



Bu kitapçığın her hakkı saklıdır. Tüm hakları Pegem Yayınlarına aittir. Kısmen de olsa alıntı yapılamaz. Metin ve sorular, kitapçığı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılamaz, yayımlanamaz.

Adı Soyadı:

DOĞRUDA AÇILAR

TEMEL KAVRAMLAR

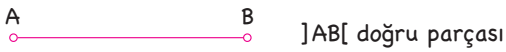
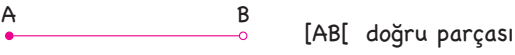
Nokta: Tanımsız bir kavramdır. Boyutsuzdur. Kalemin kâğıda dokundurulmasıyla oluşan iz şeklinde düşünülebilir. A, B ve C gibi büyük harflerle gösterilir.

.P → P noktası

Doğru: Aynı doğrultudaki noktaların oluşturduğu kümedir. Sonsuz elemanlıdır.



Doğru Parçası



• Doğru parçasının uzunluğu |AB| şeklinde gösterilir.

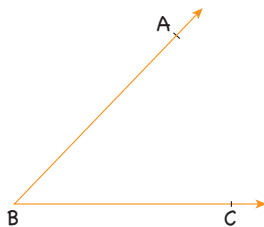
Yarı Doğru



Işın

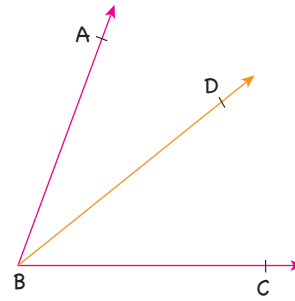


Açı: Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşimine açı denir.



$$\begin{aligned} [BA \cup [BC &= \widehat{ABC} \\ &= \widehat{CBA} \\ &= \widehat{B} \end{aligned}$$

Komşu Açılar

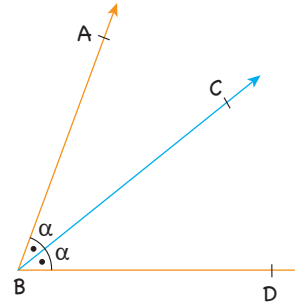


Birer ışını ortak olup iç bölgeleri ortak olmayan açılardır.

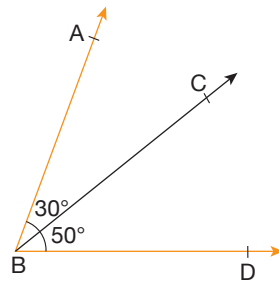
\widehat{ABD} ile \widehat{DBC} komşu açılardır.

Açıortay

Bir açıyı iki eşit parçaya bölen ışına açıortay denir.



[BC açıortay
 $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CBD}) = \alpha$

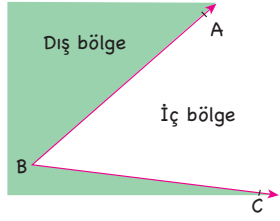


$m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$
 $m(\widehat{CBD}) = 50^\circ$

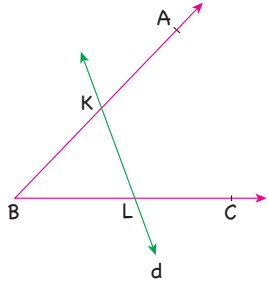
Yukarıdaki verilere göre, \widehat{ABC} ve \widehat{CBD} nin açıortayları arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?

Cevap: 40°

Açısal bölge: Açı ile iç bölgenin birleşimine açısal bölge denir ve (\widehat{ABC}) şeklinde gösterilir.



$$(\widehat{ABC}) = \widehat{ABC} \cup \text{İç bölge}$$



Yandaki şekilde

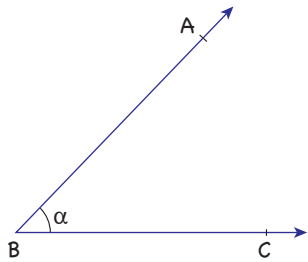
$$\widehat{ABC} \cap d = \{K, L\}$$

$$\widehat{ABC} \text{ nin iç bölgesi } \cap d =]KL[$$

$$(\widehat{ABC}) \cap d = [KL] \text{ dir.}$$

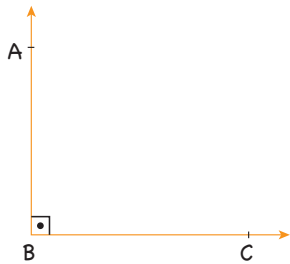
AÇI ÇEŞİTLERİ

a) Dar Açı



$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

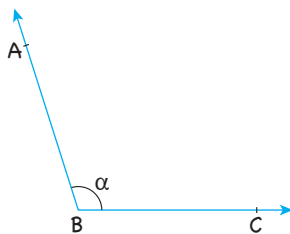
b) Dik Açı



$$[BA \perp [BC$$

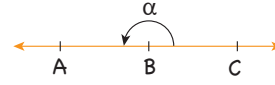
$$m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$$

c) Geniş Açı



$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$

d) Doğru Açı



$$\alpha = 180^\circ$$

A, B ve C noktaları doğrusaldır.

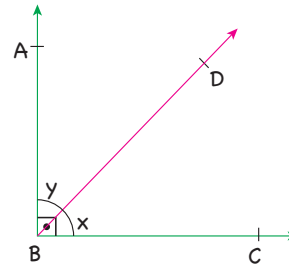
e) Tam Açı



$$\alpha = 360^\circ$$

Tümler Açılar

Ölçüleri toplamı 90° derece olan iki açığa tümler açılar veya birbirinin **tümleri (tümleyen)** denir.

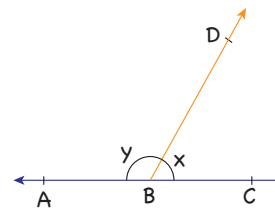


$x + y = 90^\circ$ olduğundan \widehat{ABD} ile \widehat{DBC} birbirlerinin tümleridir.

Örneğin, 15° 'nin tümleri 75° , 88° 'nin tümleri 2° , α 'nın tümleri $(90^\circ - \alpha)$ 'dir.

Bütünler Açılar

Ölçüleri toplamı 180° olan iki açığa bütünler açılar veya birbirinin **bütünleri (bütünleyeni)** denir.



$x + y = 180^\circ$ olduğundan \widehat{ABD} ile \widehat{DBC} birbirlerinin bütünleridir.

Örneğin, 45° 'nin bütünleri 135° , 152° 'nin bütünleri 28° , α 'nın bütünleri $(180^\circ - \alpha)$ 'dir.



Bir açının tümlerinin ölçüsü kendisinin 4 katından 20° fazla olduğuna göre, bu açının ölçüsü kaç derecedir?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Cevap: 14°

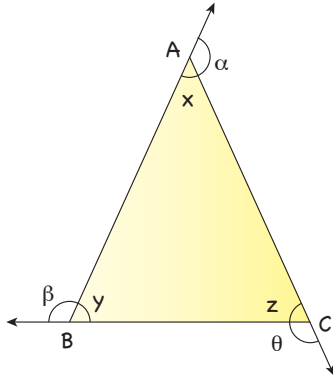


Bu kitapçığın her hakkı saklıdır. Tüm hakları Pegem Yayınlarına aittir. Kısmen de olsa alıntı yapılamaz. Metin ve sorular, kitapçığı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılamaz, yayımlanamaz.

Adı Soyadı:

ÜÇGENDE AÇILAR - I

ÜÇGENDE AÇI



Şekildeki ABC üçgeninde x , y , z iç açıların ölçüleri, bütünleyenleri olan α , β , θ dış açıların ölçüleridir.

✓ Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

$$x + y + z = 180^\circ$$

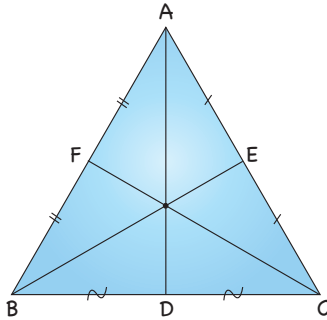
✓ Bir üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

$$\alpha + \beta + \theta = 360^\circ$$

✓ Bir üçgenin bir dış açısının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

$$\alpha = y + z, \beta = x + z, \theta = x + y$$

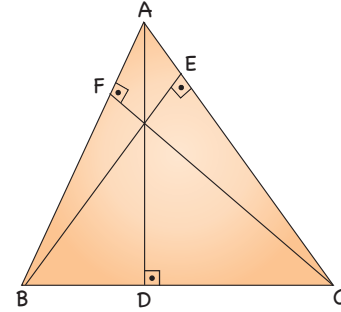
Üçgenin bir kenarının orta noktasını karşı köşeye birleştiren doğru parçasına **kenarortay** denir.



Bir üçgende kenarortaylar bir noktada kesişir ve bu noktaya **ağırlık merkezi** denir.

$$|AD| = V_a \quad |BE| = V_b \quad |CF| = V_c \text{ ile gösterilir.}$$

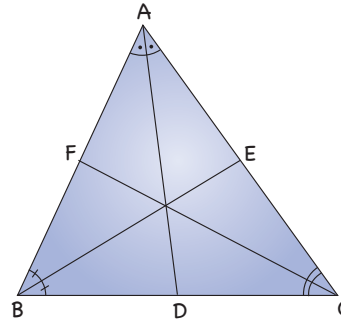
Bir üçgenin köşesinde karşı kenara çizilen dikmeye o kenara ait **yükseklik** denir.



Bir üçgende yükseklikler bir noktada kesişir ve bu noktaya **diklik merkezi** denir.

$$|AD| = h_a \quad |BE| = h_b \quad |CF| = h_c \text{ ile gösterilir.}$$

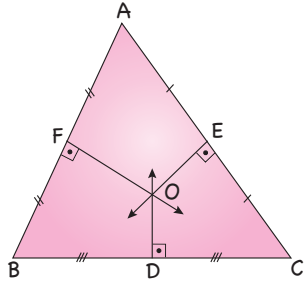
Bir üçgenin bir açısını ortalamayan ışının, kenar ile köşe arasında kalan doğru parçasına **açıortay** denir.



Bir üçgende açıortaylar bir noktada kesişir ve bu noktaya **iç teğet çemberin merkezi** denir.

$$|AD| = n_A \quad |BE| = n_B \quad |CF| = n_C \text{ ile gösterilir.}$$

Bir üçgenin kenarlarının orta noktasından çizilen dik doğrulara **üçgenin orta dikmeleri** denir.



($a \neq b \neq c$ dir.)

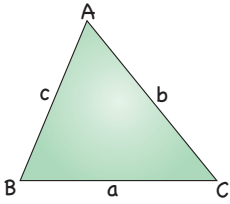
Orta dikmeler bir noktada kesişir. Bu noktaya **çevrel çemberin merkezi** denir.

$$|AF| = |FB|, |BD| = |DC|, |AE| = |EC|$$

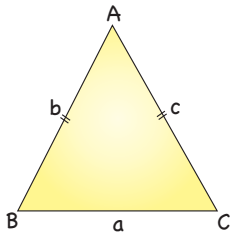
$$[FO \perp [AB], [EO \perp [AC], [DO \perp [BC]]$$

Kenarlarına Göre Üçgen Çeşitleri

a. Çeşitkenar Üçgen: Üç kenar uzunluğu da farklı olan üçgenlere denir.



b. İkizkenar Üçgen: İki kenar uzunluğu eşit olan üçgenlere denir.

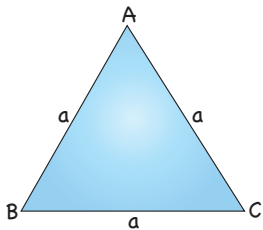


$$b = c$$

$$a \neq b$$

$$a \neq c \text{dir.}$$

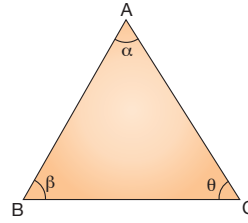
c. Eşkenar Üçgen: Üç kenar uzunluğu eşit olan üçgene denir.



$$|AB| = |BC| = |AC| = a$$

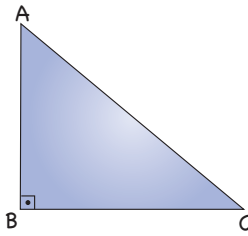
Açılarına Göre Üçgen Çeşitleri

a. Dar Açılı Üçgen: Üç açısının ölçüsü de 90° den küçük olan üçgenlere denir.



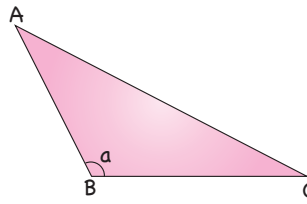
$$\alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ, \theta < 90^\circ$$

b. Dik Açılı Üçgen: Bir açısının ölçüsü 90° olan üçgenlere denir.



$$m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$$

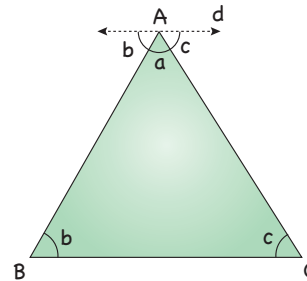
c. Geniş Açılı Üçgen: Bir açısının ölçüsü 90° den büyük olan üçgenlere denir.



$$a > 90^\circ$$

ÜÇGENDE AÇI BAĞINTILARI

1. Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.



$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$$

$$a + b + c = 180^\circ$$

Bunun için A köşesinden [BC] ye paralel bir d doğrusu çizilir. İç ters açıların eşitliğinden $a + b + c = 180^\circ$ olur.



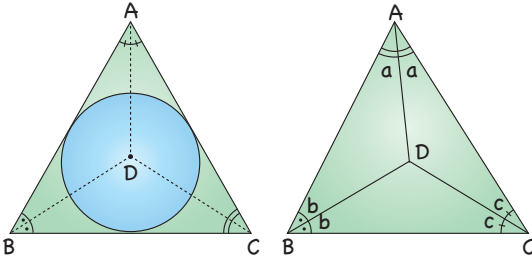
Bu kitapçığın her hakkı saklıdır. Tüm hakları Pegem Yayınlarına aittir. Kısmen de olsa alıntı yapılamaz. Metin ve sorular, kitapçığı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılamaz, yayımlanamaz.

Adı Soyadı:

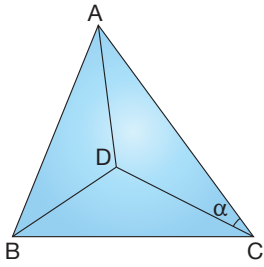
ÜÇGENDE AÇILAR - II

AÇIORTAYLARIN OLUŞTURDUĞU AÇILAR

1. Bir üçgende açıortaylar bir noktada kesişir. Bu nokta, üçgenin iç teğet çemberinin merkezi olur.



[BD] ve [DC] açıortaylarının kesim noktası D ise [AD] da açıortay olur.

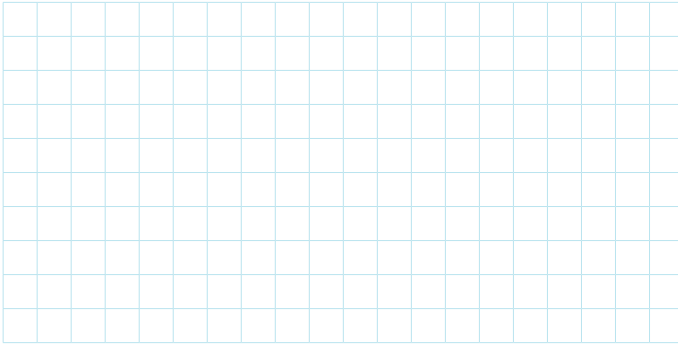


ABC bir üçgen

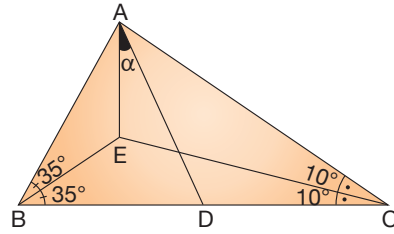
$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC}) = 30^\circ$$

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC}) = 40^\circ$$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACD}) = \alpha$ kaç derecedir?



Cevap: 20°



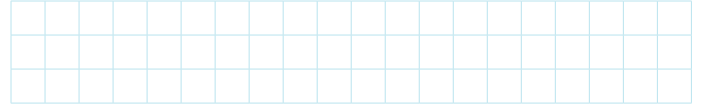
ABC üçgen

$$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{DBE}) = 35^\circ$$

$$m(\widehat{ACE}) = m(\widehat{BCE}) = 10^\circ$$

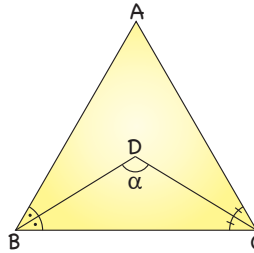
$$|BD| = |DC|$$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{EAD}) = \alpha$ kaç derecedir?



Cevap: 25°

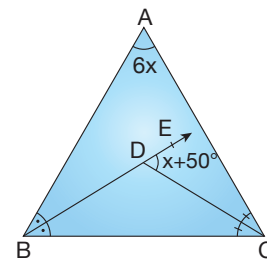
- 2.



İki iç açıortayın kesiştikleri noktada oluşan açının ölçüsü

$$m(\widehat{BDC}) = \alpha \text{ ise}$$

$$\alpha = 90^\circ + \frac{m(\widehat{A})}{2} \text{ dir.}$$



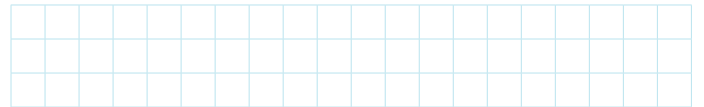
ABC üçgen

[BE] ve [CD] açıortay

$$m(\widehat{BAC}) = 6x$$

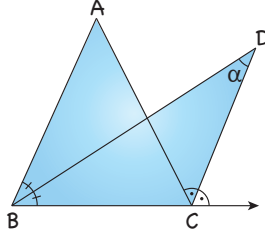
$$m(\widehat{EDC}) = x + 50^\circ$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?



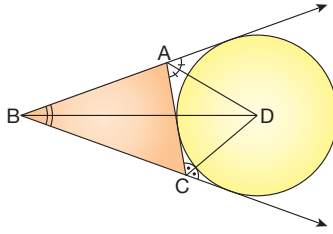
Cevap: 10°

3. Bir iç açıortay ile komşu olmayan dış açıortay arasındaki açının ölçüsü $m(\widehat{BDC}) = \alpha$ ise



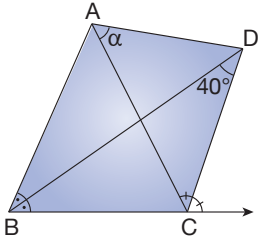
$$\alpha = \frac{m(\widehat{A})}{2} \text{ dir.}$$

4. İki dış açıortayın kesim noktasından üçüncü açının iç açıortayı geçer ve bu nokta üçgenin dış teğet çemberlerinden birinin merkezidir. (Üçgenin üç tane dış teğet çemberi vardır.)



D: Dış teğet çemberin merkezi

Ö R N E K



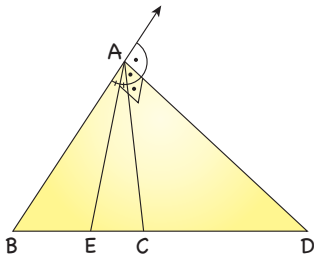
ABC üçgen
[BD] ve [CD] açıortay
 $m(\widehat{BDC}) = 40^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CAD}) = \alpha$ kaç derecedir?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

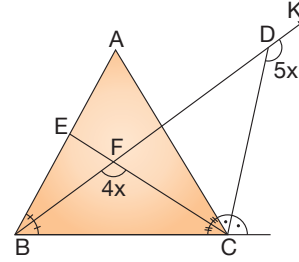
Cevap: 50°

5. Bir iç açıortay ile komşu dış açıortay arasındaki açının ölçüsü 90° dir.



[AE] ve [AD] açıortay ise
[AE] \perp [AD] dir.

Ö R N E K



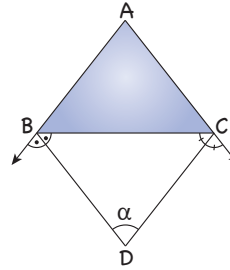
ABC üçgen
[CE] ve [BK] iç açıortay
[CD] dış açıortay
 $m(\widehat{BFC}) = 4x$
 $m(\widehat{KDC}) = 5x$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

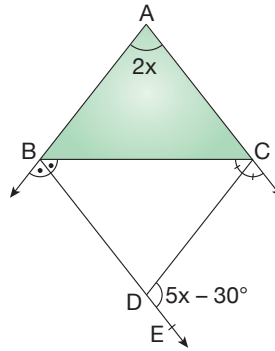
Cevap: 60°

6. İki dış açıortayın kesiştikleri noktada oluşan açının ölçüsü $m(\widehat{BDC}) = \alpha$ ise



$$\alpha = 90^\circ - \frac{m(\widehat{A})}{2} \text{ dir.}$$

Ö R N E K



ABC üçgen
[BE ve [CD] açıortay
 $m(\widehat{BAC}) = 2x$
 $m(\widehat{CDE}) = 5x - 30^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BDC})$ kaç derecedir?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Cevap: 60°



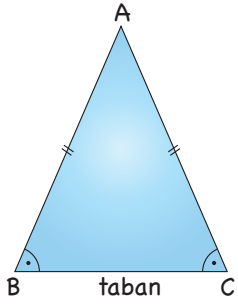
Bu kitapçığın her hakkı saklıdır. Tüm hakları Pegem Yayınlarına aittir. Kısmen de olsa alıntı yapılamaz. Metin ve sorular, kitapçığı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılamaz, yayımlanamaz.

Adı Soyadı:

ÜÇGENDE AÇILAR - III

İKİZKENAR ÜÇGEN

Herhangi iki kenarı eşit olan üçgene ikizkenar üçgen denir.



$$|AB| = |AC|$$

A: tepe noktası

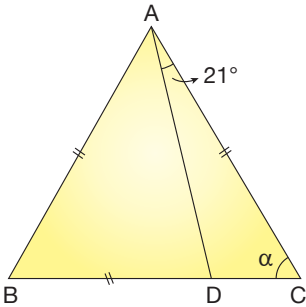
\widehat{B} , \widehat{C} : taban açıları

İkizkenar üçgende eşit kenarların karşısındaki açılar ölçüleri eşittir.

$$|AB| = |AC| \Leftrightarrow m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$$

İkizkenar üçgende taban açıları birer dar açıdır.

$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) < 90^\circ$$



ABC ikizkenar üçgen

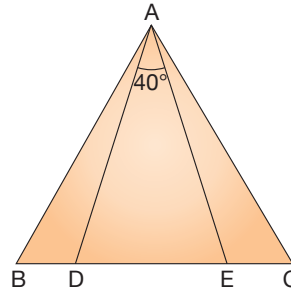
$$|AB| = |AC| = |BD|$$

$$m(\widehat{DAC}) = 21^\circ$$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACB}) = \alpha$ kaç derecedir?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Cevap: 46°



ABC üçgen

$$m(\widehat{DAE}) = 40^\circ$$

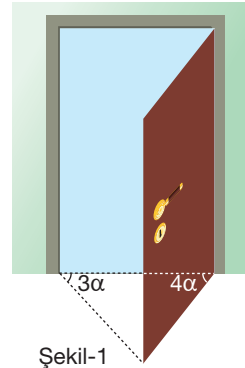
$$|AB| = |BE|$$

$$|AC| = |DC|$$

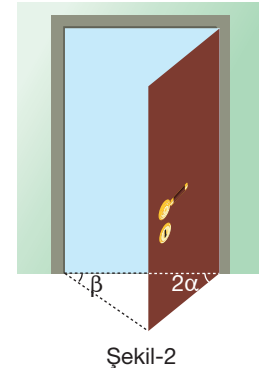
Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Cevap: 100°



Şekil-1



Şekil-2

Tayyar Öğretmen, sınıfın kapısını 4α derece açtığında kapının konumu Şekil-1'deki gibi oluyor. Tayyar tam kapıyı kapatacak iken öğretmenler odasında dosyasını unuttuğunu fark ederek geri dönüyor. Bu sırada kapı Şekil-2'deki gibi 2α derecelik konumda kalıyor ve kapının kapı çerçevesiyle yaptığı açı 3α yerine β oluyor.

Yukarıdaki verilere göre, $\alpha - \beta$ farkı kaç derecedir?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Cevap: 54°

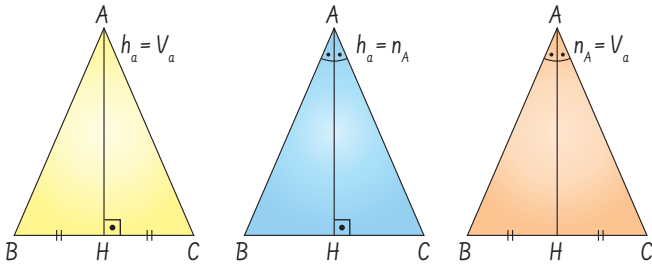


$$|BC| = a$$

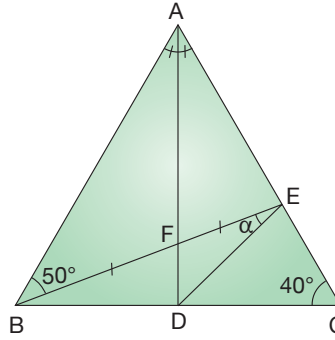
h_a : a kenarına ait yükseklik

n_A : A açısına ait açıortay

V_a : a kenarına ait kenarortay olmak üzere



olduğunda ABC üçgeni ikizkenar olur.



ABC üçgen

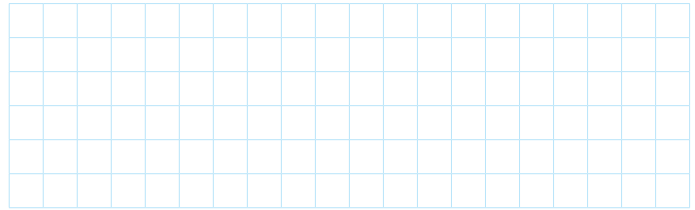
$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CAD})$$

$$m(\widehat{ABE}) = 50^\circ$$

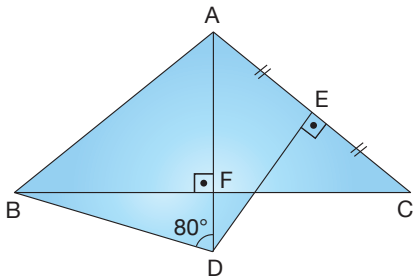
$$m(\widehat{ACB}) = 40^\circ$$

$$|BF| = |FE|$$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BED}) = \alpha$ kaç derecedir?



Cevap: 10°



ABC üçgen

$$m(\widehat{ADB}) = 80^\circ$$

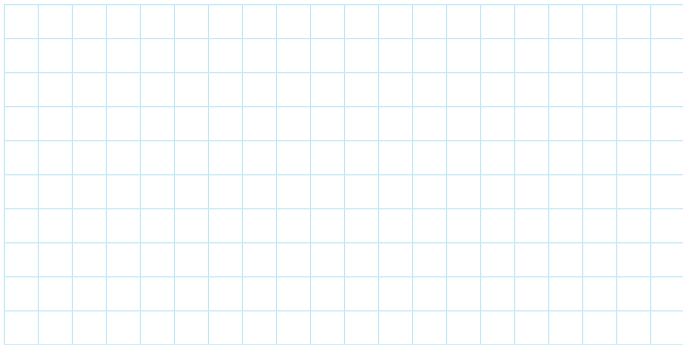
$$[BC] \perp [AD]$$

$$[AC] \perp [DE]$$

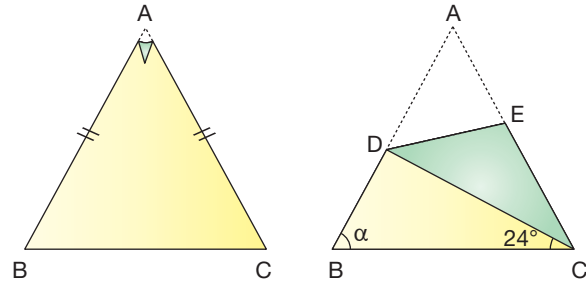
$$|AE| = |CE|$$

$$|BF| = |FC|$$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?



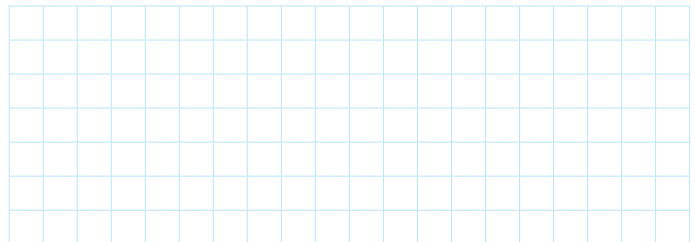
Cevap: 100°



ABC ikizkenar üçgeni, A köşesi C köşesi ile çıkışacak şekilde [DE] boyunca katlanıyor.

$$m(\widehat{BCD}) = 24^\circ, |AB| = |AC|$$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ kaç derecedir?



Cevap: 68°