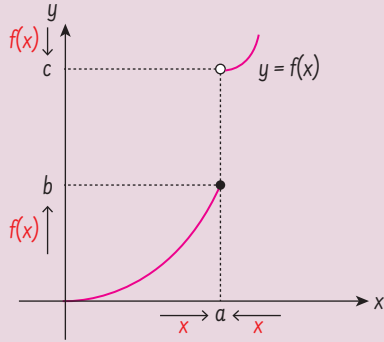


Yanda verilen  $f(x)$  fonksiyonunun grafiğinde  $a$ 'ya sağdan yaklaşırken  $f(x)$  de  $l_2$  gerçekte sayısına yaklaştığından  $l_2$  sayısına  $f(x)$ 'in **sağdan limiti** denir ve  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = l_2$  şeklinde gösterilir.



Yanda verilen  $f(x)$  fonksiyonunun soldan ve sağdan limitleri birbirine eşit olduğundan " $f(x)$ 'in limiti vardır." denir ve  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \ell$  olmak üzere  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$  şeklinde gösterilir.

Herhangi bir fonksiyonun bir noktada limiti varsa bu limit **tektir**.



Grafiği verilen  $f(x)$  fonksiyonunun  $x = a$  noktasındaki soldan ve sağdan limitleri farklı olduğundan bu noktada limiti yoktur.

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$ ,  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c$  olup  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  olduğundan  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  limiti yoktur.

Bir fonksiyonun bir noktada limitinin var olması için fonksiyonun o noktada tanımlı olması zorunlu değildir.

**Limitin Özellikleri**

Sabit fonksiyonların limiti kendisine eşittir.

$c \in \mathbb{R}$  olmak üzere,  $\lim_{x \rightarrow a} c = c$  'dir.

Polinom fonksiyonların limiti fonksiyonun görüntüsüne eşittir.

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$  'dir.

$f(x)$  ve  $g(x)$   $x = a$  noktasında limitleri olan iki fonksiyon olsun.

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}, \quad \left( \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0 \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x), \quad (c \in \mathbb{R})$$

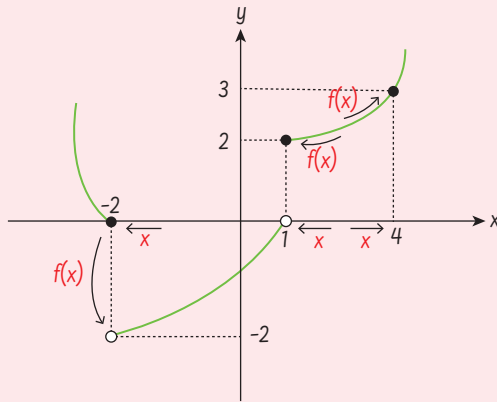
$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[ \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n, \quad (n \in \mathbb{Z}^+)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right|$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0 \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} \text{ olur.}$$

$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)}$  ifadesinde  $n$  çift ise limitin olması için

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0$  olmalıdır.

**Örnek**

$f(x)$  fonksiyonunun grafiğine göre,

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \text{ toplamını bulalım.}$$

$x, -2$ 'ye sağdan yaklaşırken  $f(x)$  de  $-2$ 'ye yaklaşmaktadır.

$x, 1$ 'e sağdan yaklaşırken  $f(x)$  de  $2$ 'ye yaklaşmaktadır.

$x, 4$ 'e soldan yaklaşırken  $f(x)$  de  $3$ 'e yaklaşmaktadır.

Toplamları:  $(-2) + (2) + (3) = 3$  bulunur.



## Örnek

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x > 3 \\ 2x + 5, & x < 3 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyonun  $x = 3$  noktasında limitinin olması için  $a$  kaç olmalıdır?

$x = 3$  noktasında  $f(x)$ 'in sağ ve sol limitlerinin eşit olması gerekir.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} x^2 + a = \lim_{x \rightarrow 3^-} 2x + 5 \text{ olmalıdır.}$$

$$9 + a = 6 + 5 \Rightarrow 9 + a = 11 \Rightarrow a = 2 \text{ bulunur.}$$

Parçalı fonksiyonun kritik noktada limitinin olması için sağ ve sol limitler eşit olmalıdır.

Mutlak değerli ifadelerin limiti alınırken önce mutlak değer in işareti belirlenir sonra limit alınır.

## Örnek

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|4 - x^2|}{2 - x}$$

limitinin değerini bulalım.

Mutlak değer in işareti belirlendikten sonra limit alınır.  $x$ , 2'ye soldan yaklaşırken  $4 - x^2$  nin değeri pozitif olur. O hâlde

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4 - x^2}{2 - x} &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(2 - x) \cdot (2 + x)}{2 - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} 2 + x \\ &= 2 + 2 = 4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Örnek**

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir  $f$  fonksiyonu için  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2$  ve  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -1$

olduğuna göre,  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(2x-1) + f(5-x)}{f(x^2-1)}$  limitinin değerini bulalım.

ifadesinin limiti alınır

$$\frac{f(3^+) + f(3^-)}{f(3^+)} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

limiti alınır

$$f(3^+) = 2$$

limiti alınır

$$f(3^-) = -1$$

### $\frac{0}{0}$ Belirsizliği

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$  limitinde,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$  ve  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$  ise  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$  belirsizliği vardır. Sadeleştirme yapılarak  $\frac{0}{0}$

belirsizliği ortadan kaldırılır.

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bx}{\sin ax} = \frac{b}{a}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bx}{\tan ax} = \frac{b}{a}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$a \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$\rightarrow \frac{a}{\infty} = 0$$

$$\rightarrow \frac{a}{0^+} = +\infty$$

$$\rightarrow \frac{a}{0^-} = -\infty$$

$\rightarrow a > 1$  ise  $a^\infty = \infty$ 'dur.

$\rightarrow 0 < a < 1$  ise  $a^\infty = 0$ 'dır.