

KPSS  
2024  
ÖABT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

VIDEO  
DESTEKLİ

# LİSE MATEMATİK

Arti - Yapay  
Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme  
Ayak İzi

Hibrit Kitap  
Teknolojisi

ANALİZ  
DİFERANSİYEL DENKLEMLER  
KONU ANLATIMLI



Hibrit kitaba erişebilmek  
için QR kodu okutunuz.



PEGEM AKADEMİ



## Komisyon

### ÖABT Lise Matematik Analiz Diferansiyel Denklemler Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6890-83-1

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

I I . Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balin

Dizgi-Grafik Tasarım: İlnur Öztürk

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.  
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara  
Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 47865

## İletişim

---

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.  
No: 141/33, Yenimahalle/Ankara  
Yayınevi: 0312 430 67 50  
Dağıtım: 0312 434 54 24  
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60  
İnternet: [www.pegem.net](http://www.pegem.net)  
E-ileti: [pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net)  
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

## ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "Lise Matematik Öğretmenliği 1. Kitap" adlı yayınlımız Analiz ve Diferansiyel Denklemler bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) Lise Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı [pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net) adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır. Sorunuz en kısa sürede ekibimiz tarafından cevaplandırılacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...



Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak ulaşabilirsiniz.



<https://depo.pegem.net/2024oabt-lisemat-ka-guncelleme.pdf>

## TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

### Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



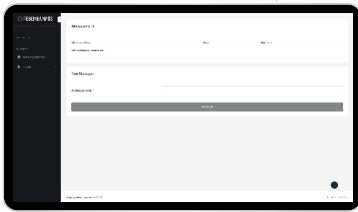
- 1 Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
- 3 Konu sonu testlerini çözebilir.



Detaylı anlatım için QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılırlarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

### Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:



#### 1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna [arti.pegemkampus.com](http://arti.pegemkampus.com) yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.

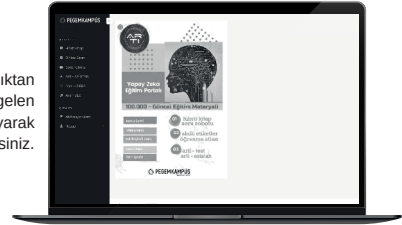


Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "Aktivasyonlarım" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.

#### 2. Adım Aktivasyon

#### 3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "Hibrit Kitap" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.  
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.



Pegem Kampüs İletişim Hattı  
0312 418 51 55

## İÇİNDEKİLER

## 1. BÖLÜM

## FONKSİYONLAR

FONKSİYON ÇEŞİTLERİ.....	2
Birebir fonksiyon .....	2
Örten fonksiyon .....	3
İçine fonksiyon .....	4
Sabit fonksiyon .....	4
Tek ve Çift fonksiyon .....	4
Birim fonksiyon .....	5
Ters fonksiyon .....	5
Bileşke fonksiyon .....	5
Bileşke fonksiyonun Özellikleri.....	5
ALIŞILMIŞ FONKSİYON TÜRLERİ.....	6
Kuvvet fonksiyonları.....	6
Polinom fonksiyonlar.....	6
Rasyonel fonksiyonlar.....	6

## ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR

PARÇALI TANIMLI FONKSİYONLAR .....	7
MUTLAK DEĞER FONKSİYONU .....	7
MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER VE DENKLEMLER .....	9
SİGNUM (İŞARET) FONKSİYONU .....	11
İŞARET FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ .....	12
TAM DEĞER VE TAM DEĞER FONKSİYONU .....	13
TAM DEĞER FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ .....	13
TAM DEĞER FONKSİYONUNUN GRAFİKLERİ .....	16
FONKSİYONLARIN EN GENİŞ TANIM KÜMESİ.....	17
FONKSİYON GRAFİKLERİNDE ÖTELEMELER .....	18

## LİMİT

LİMİT .....	24
SAĞ – SOL LİMİT.....	24
GENİŞLETİLMİŞ REEL SAYILAR KÜMESİ .....	26
LİMİT İLE İLGİLİ TEOREMLER.....	27
ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN LİMİTİ .....	28
MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN LİMİTİ .....	29
SİGNUM FONKSİYONUNUN LİMİTİ .....	30
TAM DEĞER FONKSİYONLARININ LİMİTİ .....	31
BELİRSİZ DURUMLAR 0/0 BELİRSİZLİĞİ .....	33
TRİGONOMETRİK 0/0 BELİRSİZLİĞİ .....	34
$\infty/\infty$ BELİRSİZLİĞİ.....	35
$\infty-\infty$ BELİRSİZLİĞİ.....	37
$0 \cdot \infty$ BELİRSİZLİĞİ.....	38
ÜSLÜ, ÜSTEL BELİRSİZLİKLERİN $\infty/\infty$ FORMU .....	39
SÜREKLİLİK.....	40
SÜREKLİLİK TEOREMLERİ .....	40
SÜREKSİZLİK ÇEŞİTLERİ.....	41
Kaldırılabilir Süreksizlik .....	41
Sıçrama Süreksizliği .....	41
Sonsuz Süreksizliği.....	41
Balzano Teoremi .....	41
DÜZGÜN SÜREKLİLİK .....	43

## TÜREV

TÜREV .....	50
SAĞ-SOL TÜREV.....	51
LİMİT – SÜREKLİLİK – TÜREV İLİŞKİSİ .....	51
TÜREV ALMA KURALLARI.....	52
YÜKSEK MERTEBEDEN TÜREVLER.....	66

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN TÜREVİ .....	68
Parçalı Fonksiyonların Türevi .....	68
MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN TÜREVİ .....	69
SİGNUM FONKSİYONUNUN TÜREVİ .....	70
TAM DEĞER FONKSİYONUNUN TÜREVİ .....	70
TÜREVİN UYGULAMALARI .....	80
L'Hospital Kuralı .....	80
ÜSTEL BELİRSİZLİKLER .....	83
$1^\infty$ , $0^0$ , $\infty^0$ Belirsizlikleri .....	83
TÜREVİN FİZİKSEL YORUMU .....	85
POLİNOM – TÜREV İLİŞKİSİ .....	86
DİFERANSİYEL UYGULAMALARI .....	86
MAKSİMUM – MİNİMUM PROBLEMLERİ .....	87
Maksimum – Minimum Problemlerinde Kullanılabilecek Kısayollar .....	90
TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU .....	94
Teğet – Eğim – Türev İlişkisi .....	94
ARTAN – AZALAN FONKSİYONLAR .....	99
YEREL EKSTREMUM DEĞERLER .....	102
Mutlak Maksimum ve Mutlak Minimum Noktası .....	103
TÜREV – EKSTREMUM İLİŞKİSİ .....	103
Grafikte Maksimum ve Minimum Nokta Yorumu .....	105
TÜREVLENEBİLİR BİR FONKSİYONUN EĞRİLİK YÖNÜ .....	106
ASİMPTOT KAVRAMI .....	111
Düşey Asimptot .....	111
Yatay Asimptot .....	112
Eğik-Eğri Asimptot .....	113
FONKSİYONUN GRAFİKLERİ .....	115
TÜREVLE İLGİLİ TEOREMLER .....	115

## İNTEGRAL

BELİRSİZ İNTEGRAL .....	131
TEMEL İNTEGRAL ALMA KURALLARI .....	132
İNTEGRAL ALMA YÖNTEMLERİ .....	137
A) Değişken Değiştirme Yöntemi .....	137
ÖZEL DÖNÜŞÜMLER .....	140
$\sqrt{a^2 - x^2}$ İfadesini İçeren İntegraller .....	140
$\sqrt{x^2 - a^2}$ İfadesini İçeren İntegraller .....	141
$x^2 + a^2$ ve $\sqrt{x^2 + a^2}$ İfadesini İçeren İntegraller .....	141
RASYONEL (KESİRLİ) İFADELERİN İNTEGRALI .....	142
TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İNTEGRALI .....	146
İndirgeme Bağlıntıları .....	148
B) Kısmi İntegrasyon Yöntemi .....	148
BELİRLİ İNTEGRAL .....	154
Riemann İntegrali .....	154
İNTEGRAL HESABIN TEMEL TEOREMLERİ .....	156
Belirli İntegrallerin Özellikleri .....	156
ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN İNTEGRALI .....	161
İNTEGRALDE ALAN .....	163
İNTEGRALDE HACİM .....	164
Kabuk Yöntemi .....	169
Eğri Uzunluğu Hesabı .....	172
Dönel Yüzeyin Alanı .....	174
Pappus – Guldin Teoremi .....	175

## ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLAR

TANIM VE GÖRÜNTÜ KÜMESİ .....	178
Seviye Eğrileri .....	181
Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Limit ve Süreklilik .....	181
Süreklilik .....	184
Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Türev (Kısmi Türev) .....	184
Çok Değişkenli Fonksiyonların 2. Türevi .....	186
Zincir Kuralı .....	187
Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Teğet Düzlem Denklemi .....	187

ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLARDA MAKSİMUM-MİNİMUM .....	188
Yerel Maksimum .....	188
Yerel Minimum .....	188
Kritik Nokta – Eyer Nokta .....	189
Kritik Nokta İçin 2. Türev Testi .....	189
Maksimum–Minimum Problemleri .....	191
Kapalı Fonksiyonun Türevi .....	191
ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLARDA İNTEGRAL .....	192
Çift Katlı İntegral .....	192
Sınır Değiştirme .....	194
Bölge Değiştirme .....	195
Dönüşüm Jakobiyeni (Fonksiyonel Determinantı) .....	195
Kutupsal Koordinatlara Geçiş .....	195
İki Katlı İntegralin Uygulamaları .....	197
Alan Hesabı .....	197
Hacim Hesabı .....	199
ORTALAMA DEĞER TEOREMİ .....	201
Kütle Hesabı .....	202
AĞIRLIK MERKEZİ .....	202
ÜÇ KATLI İNTEGRALLER .....	202
<b>KUTUPSAL KOORDİNATLAR</b>	
KUTUPSAL KOORDİNATLAR .....	208
Kutupsal Koordinatlardaki Denklemi Verilen Eğrinin Çizimi .....	210
KARDİYOİD EĞRİSİ .....	210
Gül Eğrilerinin Çizimi .....	216
Kutupsal Koordinatlarda Alan .....	221
Kutupsal Koordinatlarda Uzunluk Hesabı .....	222
<b>DİZİLER – SERİLER</b>	
DİZİ .....	224
Sonlu Dizi .....	224
Sabit Dizi .....	224
EŞİT DİZİLER .....	225
ALT DİZİ .....	225
DİZİLERDE DÖRT İŞLEM .....	226
DİZİLERDE SINIRLILIK .....	227
DİZİLERDE MONOTONLUK .....	227
ARİTMETİK VE GEOMETRİK DİZİLER .....	228
Aritmetik Dizi .....	228
Geometrik Dizi .....	229
DİZİLERDE LİMİT .....	230
Dizilerde Limit ile İlgili Özellikler .....	232
Dizilerde En Büyük Alt Sınır (Ebas) – En Küçük Üst Sınır (Eküs) Kavramları .....	233
SERİLER .....	234
Geometrik Seri .....	236
Pozitif Terimli Seriler İçin Yakınsaklık Testleri .....	239
Genel Terim Testi .....	239
İntegral Testi .....	239
p – Testi .....	240
Karşılaştırma Testi .....	240
Karşılaştırma Testinin Limit Formu .....	240
Cauchy – Kök Testi .....	241
D’alambert Oran Testi .....	242
Limit Testi .....	243
Alterne Seriler .....	243
Mutlak Yakınsaklık – Yakınsaklık İlişkisi .....	243
KUVVET SERİLERİ .....	244
Yakınsaklık Yarıçapı .....	244
Yakınsaklık Aralığında Türevlenebilme ve İntegrasyon .....	245
Taylor ve Maclaurin Serileri .....	246
Önemli Maclaurin Seri Açılımları .....	247
ÇÖZÜMLÜ TESTLER .....	262

## 2. BÖLÜM

## DİFERANSİYEL DENKLEMLER

DİFERANSİYEL DENKLEMLER .....	367
Diferansiyel Denklemlerin Çözümü .....	368
Genel ve Özel Çözümler .....	369
Varlık ve Teklik Teoremi .....	370
Bir Eğri Ailesinin Diferansiyel Denkleminin Oluşturulması .....	371

## DEĞİŞKENLERİNE AYRILABİLİR DENKLEMLER

DEĞİŞKENLERİNE AYRILABİLİR DENKLEMLER .....	373
DEĞİŞKENLERİNE AYRILABİLİR HÂLE GETİRİLEBİLEN DENKLEMLER .....	375
HOMOJEN DİFERANSİYEL DENKLEMLER .....	376
Homojen Diferansiyel Denklemlerin Çözümü .....	376
HOMOJEN HÂLE DÖNÜŞTÜRÜLEBİLİR DİFERANSİYEL DENKLEMLER .....	377
TAM DİFERANSİYEL DENKLEMLER .....	379
İNTEGRASYON ÇARPANI YARDIMI İLE DİFERANSİYEL DENKLEM ÇÖZÜMÜ .....	381
İntegrasyon Çarpanını Bulma .....	381
LİNEER DENKLEMLER .....	383
Lineer Diferansiyel Denklemin Çözüm Yöntemi .....	383
BERNOULLİ DENKLEMLERİ .....	385
RİCCATİ DENKLEMİ .....	386

BİRİNCİ MERTEBEDEN  $n$ . DERECEDEN DİFERANSİYEL DENKLEMLER

BİRİNCİ MERTEBEDEN $n$ . DERECEDEN DİFERANSİYEL DENKLEMLER .....	391
Türeve, $x$ 'e veya $y$ 'ye Göre Çözülebilir Denklemler .....	391
Türeve Göre Çözülebilir Denklemler .....	391
$x$ 'e Göre Çözülebilir Denklemler .....	392
$y$ 'ye Göre Çözülebilir Denklemler .....	392
CLAİRAUT DENKLEMİ .....	393
LAGRANGE DENKLEMİ .....	394
İNDİRGENEBİLİR 2. MERTEBEDEN DİFERANSİYEL DENKLEMLER .....	395

## YÜKSEK MERTEBEDEN LİNEER DİFERANSİYEL DENKLEMLER

YÜKSEK MERTEBEDEN LİNEER DİFERANSİYEL DENKLEMLER .....	397
3. Mertebeden Homojen Olmayan Lineer Denklem .....	397
Mertebe İndirgeme .....	398
Sabit Katsayılı Denklemler .....	399
Farklı Reel Kökler .....	399
Katlı Reel Kökler .....	400
Kompleks Kök .....	400
Homojen Olmayan (2. Yanlı) Lineer Diferansiyel Denklemler .....	403
Belirsiz Katsayılar Yöntemi .....	403
PARAMETRELERİN DEĞİŞİM YÖNTEMİ .....	407
CAUCHY – EULER DENKLEMİ .....	409
ÇÖZÜMLÜ TESTLER .....	415



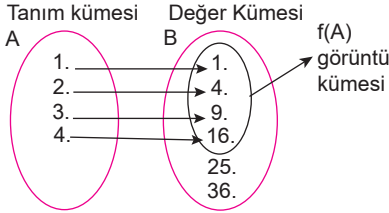
## FONKSİYONLAR

A ve B boş olmayan kümeleri için "A'nın" her elemanını "B'nin" bir ve yalnız bir elemanına eşleyen f bağıntısına A'dan B'ye fonksiyon denir.

Ya da;

$\forall x_1, x_2 \in A$  için  $x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$  f'ye A'dan B'ye bir fonksiyon denir. Ayrıca bu tanıma fonksiyonun iyi tanımlılığı denir.

f : A  $\rightarrow$  B veya  $x \rightarrow y = f(x)$  biçiminde gösterilir. Burada x'e bağımsız değişken y'ye x'e bağlı bağımlı değişken denir.



## Fonksiyon Kümelerinde İşlemler

f : A  $\rightarrow$  B, g : C  $\rightarrow$  D fonksiyonları için

$\forall x \in A \cap C$  için

- $f(x) \pm g(x) = (f + g)(x)$
- $f(x) \cdot g(x) = (f \cdot g)(x)$
- $\frac{f(x)}{g(x)} = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ,  $g(x) \neq 0$

Yani iki fonksiyonda işlem yapılırken iki fonksiyonun tanım kümelerinin kesişimi alınır.

## Örnek

A = {1, 2, 3}, B = {2, 4, 5} kümeleri için

f : A  $\rightarrow$  R,  $y = f(x) = x^2$

g : B  $\rightarrow$  R,  $y = g(x) = x + 1$

şeklinde tanımlanıyor. Buna göre

A)  $(f + g)(x)$

B)  $(f \cdot g)(x)$

tanım ve görüntü kümelerini bulalım.

## Çözüm

f için {(1, 1), (2, 4), (3, 9)}

$x \rightarrow x^2$

g için {(2, 3), (4, 5), (5, 6)}

$x \rightarrow x + 1$  olur.

Şimdi  $(f + g)(x)$  A  $\cap$  B = {2} olduğundan

$(f \cdot g)(x)$

$(f + g)(2) = f(2) + g(2)$

= 4 + 3

= 7

Yani {(2, 7)} olur.

$(f \cdot g)(2) = f(2) \cdot g(2)$

= 4  $\cdot$  3

= 12 olur.

Yani {(2, 12)} olur.

## Örnek

f : [-1, 2]  $\rightarrow$  R

$f(x) = x^2 - 2x + 5$

fonksiyonunun görüntü kümesini bulalım.

## Çözüm

$f(x) = x^2 - 2x + 5$  kartezyen koordinatlarda parabol belirtir.

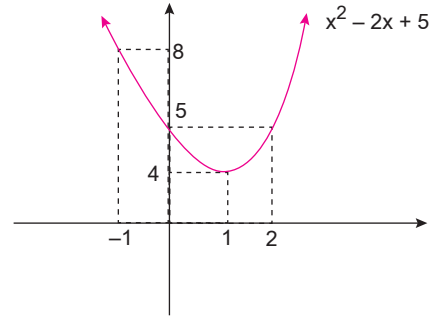
T(r, k) tepe noktası koordinatları olup

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1 \text{ apsis}$$

$$f(r) = k \rightarrow f(1) = 1 - 2 + 5 = \text{ordinat}$$

$x = 0$  için  $y = 5$  olur.

$x^2 - 2x + 5 = 0$  için  $\Delta < 0$  olduğundan denklemin reel kökü yoktur dolayısıyla x eksenini kesmez.



$$f(-1) = 1 + 2 + 5 = 8$$

$$f(2) = 4 - 4 + 5 = 5$$

$f(1) = 4$  olduğundan Ç.K = [4, 8] olur.

Ya da;

Bu tarz sorularda uç değerler bulunur.

$$f(-1) = 8$$

$$f(2) = 5$$

Sonra tanım kümesi içinde kalan ekstremum noktalar bulunur.

$$f'(x) = 2x - 2 = 0 \quad x = 1 \text{ olur.}$$

$f(1) = 4$  olur. Görüntü kümesi bulunur.

[4, 8] dir.

## Örnek

$$f : (-2, 4) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$$

fonksiyonunun görüntü kümesini bulalım.

## Çözüm

$$\begin{aligned} f(-2) &= -\frac{8}{3} - 4 + 6 + 1 \\ &= 3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(4) &= \frac{64}{3} - 16 - 12 + 1 \\ &= -27 + \frac{64}{3} \\ &= -\frac{17}{3} \end{aligned}$$

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3) \cdot (x+1) = 0$$

$x_1 = 3$   $x = -1$  Tanım kümesi aralığında olduğunda

$$\begin{aligned} f(1) &= \frac{1}{3} - 1 - 3 + 1 \\ &= -3 + \frac{1}{3} = -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

Ç.  $K = \left[ -8, \frac{1}{3} \right]$  olarak bulunur.

## FONKSİYON ÇEŞİTLERİ

## Birebir Fonksiyon

$A, B \neq \emptyset$  olmak üzere;

$f : A \rightarrow B$  fonksiyon olsun.

$$\forall x_1, x_2 \in A \text{ için;}$$

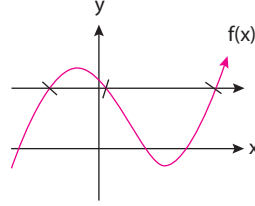
$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$  oluyorsa  $f$  fonksiyonuna birebir fonksiyon denir.

Ayrıca;  $p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$  olduğundan

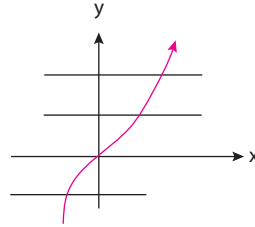
$$\forall x_1, x_2 \in A \text{ için}$$

$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$  koşulu da fonksiyonun birebirliğini belirtir.

Grafiği verilen fonksiyon birebir olup olmadığı araştırılırken  $x$  eksenine paralel doğru çizilir. Paralel doğrular grafiği tek noktada kesiyorsa fonksiyon birebir, birden fazla noktada kesiyorsa birebir değildir.



$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
Birebir değil.



$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
Birebirdir.

Uyarı !

**A ve B sonlu iki küme olmak üzere;**

$f : A \rightarrow B$  fonksiyon olsun;

- $s(A) > s(B)$  ise  $f$  birebir değildir.
- $s(A) = m, s(B) = n$  ve  $m \leq n$  olmak üzere  $f : A \rightarrow B$  birebir fonksiyon sayısı  $P(m, n)$ 'dir.
- $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyon olsun.
- Sabit fonksiyonlar birebir değildir.
- Çift fonksiyonlar birebir değildir.
- Periyodik fonksiyonlar ( $\sin x, \cos x$ ) birebir olmaz.
- Fonksiyonun ekstremum noktası varsa birebir olmaz.
- Bir fonksiyon daima artan ya da daima azalan ise birebirdir.

NOT

KPSS  
2024  
ÖABT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

VIDEO  
DESTEKLİ

# LİSE MATEMATİK

Arti - Yapay  
Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme  
Ayak İzi

Hibrit Kitap  
Teknolojisi

SOYUT CEBİR  
LİNEER CEBİR

KONU ANLATIMLI



Hibrit kitaba erişebilmek  
için QR kodu okutunuz.

PEGEM AKADEMİ



**Komisyon**  
**ÖABT Lise Matematik Soyut Cebir - Lineer Cebir Konu Anlatımlı**

ISBN 978-625-6890-83-1

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayineimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere

<http://pegem.net> adresinden ulaşılabilmektedir.

11. Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balin

Dizgi-Grafik Tasarım: İlknur Öztürk

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.  
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara  
Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 47865

### İletişim

---

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.  
No: 141/33, Yenimahalle/Ankara  
Yayınevi: 0312 430 67 50  
Dağıtım: 0312 434 54 24  
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60  
İnternet: [www.pegem.net](http://www.pegem.net)  
E-ileti: [pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net)  
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

## ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "Lise Matematik Öğretmenliği Soyut Cebir - Lineer Cebir 2. Kitap" adlı yayınıımız Soyut Cebir - Lineer Cebir bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) Lise Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı [pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net) adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır. Sorunuz en kısa sürede ekibimiz tarafından cevaplandırılacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...



Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak ulaşabilirsiniz.



<https://depo.pegem.net/2024oabt-lisemat-ka-guncelleme.pdf>

## TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

### Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



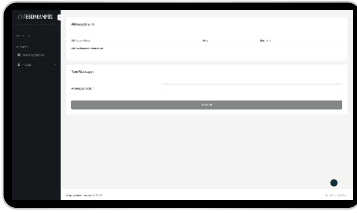
1. Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
2. Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
3. Konu sonu testlerini çözebilir.



Detaylı anlatım için  
QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

### Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:



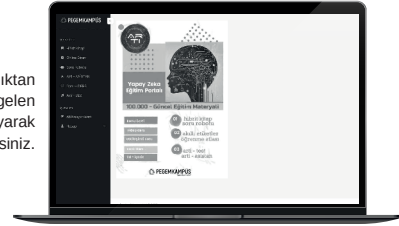
Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna [arti.pegemkampus.com](http://arti.pegemkampus.com) yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.



Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "Aktivasyonlarım" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.



Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "Hibrit Kitap" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



**Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.  
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.**



Pegem Kampüs İletişim Hattı  
**0312 418 51 55**

## İÇİNDEKİLER

## SOYUT CEBİR

Sayılar ve Özellikleri .....	1	Simetrik (Permütasyon) ve Alterne Gruplar .....	25
Rakam .....	1	Gruplarda Homomorfizm ve İzomorfizm .....	26
Sayma Sayıları .....	1	Homomorfizma .....	26
Doğal Sayılar .....	1	İzomorfizma .....	26
Tam Sayılar .....	1	Bölüm Grupları .....	29
Aralarında Asalılık .....	1	Devirli Gruplar .....	30
Rasyonel Sayılar .....	1	Devirli Grupların Alt Grupları .....	31
İrrasyonel Sayılar .....	1	Üreteç Sayısı .....	32
Reel Sayılar .....	1	Çarpım Grupları .....	32
Tek ve Çift Sayılar .....	1	İzomorf olmayan Abelyan Gruplar .....	33
Ardışık Sayılar .....	2	Halka, Cisim ve Tamlık Bölgesi .....	33
Negatif ve Pozitif Sayılar ile İlgili Özellikler .....	2	Alt Halka .....	35
Tam Sayılarda Bölünebilme .....	2	Sıfır Bölenler ve Tamlık Bölgesi .....	35
En Büyük Ortak Bölen .....	4	Bölüm Halkası .....	36
En Küçük Ortak Kat .....	4	İdeal .....	36
Euler $\phi$ -Fonksiyonu .....	7	Nilpotent Eleman .....	36
$\phi$ -Fonksiyonunun Bazı Özellikleri .....	7	Polinom Halkası .....	36
Kongrüanslar .....	9	Cisim .....	37
Tam Sayılar ve Modüler Aritmetik .....	9	Cebirsel Sayı .....	37
Gruplar .....	19	Transandant Sayı .....	37
Tek İşlemlili Cebirsel Yapı Türleri .....	19	Sayılabilir Küme .....	37
Mertebe .....	21	Çözümlü Test 1 .....	43
Alt Gruplar .....	22	Çözümlü Test 2 .....	47
Normal Alt Gruplar .....	24	Çözümlü Test 3 .....	51
		Çözümlü Test 4 .....	55

## LİNEER CEBİR

Hatırlatma: İç İşlem.....	59	Alterne ve Çok Lineer Fonksiyonlar.....	115
Dış İşlem.....	59	n-Linear Fonksiyonlar.....	115
Grup.....	59	Bir Lineer Dönüşümün Determinantı ve İzi.....	116
Alt Grup.....	59	Determinantlarda Alan ve Hacim Hesabı.....	116
Halka.....	59	Matrislerin Polinomu.....	117
Vektör Uzayları.....	60	Karakteristik Değerler ve Karakteristik	
Alt Vektör Uzayı.....	62	Vektörler.....	118
Lineer Bağımlılık ve Lineer Bağımsızlık.....	66	Karakteristik Uzay.....	119
Taban (Baz).....	67	Karakteristik Polinom ve Karakteristik	
İç Çarpım Uzayları.....	68	Denklemler.....	120
İç Çarpım.....	68	Çözümlü Test 1.....	127
Norm.....	70	Çözümlü Test 2.....	132
Ortonormal Baz.....	75	Çözümlü Test 3.....	136
Direkt Toplam Uzayı.....	80	Çözümlü Test 4.....	140
İç Çarpım Uzaylarının Alt Uzayları.....	81	Çözümlü Test 5.....	144
Lineer Dönüşümler.....	83		
Matrisler ve Matris Uzayları.....	90		
Matris Toplamı.....	91		
Skaler ile Matris Çarpımı.....	92		
Matris Çarpımı.....	92		
Bir Matrisin Transpozu.....	93		
Kare Matrisler.....	94		
Bir Matrisin Tersisi.....	94		
Elemanter Operasyonlar (Basit İşlemler).....	104		
Determinantlar.....	105		
Sarrus Kuralı.....	106		
Minör ve Kofaktör.....	108		



## SOYUT CEBİR

## 1. Sayılar ve Özellikleri

## Rakam

Sayıları yazmaya yarayan sembollere rakam denir. Kullandığımız onluk sistemdeki rakamların kümesi  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  dur.

Rakamlarla oluşturulan ifadelere sayı denir.

## Sayma Sayıları

$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$  kümesi sayma sayılar kümesidir.

## Doğal Sayılar

$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  kümesidir.  $N^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$  pozitif doğal sayılar kümesini ifade eder.

## Tam Sayılar

$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$  kümesidir.

Tam sayılar kümesi üç ana bölümden oluşur. Negatif tam sayılar ( $Z^-$ ), pozitif tam sayılar ( $Z^+$ ) ve  $\{0\}$  kümesidir. Ayrıca  $Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$  dir.

## Aralarında Asallık

$p$  ve  $q$  sıfırdan farklı iki pozitif tam sayı olsun.  $p$  ve  $q$  sayılarını ortak olarak bölen en büyük pozitif tam sayı 1 ise  $p$  ve  $q$  aralarında asaldır denir.

## Rasyonel Sayılar

$Q = \left\{ \frac{p}{q} : p \text{ ve } q \text{ aralarında asal, } q \neq 0 \right\}$  kümesidir.

## İrrasyonel Sayılar

$I = Q'$  sembolleriyle gösterilir yukarıda tanımlanan  $\frac{p}{q}$  tipinde yazılamayan sayılardan oluşur. Yani rasyonel olmayan reel sayılara irrasyonel sayı denir.

## Reel Sayılar

Rasyonel ve irrasyonel sayıların birleşim kümesidir.  $R$  ile gösterilir.  $R = Q \cup Q'$  dir.

## Örnek

$x, y, z \in Z$  olmak üzere,

$$x \cdot y = 12, y \cdot z = 4 \text{ ve } x \cdot z = 3$$

eşitliklerini sağlayan  $x, y, z$  sayılarının en büyük toplamı en küçük toplamından kaç fazladır?

- A) 12    B) 14    C) 16    D) 18    E) 20

## Çözüm

$$\frac{x \cdot y}{y \cdot z} = \frac{12}{4} \Rightarrow \frac{x}{z} = 3 \Rightarrow x = 3 \cdot z \text{ bulunur.}$$

Bu ifade  $x \cdot z = 3$  eşitliğinde yerine yazılırsa

$$3z^2 = 3 \Rightarrow z = \mp 1 \text{ bulunur.}$$

$$z = 1 \text{ için } x = 3 \text{ ve } y = 4 \text{ olup } x + y + z = 8$$

$$z = -1 \text{ için } x = -3 \text{ ve } y = -4 \text{ olup } x + y + z = -8 \text{ bulunur.}$$

$8 - (-8) = 16$  dir. Doğru seçenek C olarak elde edilir.

## Örnek

$a, b, c \in N$  olmak üzere

$3a + 6b - c = 24$  eşitliğini sağlayan  $a, b$  ve  $c$  değerleri için  $a + b + c$  toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 2    B) 4    C) 6    D) 8    E) 10

## Çözüm

Katsayısı büyük olana büyük değer verilir.

Sayılar aynı olabileceğinden  $a = 0 = c$  seçilirse  $b = 4$  bulunur.

$$a + b + c = 4 \text{ olur.}$$

## Örnek

$a$  ve  $b$  doğal sayılardır.

$$56 \cdot a = b^3$$

eşitliğini sağlayan en küçük  $b$  değeri kaçtır?

## Çözüm

Önce sayı asal çarpanlarına ayrılır.

$$56 = 2^3 \cdot 7$$

$$56 \cdot a = 2^3 \cdot 7 \cdot a = b^3 \text{ tür.}$$

Buradan  $a = 7^2$  seçilirse  $b = 2 \cdot 7 = 14$  bulunur.

## Tek ve Çift Sayılar

2 ile kalansız bölünebilen tam sayılara çift tam sayı, 2 ile tam bölünemeyen tam sayılara tek tam sayı denir. Çift sayılar  $2n$ , tek tam sayılar  $2n - 1$  ile gösterilir ( $n \in Z$ ).

## Tek ve Çift Tam Sayılar İle İlgili Özellikler

- 1)  $T \mp T = \text{Ç}$     5)  $\text{Ç} \cdot \text{Ç} = \text{Ç}$   
 2)  $\text{Ç} \mp \text{Ç} = \text{Ç}$     6)  $T \cdot T = T$   
 3)  $T \mp \text{Ç} = T$     7)  $n \in N$  olmak üzere  $T^n = T$   
 4)  $T \cdot \text{Ç} = \text{Ç}$     8)  $n \in N^+$  olmak üzere  $\text{Ç}^n = \text{Ç}$  dir.

Tek ve çift sayılarda bölme işlemine ait kural tanımlanamaz. Örneğin  $60, 40$  ve  $2$  sayıları çift sayıdır.

$\frac{40}{2} = \text{Ç}$ ,  $\frac{40}{40} = T$ ,  $\frac{40}{60}$  sayısı ne tek ne de çifttir.

NOT!

**Ardışık Sayılar**

$n \in \mathbb{Z}$  olmak üzere  $n, n + 1, n + 2, \dots$  sayılarına ardışık tam sayılar denir.

**Kural:**

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ için}$$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2} \text{ dir.}$$

$n \in \mathbb{Z}$  olmak üzere  $2n - 1, 2n + 1, 2n + 3, \dots$  sayılarına ardışık tek sayılar denir.

**Kural:**

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ için}$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1 = n^2 \text{ dir.}$$

$n \in \mathbb{Z}$  olmak üzere  $2n, 2n + 2, 2n + 4, \dots$  sayılarına ardışık çift sayılar denir.

**Kural:**

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ için}$$

$$2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1) \text{ dir.}$$

**Kural:**

Ardışık terimleri arasındaki artış miktarı eşit olan dizide

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{\text{Son Terim} - \text{İlk Terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1$$

ve

$$\text{Terim Toplamı} = \frac{\text{Terim Sayısı} \cdot (\text{Son terim} + \text{İlk terim})}{2}$$

dir.

**Negatif ve Pozitif Sayılar İle İlgili Özellikler**

- |                        |                    |
|------------------------|--------------------|
| 1) $(-)\cdot(-) = (+)$ | 5) $(-)/(-) = (+)$ |
| 2) $(-)\cdot(+)=(-)$   | 6) $(-)/(+) = (-)$ |
| 3) $(+)\cdot(+)=(+)$   | 7) $(+)/(+) = (+)$ |
| 4) $(+)\cdot(-)=(-)$   | 8) $(+)/(-) = (-)$ |

9)  $n \in \mathbb{N}$  olmak üzere  $(-)^{2n} = (+)$  dir.

10)  $n \in \mathbb{N}$  olmak üzere  $(-)^{2n-1} = (-)$  dir.

11)  $n \in \mathbb{N}$  olmak üzere  $(+)^n = (+)$  dir.

**Tam Sayılarda Bölünebilme**

$m, n, r \in \mathbb{Z}$  olmak üzere  $m \cdot n = r$  olsun. Bu durumda  $m$  ve  $n$  ye  $r$  nin bölenleri (çarpanları)  $r$  ye de  $m$  ve  $n$  nin bir katı denir.  $m, r$  nin bir böleni ise bu durum  $m \mid_r$  ile, aksi takdirde

$m \nmid_r$  ile gösterilir.

**2 ile bölünebilme:** Çift tam sayılar 2 ile tam bölünür.

**3 ile bölünebilme:** Verilen sayının rakamları toplamı 3 veya 3 ün katı ise sayı 3 ile tam bölünür.

**4 ile bölünebilme:** Verilen sayının son iki basamağı (birler ve onlar basamağı) 4 ile tam bölünebiliyor ise verilen sayı 4 ile tam bölünür.

**5 ile bölünebilme:** Verilen sayının birler basamağı 0 veya 5 ise sayı 5 ile tam bölünür.

**7 ile bölünebilme:** Verilen sayının rakamları altına sağdan sola doğru sırasıyla 1, 2, 3 sayıları yazılır. Bu rakamlar altlarına yazdığımız sayılar ile çarpılır. Daha sonra sağdan sola üçerli gruplar hâlinde alınıp bu gruplar (+), (-) ile çarpılıp toplanır. Sonuç 7 veya 7'nin katı ise verilen sayı 7 ile tam bölünür.

**8 ile bölünebilme:** Verilen sayının son üç basamağı (birler, onlar ve yüzler basamağı) 8 ile bölünebiliyor ise sayı 8'e tam bölünür.

**9 ile bölünebilme:** Verilen sayının rakamları toplamı 9 veya 9 un katı ise sayı 9 ile tam bölünür.

**10 ile bölünebilme:** Verilen sayının birler basamağı 0 ise verilen sayı 10 ile tam bölünür.

**11 ile bölünebilme:** Verilen sayı sağdan sola doğru sırası ile (+), (-) ile çarpılıp toplanır. Sonuç 11 veya 11 in katı ise verilen sayı 11 ile tam bölünür.

**Örnek**

Hangi  $n$  doğal sayıları için  $(n+1) \mid_{(n^2+1)}$  dir.

**Çözüm**

$n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1)$  olduğundan  $\forall n \in \mathbb{N}$  için

$$(n+1) \mid_{(n^2-1)} \text{ dir.}$$

$$(n+1) \mid_{(n^2+1)} \text{ ve } (n+1) \mid_{(n^2-1)} \text{ olduğundan}$$

$$n+1 \mid_{[(n^2+1)-(n^2-1)]} \Rightarrow n+1 \mid_2 \text{ olur.}$$

$n \in \mathbb{N}$  olduğundan ve  $n + 1 \leq 2$  olması gerektiğinden  $n = 0, 1$  elde edilir.

**Kural:**

$[1, x]$  aralığında  $n$  ile bölünebilen doğal sayıların sayısı

$$\left\lfloor \frac{x}{n} \right\rfloor \text{ dir.}$$

**Kural:**

$a \in \mathbb{Z}$  ve  $m, n \in \mathbb{N}$  olsun.

$$n < m \text{ için } a^{2^n+1} \mid_{a^{2^m-1}} \text{ dir.}$$

**Kural:**

$n \geq 2$  olmak üzere  $n$  ve  $k$  iki doğal sayı olsun.

$$n-1 \mid_{n^k-1} \text{ dir.}$$

**Kural:**

$n$  bir doğal sayı ve  $k$  bir tek sayı olsun.

$$(1+2+\dots+n) \mid (1^k+2^k+\dots+n^k) \text{ dir.}$$

**Kural:**

$a, b \in \mathbb{Z}$  olsun.  $a$  sayısı  $b$  ile bölündüğünde kalan  $r$  ise  $2^a - 1$  sayısı  $2^b - 1$  ile bölündüğünde kalan  $2^r - 1$  dir.

**Örnek**

$\{1, 2, \dots, 600\}$  dizisinde 13 ile bölünebilen kaç tane doğal sayı vardır?

**Çözüm**

$$\left\lfloor \frac{600}{13} \right\rfloor = 46 \text{ adettir.}$$

**Örnek**

1000 den küçük kaç doğal sayı 17 ile bölünür?

**Çözüm**

$[1, 1000]$  kümesinde

$$\left\lfloor \frac{1000}{17} \right\rfloor = 58 \text{ ve } 0 \in \mathbb{N} \text{ için } 17 \mid_0 \text{ olup toplam } 58 + 1 = 59$$

adet sayı 17 ile tam bölünür.

**Örnek**

$N = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1)$  sayısının 41 ile bölünebilmesi için  $n$  en az kaç olmalıdır?

**Çözüm**

$$\begin{aligned} N &= 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) \\ &= (1^2 + 1) + (2^2 + 2) + \dots + (n^2 + n) \\ &= (1^2 + 2^2 + \dots + n^2) + (1 + 2 + \dots + n) \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n \cdot (n+1)}{2} \\ &= \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \end{aligned}$$

sayısının 41 ile bölünebilmesi için  $n(n+1)(n+2)$  çarpanlarından en az biri 41 e bölünmelidir.

$$n+2 = 41 \Rightarrow n = 39 \text{ olmalıdır.}$$

**Teorem:**

$m, n$  ve  $r$  tam sayı olmak üzere,

- $\forall m \in \mathbb{Z}$  iken  $a \mid_0$  dir.
- $\forall m \in \mathbb{Z}$  için  $\pm 1 \mid_m$  ve  $\pm m \mid_m$  dir.
- $m \mid_{\pm 1} \Leftrightarrow m = \mp 1$  dir.
- $m \mid_n$  ise  $\pm m \mid_{\pm n}$  dir.
- $m \mid_n$  ve  $n \mid_r$  ise  $m \mid_r$  dir.
- $m \mid_n$  ve  $n \mid_m$  ise  $m = \pm n$  dir.
- $c \neq 0$  olmak üzere  $cm \mid_{cn}$  ise  $m \mid_n$  dir.
- $m_1 \mid_{n_1}$  ve  $m_2 \mid_{n_2}$  ise  $m_1 \cdot m_2 \mid_{n_1 \cdot n_2}$  dir.
- $m \mid_n$  ve  $m \mid_r$  ise  $m \mid_{n+r}$  dir.

**Çıkış Sorular**

$k \mid_m$  gösterimi  $k$  sayısının  $m$  sayısını tam bölündüğünü ifade eder.

Buna göre  $a, b$  ve  $c$  tam sayıları için,

- $c \mid a \cdot b$  ise  $c \mid a$  ve  $c \mid b$  dir.
- $a \cdot b \mid c$  ise  $a \mid c$  ve  $b \mid c$  dir.
- $a \mid b$  ve  $b \mid c$  ise  $a \mid c$  dir.

yargılarından hangileri **daima** doğrudur?

- A) Yalnız I                      B) I ve II                      C) I ve III  
D) II ve III                      E) Yalnız III

**Çözüm**

$c$  sayısı  $a \cdot b$  yi bölüyor ise  $c \mid_a$  ve  $c \mid_b$  doğru olmayabilir,  $6 \mid_{2 \cdot 3}$  tür ama  $6 \mid_2$  ve  $6 \mid_3$  yanlıştır. II ve III. öncül doğrudur.

**Cevap D**

**Tanım:**

(Asal Sayı) :  $n > 1$  tam sayısının kendisinden ve birden başka pozitif böleni yoksa  $n$ 'ye asal (= prime) sayı denir.

**Tanım:**

(Bileşik Sayı): Asal olmayan sayılara bileşik (= combined) sayı denir.

**Tanım:**

Aralarındaki fark iki olan asal sayılara ikiz asallar denir.

**Teorem:**

Her bileşik sayının en az bir asal çarpanı vardır.

**Teorem (Euclid):**

Asal sayıların sayısı sonsuzdur.

Bir sayının tüm bölenlerinin sayısı pozitif bölenlerinin sayısının iki katıdır.

Uyarı !

### Teorem (Bölme Algoritması):

$m, n \in \mathbb{Z}$ ,  $m, n \neq 0$  ise  $m = q \cdot n + r$ ;  $0 < r < |n|$  olacak şekilde bir tek  $q$  ve  $r$  tam sayı ikilisi vardır.

### En Büyük Ortak Bölen:

$m$  ve  $n$  tam sayılar olmak üzere  $k|m$  ve  $k|n$  ise  $k$  ye  $m$  ve  $n$  nin bir ortak böleni denir.

$m$  ve  $n$  yi bölen en büyük pozitif  $d$  tam sayısına  $m$  ve  $n$  nin en büyük ortak böleni (=obeb = ebob) denir.

$d = (m, n)$  ile gösterilir.

### Uyarı

1) Tanıma göre  $d$ 'nin  $m$  ve  $n$ 'nin obeb'i olması için gerek ve yeter şart

i)  $d|m$  ve  $d|n$  olması,

ii)  $k, k|m$  ve  $k|n$  özelliğindeki bir başka ortak bölen iken  $k|d$  olmasıdır.

2) İki'den fazla sayının obeb'i de benzer şekilde tanımlanır.

### Uyarı

Obeb verilen tam sayıların pozitif lineer toplamlarının en küçüğüdür.

### Teorem:

Sıfırdan farklı iki tam sayının obeb'i tektir.

**Teorem:**  $(m, n) = d \Leftrightarrow \left(\frac{m}{d}, \frac{n}{d}\right) = 1$ 'dir.

### Teorem:

$(a, b) = 1$  ve  $(a, c) = 1$  ise  $(a, b, c) = 1$ 'dir.

### Teorem:

$\frac{a}{b} \cdot c$  ve  $(a, b) = 1$  ise  $\frac{a}{c}$  dir.

### En Küçük Ortak Kat:

$a, b$  sıfırdan farklı tam sayılar olsun.

a)  $k \in \mathbb{N}$  olmak üzere  $a|k$  ve  $b|k$  ise  $k$ 'ye  $a$  ve  $b$ 'nin bir ortak katı denir.

b)  $k, a$  ve  $b$ 'nin bir ortak katı olsun. Eğer  $t; a$  ile  $b$ 'nin bir başka ortak katı iken  $k|t$  ise  $k$ 'ye  $a$  ile  $b$ 'nin en küçük ortak katı (ekok) denir ve  $[a, b] = k$  ile gösterilir.

### Teorem:

$a, b \neq 0$  iki tam sayı ise  $(a, b) \cdot [a, b] = |a \cdot b|$  dir.

### Örnek

$x \in \mathbb{N}$  olmak üzere  $p = x^2 - 1$  olacak şekildeki tüm  $p$  asal sayılarını bulunuz.

### Çözüm

$P = (x - 1)(x + 1)$  sayısının çarpanları

$\left. \begin{array}{l} 1 \cdot p \\ p \cdot 1 \end{array} \right\} P$  asal olduğundan çarpanı 1 ve kendisidir.

$(-1) \cdot (-p)$

$(-p) \cdot (-1)$  tipindedir.

$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2, p = 3$  asaldır.

$x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0, p = -1$  asal değil.

$x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0, p = -1$  asal değil

$x + 1 = -1 \Rightarrow x = -2, x = -2 \notin \mathbb{N}$

Çözüm kümesi  $p = \{3\}$  tür.

### Örnek

$x \in \mathbb{N}$  olmak üzere  $p = x^3 - 1$  şeklindeki tüm  $p$  asallarını bulunuz.

### Çözüm

$P = (x - 1)(x^2 + x + 1)$  sayısının çarpanları

$p \cdot 1$

$1 \cdot p$

$(-1) \cdot (-p)$

$(-p) \cdot (-1)$  tipindedir.

$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2, p = 2^2 + 2 + 1 = 7$  asaldır.

$x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0, p = -1$  asal değildir.

$x^2 + x + 1 = 1 \Rightarrow x(x + 1) = 0$

$\Rightarrow x = 0$  veya  $x = -1$

$p = -1$  asal değil  $p = -2$  asal değil

$x^2 + x + 1 = -1 \Rightarrow x^2 + x + 2 = 0$

$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2} \notin \mathbb{N}$

Çözüm kümesi  $x = \{7\}$  dir.

### Örnek

$(a, 4) = 2$  ve  $(b, 4) = 2$  iken  $(a + b, 4)$  nedir?

KPSS  
2024  
ÖABT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

VIDEO  
DESTEKLİ

# LİSE MATEMATİK

Arti - Yapay  
Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme  
Ayak İzi

Hibrit Kitap  
Teknolojisi

GEOMETRİ  
İSTATİSTİK VE OLASILIK  
KONU ANLATIMLI



Hibrit kitaba erişebilmek  
için QR kodu okutunuz.

PEGEM AKADEMİ



**Komasyon**  
**ÖABT Lise Matematik Geometri - İstatistik ve Olasılık Konu Anlatımlı**

ISBN 978-625-6890-83-1

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eęit. Dan. Hizm. Tic. Ař'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere

<http://pegem.net> adresinden ulaşılabilmektedir.

11. Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balın

Dizgi-Grafik Tasarım: İlknur Öztürk

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. şti.

İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara

Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 47865

### İletişim

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: [www.pegem.net](http://www.pegem.net)

E-ileti: [pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net)

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

## ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "Lise Matematik Öğretmenliği Geometri-İstatistik ve Olasılık 3. Kitap" adlı yayıncımız Geometri - İstatistik ve Olasılık bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) Lise Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı [pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net) adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır. Sorunuz en kısa sürede ekibimiz tarafından cevaplandırılacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...



Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak ulaşabilirsiniz.



<https://depo.pegem.net/2024oabt-lisemat-ka-guncelleme.pdf>

## TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

### Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



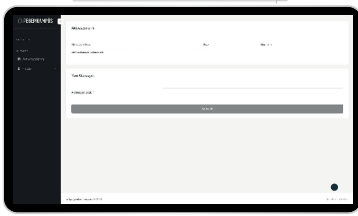
- 1 Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
- 3 Konu sonu testlerini çözebilir.



Detaylı anlatım için  
QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılıklarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

### Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:



#### 1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna [arti.pegemkampus.com](http://arti.pegemkampus.com) yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.

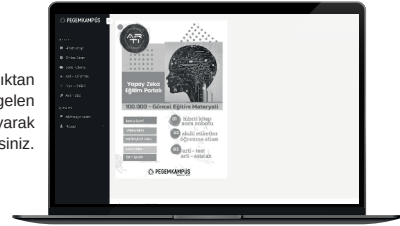


Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "Aktivasyonlarım" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.

#### 2. Adım Aktivasyon

#### 3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "Hibrit Kitap" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



**Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.  
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.**



Pegem Kampüs İletişim Hattı  
**0312 418 51 55**



## İÇİNDEKİLER

## 1. BÖLÜM

## UZAYDA VEKTÖRLER

UZAYDA VEKTÖRLER.....	1
İki Vektörün Paralellliği.....	2
Vektörlerin Lineer Bileşimi.....	2
Lineer Bağımlılık – Lineer Bağımsızlık.....	2
Standart Birim Vektörleri.....	2
Vektörlerin İç (Skaler) Çarpımı.....	2
İki Vektör Arasındaki Açık.....	3
Dik İzdüşüm Vektörü.....	3
Vektörel (Çapraz) Çarpım.....	4
Paralelkenarın Alanı.....	5
Paralelyüzün Hacmi.....	6
Çözümlü Test.....	9
Çözümler.....	11

## UZAYDA DOĞRU ve DÜZLEM DENKLEMİ

UZAYDA DOĞRU VE DÜZLEM DENKLEMİ.....	13
İki Noktası Belli Olan Doğru Denklemi.....	13
Düzlem.....	14
Çözümlü Sorular - I.....	16
Bir Noktanın Düzleme Uzaklığı.....	19
Çözümlü Sorular - II.....	19
Uzayda İki Doğrunun Birbirlerine Göre Durumları ve Kesişme Noktasının Bulunması.....	22
Bir Noktanın Bir Doğruya Olan Uzaklığı.....	23
Aykırı İki Doğru Arasındaki En Kısa Uzaklık ve Ortak Dikme ve Dikme Ayaklarının Bulunması.....	24
Çözümlü Sorular.....	24
İki Düzlemin Birbirlerine Göre Konumu ve İki Düzlem Arasındaki Açık.....	28
Bir Düzlem ile Bir Doğru Arasındaki Açık.....	28
İki Düzlemin Açıkortay Düzlemi.....	28
Çözümlü Sorular.....	28
Bir Doğrudan Geçen Düzlem Demeti.....	30
Uzayda Simetri.....	31
Çözümlü Sorular.....	32
Çözümlü Test - 1.....	37
Çözümler.....	39

Çözümlü Test - 2.....	41
Çözümler.....	43

## YÜZEYLER

$E^3$ DE YÜZEY.....	46
KÜRE.....	46
Küre Olma Koşulları.....	47
Kürenin Parametrik Denklemi.....	48
Kürenin Teğet Düzlemi.....	48
SİLİNDİR.....	48
KONİ.....	50
Bazı Kuadratik Yüzeyleler.....	54
Çözümlü Sorular.....	54
Silindirin İsimlendirilmesi.....	55
Dönel Yüzeyleler.....	57
SİLİNDİRİK KOORDİNATLAR.....	59
KÜRESEL KOORDİNATLAR.....	59
Çözümlü Test.....	60
Çözümler.....	62

## KONİKLER

TANIM.....	64
Genel Konik Denkleminde $x, y$ -li Terimi Yok Etme.....	64

## ELİPS - HİPERBOL - PARABOL

ELİPS.....	66
Elipsin Denklemi.....	66
Elipsin Teğet ve Normal Denklemleri.....	67
Elipsin Parametrik Denklemi.....	68
HİPERBOL.....	70
Hiperbolün Denklemi.....	70
PARABOL.....	73
Parabolün Denklemi.....	73
Çözümlü Test.....	82
Çözümler.....	84
Karma Test - 1.....	86
Çözümler.....	88
Karma Test - 2.....	90
Çözümler.....	92

## 2. BÖLÜM

## İSTATİSTİK VE OLASILIK

TEMEL KAVRAMLAR.....	94
Sayısal Bilgi, Veri, Ölçüm .....	94
Değişken ve Türleri.....	94
Fonksiyon .....	94
Evren ve Örneklem.....	96
İstatistik ve Parametre.....	96
Çözümlü Test.....	97
Çözümler .....	99

## VERİNİN DÜZENLENMESİ VE MERKEZE EĞİLME ÖLÇÜLERİ

VERİNİN DÜZENLENMESİ.....	100
Grafik Çizme.....	100
Merkeze Eğilme (Yığılma) Ölçüleri.....	101
Mod (Tepe Değer).....	101
Medyan (Ortanca).....	101
Aritmetik Ortalama.....	102
Mod, Medyan ve Ortalamanın Karşılaştırılması	103
Ağırlıklı Ortalama.....	104
DEĞİŞME (DAĞILMA) ÖLÇÜLERİ .....	105
Ranj (Açıklık) .....	105
Mutlak Kayma.....	105
Varyans ve Standart Kayma .....	105
Bağıl Değişkenlik Katsayısı .....	107
STANDARTLAŞTIRMA (z ve T PUANLARI).....	107
z Puanı .....	107
T Puanı .....	107
Çözümlü Test.....	109
Çözümler .....	112

## OLASILIK

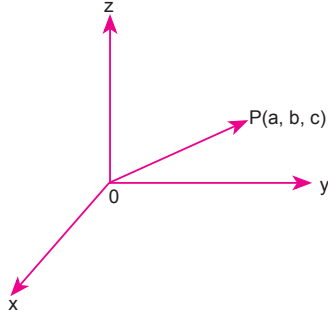
TEMEL KAVRAMLAR.....	114
Olasılık.....	115
Birleşik Olayların Olasılığı .....	116
Ayrık İki Olayın Birleşiminin Olasılığı.....	116
Olaylar Arasındaki Bağlılıklar .....	117
Şartlı Olaylar ve Olasılıklar .....	117
Bağımsız Olaylar .....	118
Çözümlü Sorular.....	119
TESADÜFİ DEĞİŞKEN, OLASILIK FONKSİYONU VE BEKLENEN DEĞER.....	121
Tesadüfi Değişkenin Beklenen Değeri.....	127
Varyans Hesabı .....	130
Momentler.....	133
Moment Çıkaran Fonksiyon.....	133
Birleşik Olasılık Dağılımı.....	135
Ortak Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu.....	135
Marjinal Olasılık Fonksiyonları.....	136
Kovaryans ve Korelasyon.....	138
Çözümlü Test.....	145
Çözümler .....	148

## OLASILIK DAĞILIMLARI

OLASILIK.....	150
Binom Olasılık Dağılımı .....	150
Poisson Olasılık Dağılımı .....	152
Hipergeometrik Olasılık Dağılımı.....	153
Normal Olasılık Dağılımı.....	160
Standart Normal Olasılık Dağılımı .....	161
Çözümlü Test.....	163
Çözümler .....	166
Çözümlü Deneme - 1 .....	168
Çözümler .....	171
Çözümlü Deneme - 2.....	174
Çözümler .....	177

## UZAYDA VEKTÖRLER

$\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbb{R}\}$  kümesine 3 boyutlu vektör uzayı denir. Vektörlerin başlangıç noktası orijin olmak üzere,  $\mathbb{R}^3$  ün her noktasına bir vektör karşılık gelir.



$\vec{OP} = (a, b, c)$  ise a, b, c sayılarına  $\vec{OP}$  yer vektörünün bileşenleri denir. P noktasının orijine olan uzaklığına,  $\vec{OP}$  vektörünün normu (uzunluğu) denir ve  $|\vec{OP}|$  ile gösterilir.

$\vec{OP} = (a, b, c) \Rightarrow |\vec{OP}| = |\vec{P}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$  dir.

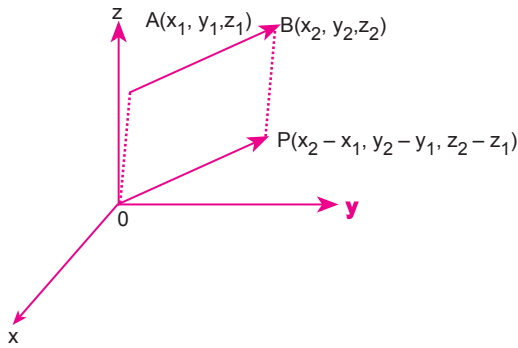
$\vec{AB}$  vektörüne eş, başlangıç noktası orijin olan  $\vec{OP}$  vektörüne,  $\vec{AB}$  vektörünün yer vektörü denir.

$A(x_1, y_1, z_1)$  ve  $B(x_2, y_2, z_2)$  ise;

$\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$

$|\vec{OP}| = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Normu 1 olan vektöre birim vektör denir.



## Çıkış Sorular

Uzayda  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(2, -1, -4)$  ve  $C(m, 2, -1)$  noktaları veriliyor.

$\vec{AB} \perp \vec{AC}$  olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -27 B) -29 C) 14 D) 29 E) 27

## Çözüm

$$\vec{AB} = (1, -3, -7) \quad \vec{AC} = (m - 1, 0, -4)$$

$$\vec{AB} \perp \vec{AC} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0 \text{ dir.}$$

$$1(m - 1) + (-3) \cdot 0 + (-7)(-4) = 0$$

$$m + 27 = 0$$

$$m = -27 \text{ olur.}$$

**Cevap A**

## Örnek

$A(1, -1, 1)$  ve  $B(2, a, -3)$  noktaları veriliyor.

$|\vec{AB}| = \sqrt{26}$  br olduğuna göre a sayısının alabileceği değerleri bulunuz.

## Çözüm

$$\vec{AB} = (1, a + 1, -4)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{26} \Rightarrow \sqrt{1^2 + (a + 1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{26}$$

$$\Rightarrow (a + 1)^2 + 17 = 26$$

$$\Rightarrow (a + 1)^2 = 9$$

$$\Rightarrow |a + 1| = 3 \Rightarrow a = 2 \text{ veya } a = -4$$

## Çıkış Sorular

Dik koordinat düzleminde verilen  $\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  vektörleri için  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$ ,  $\|\vec{u} + \vec{v}\| + \|\vec{u} - \vec{v}\| = 16$  olduğuna göre,  $\|\vec{u} + \vec{v}\|$  değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

## Çözüm

$$\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}$$

$$\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}$$

$$\Rightarrow \|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 4 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v} \text{ olur.}$$

Buna göre;

$$\frac{(\|\vec{u} + \vec{v}\| + \|\vec{u} - \vec{v}\|) \cdot (\|\vec{u} + \vec{v}\| - \|\vec{u} - \vec{v}\|)}{16} = 4 \cdot 8$$

$$\|\vec{u} + \vec{v}\| - \|\vec{u} - \vec{v}\| = 2$$

$$+ \|\vec{u} + \vec{v}\| + \|\vec{u} - \vec{v}\| = 16$$

$$2 \cdot \|\vec{u} + \vec{v}\| = 18 \Rightarrow \|\vec{u} + \vec{v}\| = 9 \text{ olur.}$$

**Cevap B**

**İki Vektörün Paralellliği**

$\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ ,  $k \neq 0$ ,  $\vec{a} \neq \vec{0}$ ,  $\vec{b} \neq \vec{0}$  olmak üzere,

$$\vec{a} = k \cdot \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} // \vec{b} \text{ dir.}$$

$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$  ve  $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$  olmak üzere

$$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} \text{ dir.}$$

**Örnek**

A(2, 4, 2) ve B(6, 2, 4) noktaları ile

$\vec{v} = (x - y, x + 2y, 1)$  vektörü veriliyor.

$\vec{AB} // \vec{v}$  olduğuna göre, (x, y) ikilisini bulunuz.

**Çözüm**

$$\vec{AB} = (4, -2, 2)$$

$$\vec{v} = (x - y, x + 2y, 1)$$

$$\vec{AB} // \vec{v} \Rightarrow \frac{x - y}{4} = \frac{x + 2y}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 2 \\ x + 2y = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow (x, y) = (1, -1) \text{ olur.}$$

**Vektörlerin Lineer Bileşimi**

$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \dots, \vec{V}_n \in \mathbb{R}^3$  ve  $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n \in \mathbb{R}$

olmak üzere,

$\vec{u} = k_1 \cdot \vec{V}_1 + k_2 \cdot \vec{V}_2 + k_3 \cdot \vec{V}_3 + \dots + k_n \cdot \vec{V}_n$  vektörüne,

$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \dots, \vec{V}_n$  vektörlerinin lineer bileşimi denir.

**Lineer Bağımlılık – Lineer Bağımsızlık**

$\mathbb{R}^3$  de  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \dots, \vec{V}_n$  vektörleri verilsin.

$c_1 \cdot \vec{V}_1 + c_2 \cdot \vec{V}_2 + c_3 \cdot \vec{V}_3 + \dots + c_n \cdot \vec{V}_n = \vec{0}$  denklemi yalnız

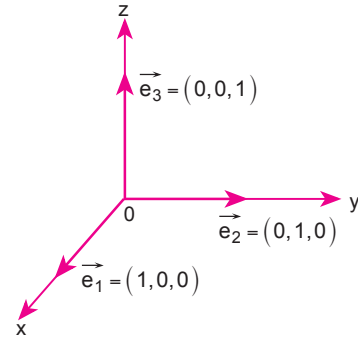
$c_1 = c_2 = c_3 = \dots = c_n = 0$  için sağlanırsa bu vektörlere lineer bağımsız;  $c_1 = c_2 = c_3 = \dots = c_n = 0$  değerlerinden en az biri sıfırdan farklı olacak şekilde sağlanırsa bu vektörlere lineer bağımlı denir.

$V = \{\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n\}$ ,  $\mathbb{R}^3$  uzayının bir alt kümesi olmak üzere  $\det(\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n) = A$  olsun.

I.  $A = 0 \Leftrightarrow V$  kümesi lineer bağımlı,

II.  $A \neq 0 \Leftrightarrow V$  kümesi lineer bağımsızdır denir.

Uyarı!

**Standart Birim Vektörleri**

$\mathbb{R}^3$  vektör uzayında üzerinde bulunduğu eksen ile pozitif yönlü birim vektörlere, standart birim vektörler denir.

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = (1, 0, 0)$$

$$\vec{e}_2 = \vec{j} = (0, 1, 0)$$

$$\vec{e}_3 = \vec{k} = (0, 0, 1)$$

**Vektörlerin İç (Skaler) Çarpımı**

Her  $\vec{A}, \vec{B} \in \mathbb{R}^3$  için;

$\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$  ve  $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$  olmak üzere,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \langle \vec{A}, \vec{B} \rangle = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

şeklinde tanımlanan işleme, " $\mathbb{R}^3$  de Öklid iç çarpım işlemi" denir.

Özellikleri

- $|\vec{A}| = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}}$ ,  $|\vec{A}|^2 = \vec{A} \cdot \vec{A}$
- $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$  (değişme özelliği)
- $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$  (çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliği)

## 1.BÖLÜM

## Örnek

$\vec{A} = (3, a, -2)$  ve  $\vec{B} = (a, 2, 10)$  vektörleri veriliyor.  
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = 5$  olduğuna göre  $a$  sayısının kaç olacağını bulunuz.

## Çözüm

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= 5 \\ 3a + 2a - 2 \cdot 10 &= 5 \\ 5a &= 25 \\ a &= 5\end{aligned}$$

## İki Vektör Arasındaki Açık

$\vec{A}, \vec{B} \in \mathbb{R}^3$  verilsin.  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörleri arasındaki açının ölçüsü  $\alpha$  olmak üzere,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha \text{ olur.}$$

$\vec{A} \perp \vec{B}$  ise  $\alpha = 90^\circ$  için  $\cos \alpha = 0$  olduğundan  
 $\vec{A} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$  olur.

## Örnek

$\vec{A} = (-1, 2, 3)$  ve  $\vec{B} = (1, -1, 2)$  vektörleri arasındaki açının cosinüsünü bulunuz.

## Çözüm

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \theta \\ -1 - 2 + 6 &= \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3}{2\sqrt{21}}\end{aligned}$$

## Örnek

$\vec{A} = (1, 1, 2)$  ve  $\vec{B} = (\sqrt{3} - 1, -\sqrt{3} - 1, 4)$  vektörleri arasındaki açının cosinüsünü bulunuz.

## Çözüm

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} \\ \vec{A} \cdot \vec{B} &= \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1 + 8 = 6 \\ |\vec{A}| &= \sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (2)^2} = \sqrt{6} \\ |\vec{B}| &= \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2 + (-\sqrt{3} - 1)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{4 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3} + 16} \\ &= \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \\ \cos \theta &= \frac{6}{\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{6}} \text{ olur.} \\ \cos \theta &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

## Örnek

$\vec{A}$  ile  $\vec{B}$  vektörleri arasındaki açının ölçüsü  $45^\circ$ ,

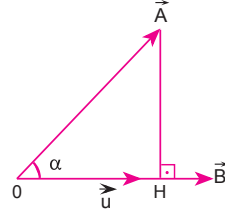
$|\vec{A}| = 2\sqrt{2}$  ve  $|\vec{B}| = 3$  olduğuna göre,

$(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (3\vec{A} - 2\vec{B})$  iç çarpımının sonucunu bulunuz.

## Çözüm

$$\begin{aligned}(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (3\vec{A} - 2\vec{B}) &= 3 \cdot \vec{A} \cdot \vec{A} + 3 \cdot \vec{A} \cdot \vec{B} - 2\vec{A} \cdot \vec{B} - 2 \cdot \vec{B} \cdot \vec{B} \\ &= 3 \cdot |\vec{A}|^2 + \vec{A} \cdot \vec{B} - 2 \cdot |\vec{B}|^2 \\ &= 3 \cdot 8 + 2\sqrt{2} \cdot 3 \cdot \cos 45^\circ - 2 \cdot 9 \\ &= 24 + 6 - 18 \\ &= 12 \text{ olur.}\end{aligned}$$

## Dik İzdüşüm Vektörü



$\vec{A} = (x_1, y_1, z_1), \vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$  vektörleri verilsin.

$\vec{A}$  vektörünün  $\vec{B}$  vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü

$\vec{OH} = \vec{u}$  olsun.  $\vec{A}$  ile  $\vec{B}$  arasındaki açı  $\alpha$  olmak üzere;

$$\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} \text{ dir. } \cos \alpha = \frac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{A}\|} \text{ yazılırsa}$$

$$\frac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{A}\|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} \Rightarrow \|\vec{u}\| = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|} \text{ dik izdüşüm vektörü-}$$

nün uzunluğudur.

$$\vec{u} = \|\vec{u}\| \cdot \frac{\vec{B}}{\|\vec{B}\|} \text{ olacağından}$$

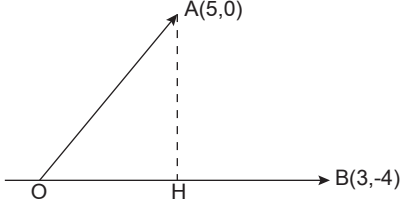
$$\vec{u} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|^2} \cdot \vec{B} \text{ dik izdüşüm vektörünü verir.}$$

## Çıkış Sorular

Düzlemde  $A(5, 0)$  vektörünün  $B(3, -4)$  vektörü üzerine dik izdüşüm vektörünün uzunluğu kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

## Çözüm



$$\|OH\| = \frac{\langle \vec{A}, \vec{B} \rangle}{\|\vec{B}\|}$$

$$\|OH\| = \frac{5 \cdot 3 + 0 \cdot (-4)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\|OH\| = 3 \text{ br bulunur.}$$

Cevap C

## Örnek

$\vec{A} = (1, 4, 2)$  ve  $\vec{B} = (-2, 1, 3)$  vektörleri veriliyor.

$\vec{A}$ 'nın  $\vec{B}$  üzerindeki dik izdüşümünün uzunluğunun ve dik izdüşüm vektörünü bulunuz.

## Çözüm

$$|\vec{u}| = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|} = \frac{-2 + 4 + 6}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 3^2}} = \frac{8}{\sqrt{14}}$$

Dik izdüşüm vektörü;

$$\vec{u} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|^2} \cdot \vec{B} = \frac{8}{14} \cdot (-2, 1, 3) = \frac{4}{7}(-2, 1, 3) \text{ olur.}$$

## Vektörel (Çapraz) Çarpım

$\mathbb{R}^3$  te  $\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$  ve  $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$  vektörleri verilsin.

$\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörlerinin vektörel çarpımı bir  $\vec{C}$  vektörünü verir.

$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$  şeklinde gösterilir.

$\alpha: \vec{A}$  vektörü ile  $\vec{B}$  vektörü arasındaki açı

$\vec{P}; \vec{A}$  vektörü ile  $\vec{B}$  vektörünün yönünü gösteren birim vektör olmak üzere;

$\vec{A}$  ile  $\vec{B}$  nin vektörel çarpımı :

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \vec{P} \cdot \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin \alpha \text{ dir.}$$

Elde edilen  $\vec{C}$  vektörü,  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörlerinin ait olduğu düzleme dik olan bir vektördür.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri, vektörel çarpımı verir.

## Örnek

$\vec{A} = (3, 1, 0)$  ve  $\vec{B} = (0, 1, 2)$  olduğuna göre,

$\|\vec{A} \times \vec{B}\|$  kaçtır?

## Çözüm

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k} \\ = (2, -6, 3)$$

$$\|\vec{A} \times \vec{B}\| = \sqrt{2^2 + (-6)^2 + 3^2} \\ = \sqrt{4 + 36 + 9} \\ = 7 \text{ olur.}$$

## Özellikleri:

$\forall \vec{A}, \vec{B}, \vec{C} \in \mathbb{R}^3$  ve  $k \in \mathbb{R}$  olmak üzere;

I.  $\vec{A} \times \vec{A} = 0$

II.  $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

III.  $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) + (\vec{A} \times \vec{C})$

IV.  $(k \cdot \vec{A}) \times \vec{B} = \vec{A} \times (k \cdot \vec{B}) = k \cdot (\vec{A} \times \vec{B}), k \in \mathbb{R}$

V.  $\|\vec{A} \times \vec{B}\| = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin \theta$  ( $\theta$ :  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörleri arasındaki açıdır.)

VI.  $\left. \begin{matrix} \langle \vec{A} \times \vec{B}, \vec{A} \rangle = 0 \\ \langle \vec{A} \times \vec{B}, \vec{B} \rangle = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \vec{A} \perp \vec{A} \times \vec{B} \text{ ve } \vec{B} \perp \vec{A} \times \vec{B} \text{ dir.}$

KPSS  
2024  
ÖABT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

VIDEO  
DESTEKLİ

# LİSE MATEMATİK

Arti - Yapay  
Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme  
Ayak İzi

Hibrit Kitap  
Teknolojisi

ALAN EĞİTİMİ  
KONU ANLATIMLI



Hibrit kitaba erişebilmek  
için QR kodu okutunuz.

PEGEM AKADEMİ



## Komisyon

### ÖABT Lise Matematik Alan Eğitimi Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6890-83-1

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

I I. Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balin

Dizgi-Grafik Tasarım: İlknur Öztürk

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.  
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara  
Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 47865

## İletişim

---

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.  
No: 141/33, Yenimahalle/Ankara  
Yayınevi: 0312 430 67 50  
Dağıtım: 0312 434 54 24  
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60  
İnternet: [www.pegem.net](http://www.pegem.net)  
E-ileti: [pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net)  
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40



## ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "Lise Matematik Öğretmenliği Alan Eğitimi 4. Kitap" adlı yayınlımız Alan Eğitimi bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) Lise Matematik Öğretmenliği Alan Eğitimi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı [pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net) adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır. Sorunuz en kısa sürede ekibimiz tarafından cevaplandırılacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...



Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak ulaşabilirsiniz.



<https://depo.pegem.net/2024oabt-lisemat-ka-guncelleme.pdf>

## TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

### Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



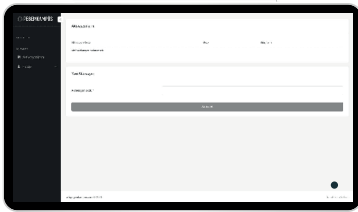
- 1 Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
- 3 Konu sonu testlerini çözebilir.



Detaylı anlatım için QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

### Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:



#### 1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna [arti.pegemkampus.com](http://arti.pegemkampus.com) yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.

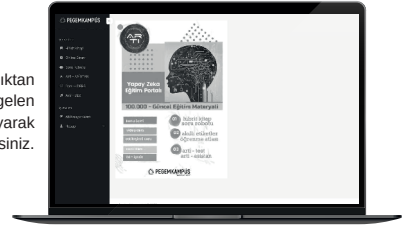


Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "Aktivasyonlarım" sekmesine giderek kodunuzu aktif edebilirsiniz.

#### 2. Adım Aktivasyon

#### 3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "Hibrit Kitap" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.  
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.



Pegem Kampüs İletişim Hattı  
0312 418 51 55

## İÇİNDEKİLER

## 1. BÖLÜM: MATEMATİK NEDİR?

<b>Matematik Nedir?</b> .....	1
Mutlakçılar .....	1
Yarı Deneyselciler.....	2
Teorik-Uygulamalı Matematik .....	2
Klasik-Modern Matematik .....	2
Akademik-Okul Matematiği.....	2
Çözümlü Test.....	5
Çözümler .....	7

## 2. BÖLÜM: MATEMATİĞİ ÖĞRENME VE ÖĞRETME

<b>Matematiği Öğrenme ve Öğretme</b> .....	8
Bilişsel Öğrenme Alanı .....	8
Duyuşsal Öğrenme Alanı.....	8
Devinişsel Öğrenme Alanı .....	8
Davranışçı Yaklaşım.....	8
Klasik Koşullanma .....	8
Edimsel Koşullanma .....	9
Bütünlükçü (Gestaltçı) Yaklaşım.....	9
Fonksiyonist Yaklaşım .....	9
Bilişsel Gelişmeci Yaklaşım .....	9
Yapılandırmacı Yaklaşım .....	9
Buluş Yoluyla Öğrenme .....	10
Okulda Öğrenme (Tam Öğrenme).....	11
Bilgi-İşlem Yaklaşımı .....	11
Anlamlı Öğrenme (Sunuş Yoluyla Öğretim).....	11
Gerçekçi Matematik Eğitimi .....	11
Çoklu Zekâ Kuramı.....	12
Öğrenme Stilleri.....	12
<b>Matematik Öğretimi Yöntemleri</b> .....	12
Düz Anlatım Yöntemi.....	12
Tanımlar Yardımıyla Öğretim .....	12
Buluş Yoluyla Öğretim .....	12
Analizle Öğretim .....	13
Senaryo ile Öğretim.....	13
Gösterip Yaptırma Yöntemiyle Öğretim .....	13
Kurallar Yardımıyla Öğretim .....	13
Deneysel Etkinliklerle Öğretim.....	13
Oyunlarla Öğretim .....	13
Çözümlü Test.....	14
Çözümler .....	15

## 3. BÖLÜM: MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI

<b>Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı</b> .....	16
2006 Programın Özellikleri .....	16
4+4+4 Eğitim Sistemi.....	16
Öğretim Programının Genel Amaçları .....	17
Öğretim Programının Öğrenme-Öğretme Yaklaşımı .....	18
Öğretim Programının Ölçme ve Değerlendirme Yaklaşımı .....	18
Öğretim Programında Yeterlilik ve Beceriler.....	18
Öğretim Programında Değerler Eğitimi .....	19
Öğretim Programının Uygulanmasında Dikkat Edilecek Hususlar.....	20
Öğretim Programının Yapısı .....	20
Çözümlü Test.....	26
Çözümler .....	27

## 4. BÖLÜM: PROBLEM ÇÖZME

<b>Problem Çözme</b> .....	28
Problem Nedir?.....	28
Problem Çözme.....	28
Problemi Anlama .....	28
Çözüm İçin Plan Yapma .....	28
Planın Uygulanması .....	28
Değerlendirme .....	28
Problem Çözme Öğretimi .....	30
Sistematik Liste Yapma .....	30
Tahmin ve Kontrol.....	30
Diyagram Çizme .....	30
Bağıntı Bulma.....	31
Değişken Kullanma.....	31
Benzer Problemlerin Çözümünden Yararlanma .....	31
Geriye Doğru Çalışma.....	31
Eleme .....	31
Tablo Yapma .....	31
Muhakeme etme.....	31
Problem Kurma.....	32
Matematiksel İfadeye Uygun Problem Kurma .....	32
Şekil veya Tabloya Uygun Problem Kurma .....	32
Cevabı Zihinde Tutarak Problem Kurma .....	33

Matematik Eğitiminde Problem Çözme .....	33
Problem Çözme İçin Öğretim .....	33
Problem Çözmeye İlişkin Öğretim .....	33
Problem Çözme ile Öğretim .....	33
Çözümlü Test .....	34
Çözümler .....	36

### 5. BÖLÜM: MANTIK ÖĞRETİMİ

<b>Mantık Öğretimi</b> .....	37
Temel Kavramların Öğretimi .....	37
Önerme Kavramı .....	37
Önermenin Olumsuzluğu (Değili) .....	38
Bileşik Önermeler .....	38
Veya Bağlacı ( $\vee$ ) (Dahili Birleşim) .....	39
Ve Bağlacı ( $\wedge$ ) .....	39
Koşullu Önerme ( $\Rightarrow$ ) .....	39
İki Yönlü Koşullu Önerme ( $\Leftrightarrow$ ) .....	39
Bileşik Önermelerin Özellikleri .....	40
Tek Kuvvet Özelliği .....	40
Değişme Özelliği .....	40
Birleşme Özelliği .....	40
Dağılıma Özelliği .....	40
Totooloji ve Çelişki .....	41
Açık Önermeler .....	41
Evrensel ve Varlıksal Niceleyiciler .....	41
İspat Teknikleri .....	42
İspat Çeşitleri .....	42
Çözümlü Test .....	47
Çözümler .....	49

### 6. BÖLÜM: KÜMELER ÖĞRETİMİ

<b>Kümeler Öğretimi</b> .....	50
Temel Kavramların Öğretimi .....	50
Kümeler Arasındaki İlişkilerin Öğretimi .....	51
Kümelerle İşlemlerin Öğretimi .....	52
Birleşim İşlemi .....	52
Kesişim İşlemi .....	52
Fark İşlemi .....	52
Kartezyen Çarpım .....	52
Çözümlü Test .....	55
Çözümler .....	56

### 7. BÖLÜM: GERÇEK SAYILAR VE DÖRT İŞLEM ÖĞRETİMİ

<b>Gerçek Sayılar Öğretimi</b> .....	57
Karekök Kavramı .....	58
Toplama ve Çıkarma İşlemi Öğretimi .....	59
İşlem Özelliklerinin Öğretimi .....	59
Çarpma İşlemi Öğretimi .....	59
İşlem Özelliklerinin Öğretimi .....	60
Bölme İşlemi Öğretimi .....	60
Gerçek Sayılar .....	61
Eşitlik Özellikleri .....	61
Eşitsizlik Özellikleri .....	62
Asal Sayılar .....	63
Bölünebilme Kuralları .....	64
En Büyük Ortak Bölen (EBOB) ve En Küçük Ortak Kat (EKOK) .....	66
Aralıklar .....	66
Denklem Çözümü .....	67
Çözümlü Test .....	68
Çözümler .....	71

### 8. BÖLÜM: ÜSLÜ VE KÖKLÜ İFADELER ÖĞRETİMİ

<b>Üslü ve Köklü İfadeler Öğretimi</b> .....	73
Üslü İfadeler Öğretimi .....	73
Üslü Denklemler .....	74
Köklü İfadeler Öğretimi .....	74
Çözümlü Test .....	77
Çözümler .....	79

### 9. BÖLÜM: POLİNOMLAR ÖĞRETİMİ

<b>Polinomlar Öğretimi</b> .....	80
Polinomlar Kümesinde İşlemler Öğretimi .....	81
Toplama ve Çıkarma Öğretimi .....	81
Çarpma Öğretimi .....	82
Bölme Öğretimi .....	82
Çarpanlara Ayırma Öğretimi .....	84
Ortak Çarpan Parantezine Alma .....	84
Gruplandırma .....	84
Tam Kare İfadelerin Çarpanlara Ayrılması .....	84
$a^2 + 2ab + b^2$ İfadesinin Çarpanlara Ayrılması .....	85
$a^2 - 2ab + b^2$ İfadesinin Çarpanlara Ayrılması .....	85

$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$ İfadesinin Çarpanlara Ayrılması.....	86
$a^2 - b^2$ İfadesinin Çarpanlara Ayrılması.....	86
$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ İfadesinin Çarpanlara Ayrılması.....	87
$x^3 - a^3$ İfadesinin Çarpanlara Ayrılması.....	87
$ax^2 + bx + c$ Polinomunun Çarpanlara Ayrılması.....	87
Rasyonel İfadeler ve Denklemler Öğretimi.....	89
Çözümlü Test.....	91
Çözümler.....	93

## 10. BÖLÜM: İKİNCİ DERECEDEDEN DENKLEMLER, EŞİTSİZLİKLER VE FONKSİYONLAR ÖĞRETİMİ

<b>İkinci Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler ve Fonksiyonlar Öğretimi.....</b>	<b>94</b>
İkinci Dereceden Denklemler Öğretimi.....	95
Eşitsizlikler Öğretimi.....	98
İkinci Dereceden Fonksiyonlar Öğretimi.....	101
Çözümlü Test.....	103
Çözümler.....	105

## 11. BÖLÜM: OLASILIK VE İSTATİSTİK ÖĞRETİMİ

<b>Olasılık ve İstatistik Öğretimi.....</b>	<b>106</b>
Olasılık Öğretimi.....	107
Toplama Yoluyla Sayma İlkesi.....	107
Çarpma Yoluyla Sayma İlkesi.....	107
Permütasyon.....	107
Tekrarlı Permütasyon.....	108
Kombinasyon.....	108
Binom Açılımı.....	109
Olasılıkla İlgili Temel Kavramlar.....	109
Olay Çeşitleri.....	110
Kesin ve İmkânsız Olaylar.....	110
Tümleyen Olay.....	111
Ayrık ve Ayrık Olmayan Olaylar.....	111
Bağımlı ve Bağımsız Olaylar.....	111
Koşullu Olasılık.....	112
Olasılık Çeşitleri.....	112
İstatistik Öğretimi.....	115
Veri Toplama.....	115
Tablo ve Grafikler.....	116
Merkezî Eğilim ve Yayılma Ölçüleri.....	117

Aritmetik Ortalama.....	117
Tepe Değer (Mod).....	117
Ortanca (Medyan).....	118
Açıklık (Ranj).....	118
Standart Sapma.....	118
Çözümlü Test.....	121
Çözümler.....	123

## 12. BÖLÜM: TRİGONOMETRİ ÖĞRETİMİ

<b>Trigonometri Öğretimi.....</b>	<b>124</b>
Yönlü Açılar Öğretimi.....	124
Trigonometrik Fonksiyonlar Öğretimi.....	126
Trigonometrik Fonksiyonların Grafikleri.....	126
Ters Trigonometrik Fonksiyonların Öğretimi.....	128
Üçgende Trigonometrik Bağıntıların Öğretimi.....	128
Toplam ve Fark Formüllerinin Öğretimi.....	130
Yarım Açılı Formüllerinin Öğretimi.....	130
Trigonometrik Denklemlerin Öğretimi.....	131
Çözümlü Test.....	133
Çözümler.....	135

## 13. BÖLÜM: KARMAŞIK SAYILAR ÖĞRETİMİ

<b>Karmaşık Sayılar Öğretimi.....</b>	<b>136</b>
Karmaşık Sayılar Öğretimi.....	137
Karmaşık Kökler.....	137
Çözümlü Test.....	138
Çözümler.....	139

## 14. BÖLÜM: ÜSTEL FONKSİYON VE LOGARİTMA ÖĞRETİMİ

<b>Üstel Fonksiyon ve Logaritma Öğretimi.....</b>	<b>140</b>
Üstel Fonksiyon.....	141
Logaritma Fonksiyonu.....	141
Onluk ve Doğal Logaritma.....	142
Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri.....	143
Üslü ve Logaritmalı Denklemler ve Eşitsizlikler.....	143
Çözümlü Test.....	144
Çözümler.....	146

**15. BÖLÜM: DİZİLER ÖĞRETİMİ**

<b>Diziler Öğretimi</b> .....	147
Toplam Sembolü .....	147
Diziler .....	148
Monoton Diziler .....	148
Aritmetik Dizi .....	149
Geometrik Dizi .....	149
Çözümlü Test .....	151
Çözümler .....	153

**16. BÖLÜM: FONKSİYON ÖĞRETİMİ**

<b>Fonksiyon Öğretimi</b> .....	154
Fonksiyon Kavramı .....	155
Fonksiyonların Tanım, Değer ve Görüntü Kümesi .....	155
Venn Şeması ile Gösterim .....	156
Liste Biçiminde Gösterim .....	156
Grafiklerle Gösterim .....	156
Cebirsel Gösterim .....	157
Fonksiyonların Grafiği .....	157
Fonksiyon Türleri .....	158
Ters Fonksiyon .....	159
Artan, Azalan ve Sabit Fonksiyonlar .....	159
Çift ve Tek Fonksiyon .....	160
Fonksiyonlarda İşlemler .....	160
Fonksiyonlarda Bileşke İşlemi .....	161
Fonksiyonların En Geniş Tanım Kümesi .....	162
Parçalı Fonksiyonlar .....	162
Mutlak Değer Fonksiyonu .....	162
Çözümlü Test .....	164
Çözümler .....	166

**17. BÖLÜM: LİMİT VE SÜREKLİLİK ÖĞRETİMİ**

<b>Limit ve Süreklilik Öğretimi</b> .....	167
Limit .....	167
Süreklilik .....	169
Çözümlü Test .....	171
Çözümler .....	173

**18. BÖLÜM: TÜREV VE İNTEGRAL ÖĞRETİMİ**

<b>Türev ve İntegral Öğretimi</b> .....	174
Türev .....	175
Türevin Uygulamaları .....	176
Belirli İntegral .....	178
Belirsiz İntegral .....	179
Belirli İntegralin Uygulamaları .....	179
Çözümlü Test .....	181
Çözümler .....	183

**19. BÖLÜM: GEOMETRİ ÖĞRETİMİ**

<b>Geometri Öğretimi</b> .....	184
Çocuklarda Geometrik Düşünmenin Gelişimi ..	185
Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Öğretimi .....	190
Üçgenin Yardımcı Elemanları .....	192
Pisagor Bağıntısı .....	192
Trigonometrik Oranlar .....	192
Analitik Geometri .....	193
Çember ve Daire .....	193
Geometrik Cisimler .....	194
Dönüşüm Geometrisi .....	196
Çözümlü Test .....	200
Çözümler .....	201
<b>Kaynakça</b> .....	202

## MATEMATİK NEDİR?

Matematik, kimilerine göre genel ölçü ve düzen bilimi, kimilerine göre evrensel bir dil, kimilerine göre ise medeniyetten medeniyete zenginleşerek aktarılan sayılar, şekiller, uzaylar gibi soyut varlıkları ve aralarındaki ilişkileri inceleyen bilim dalıdır. Ortak bir tanıma ulaşamamakla birlikte her tanımlamanın ya da betimlemenin doğruluk payının olduğu söylenebilir. Tanımlamaların büyük bir kısmında matematiğin konusunun sayılar, şekiller, fonksiyonlar vb. soyut varlıklar olduğu ve düşünme yapısının da tümdengelim olduğu ifade edilmektedir.

### Örnek

“İki çift sayının çarpımı, çifttir.” önermesinde matematiksel düşüncenin hangi işletim yolu kullanılmaktadır?

- A) İndirgeme
- B) Genelleme
- C) Soyutlama
- D) Tümevarım
- E) Tümdengelim

### Çözüm

“İki çift sayının çarpımı çifttir.” önermesinin doğruluğu gösterilirken  $2n$  ve  $2k$  gibi iki çift sayı alınıp çarpılarak ispat yapılır. Yani en **genel** durum için önermenin doğruluğu gösterilmiş olur ve bilinir ki önerme her **özel** durum için de doğrudur. “Genelden özele” şeklinde özetlenebilen bu düşünce yapısı **tümdengelim**dir.

### Cevap E

Bugünkü matematik bilginin ortaya çıkışı ile ilgili olarak iki yaklaşımdan söz edilmektedir:

1. Matematiği insanoğlu kendi icat etti.
2. Matematik evrende vardı, insanoğlu bunu yaşarken fark etti.

Her iki ekolün de savunucuları kendi yaklaşımlarını haklı çıkaracak bazı kanıtlar ortaya koymaktadır. Bunlardan ikinci yaklaşımı benimseyen grubun sunduğu örneklerden belki de en önemlisi Fibonacci Sayıları ve Altın Oran'dır. İtalyan Matematikçi Leonardo Fibonacci'nin meşhur tavşan probleminden yola çıkarak ulaştığı Fibonacci Dizisi 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... şeklinde olup bu dizideki her bir terimin kendinden önceki terime oranlanmasıyla oluşan yeni dizinin yakınsadığı 1,618 değeri de Altın Oran olarak bilinmektedir. Gerek ardışık Fibonacci sayıları ve gerekse Altın Oran sayısı doğada, resimde, müzikte, mimaride ve daha pek çok yerde şaşırtıcı bir şekilde insanoğlunun karşısına çıkmaktadır.

Matematik yeni bilgilerin üretimi konusunda “kendi kendine yeterlik” özelliği ile diğer bilim dallarından farklılaşmaktadır. Yani matematiğin bilgi üretmek için geçmiş bilgilerin yanında dil ve mantık dışında bir şeye ihtiyaç yoktur.

Matematik, belli bir düzen ve mantıksal sıralamaya sahip kavram ve işlemler üzerine kurulu bir bilimdir. Bu düzen veya intizamı bulmak ve keşfetmek ve sonrasında anlamlandırmak, tam anlamıyla “matematik yapmak” demektir.

Mevcut matematik bilgisinin oluşmasına yönelik teorik matematikçiler “amaç olarak matematik” görüşünü savunurken uygulamalı matematikçiler ise “araç olarak matematik” görüşünü desteklemektedir. Genel inanış ise, bugünkü bilgilerin büyük kısmının matematik yapma amacıyla ve bir kısmının da günlük yaşam problemlerine çözüm ararken ortaya çıktığı yönündedir.

### Örnek

Matematiksel bilginin türeyişinde katkısı olan bilim dalları hangileridir?

- A) Sosyoloji-Psikoloji
- B) Dil-Mantık
- C) Fizik-Kimya
- D) Tıp-Biyoloji
- E) Tarih-Edebiyat

### Çözüm

Matematiğin “kendi kendine yeterlik” özelliği olduğu hatırlanırsa yeni bilgi üretmek için geçmiş bilgilerin yanında katkısı olan bilim dalları sadece **dil ve mantık**tir.

### Cevap B

Matematik bilgisinin doğasına bakış farklılaşabilmektedir. Matematik felsefesine bakıldığında bu farklı algılamalardan dolayı ortaya mutlakçı, kesinlikçi ve öznelci felsefeler çıkmıştır.

### Mutlakçılar

Eflatuncular, matematiğin nesne ve yapılarının insandan bağımsız olarak var olduğunu iddia etmektedirler. Onlara göre matematik yapmak, bizden önce var olan bu nesne ve yapıların keşfedilmesidir.

Matematiğin doğasına deneysel olarak bakan görüş, matematiksel doğruların deneysel yollarla genellenebileceğini söyler. **Deneyselcilik**, matematiği sağlam temeller üzerinde inşa etmeyi amaçlamış ve bunu deneysel kanıtlamalarla yapmaya çalışmıştır.

Matematiği kendi içinde tutarlı bir yapıya kavuşturmak amacıyla onu mantıksal önermelere indirgemeye çalışan **mantıkçılar** olmuştur. Onlara göre matematik, mantıktan başka bir şey değildir. Mantığı kullanılmakta amaç, matematiği kesin biçimde tanımlanmış çıkarsama kurallarına ve aksiyomlara dayandırmaktır. Bu görüşü savunuların başında **Frege**, **Russell** ve **Peano** gelmektedir.

**Formalistlere** göre matematik, soyut nesne ve ilişkileri konu alan simgesel bir sistemdir. Sistemi oluşturan terimler anlamsız birer simge, ilişkileri dile getiren ifadeler içerikten yoksun birer önerme kalıbidirler. Formalistler matematiği, aritmetik ve mantık aksiyonlarıyla sınırlandırarak tutarlılık ve tamlık özelliğine sahip simgesel bir sisteme dönüştürmeye çalışmışlardır. Bu görüşü savunanların başında Hilbert gelmektedir.

Sezgi, matematikçinin formül, sembol veya ispat kullanmadan bir problemin çözümünü ve bir teoremin doğruluğunu görebilmesi, hissedebilmesidir. **Sezgiciler** de mantıkçılar ve formalistler gibi matematikte kesinlik arar. Onlar matematiksel kesinliği, insanın matematiksel tümevarım yeteneğine bağlamaktadır. Bildiğimiz en meşhur sezgiciler Brouwer ile Poincare'dir.

### Yarı Deneyselciler

Lakatos'a göre, matematik felsefesi tarih, yöntem ve yanlışlanabilir bilgi kuramı boyutlarında ele alınmalıdır. Sosyal ve kültürel bir ürün olması nedeniyle matematikçiler yanlışlanabilir ve ürünleri de mükemmel olmayabilir. **Yarı deneyselci** yaklaşım yanlışlanabilirlik kavramına vurgu yapar ve bu sistemde kuramlar ispatlanmaz, açıklanır ve doğrulukları onaylanır. Onlara göre, matematiksel doğrular her zaman yanlışlanabilirlik aşamasında kalmaktadır ve sürekli gelişmeye ve değişmeye açıktır, dinamik bir yapıya sahiptir.

Mutlakçılardan ve yarı deneyselcilerden farklı olarak **gelenekselcilere** göre, matematiğin bilgileri ve doğrulukları, dilbilim geleneklerinden etkilenir ve onlar tarafından şekillenir. Wittgenstein'a göre, matematiksel ve mantıksal doğrular, dilin kabul edilen kurallarına ve gramerine bağlıysa ve bu durumda doğrular dilin kurallarını ve gramerini bozuyorsa yanlışlanabilirlikleri söz konusudur.

### Örnek

**Matematiği soyut nesne ve ilişkiler olarak ele alan ve sistemi oluşturan terimleri anlamsız birer simge, ilişkileri dile getiren ifadeleri içerikten yoksun birer önerme kalıbı olarak görenler hangi yaklaşımın savunucularıdır?**

- A) Sezgici yaklaşım
- B) Deneyselci yaklaşım
- C) Mutlakçı yaklaşım
- D) Formalist yaklaşım
- E) Mantıkçı yaklaşım

### Çözüm

**Formalist yaklaşımı** savunanlar, matematiği soyut nesne ve ilişkileri konu alan bir sistem olarak görmektedirler.

### Cevap D

Matematiği kendi içinde farklı açılardan sınıflandırmak mümkündür. Teorik-uygulamalı matematik, klasik-modern matematik, akademik-okul matematiği gibi.

### Teorik-Uygulamalı Matematik

Matematiğin güzelliği ve zihni uyandırması boyutuyla teorik (pür) matematikçiler ilgilenmektedir. Onlar için önemli olan yapının estetik olması ve bu durumun kişiyi entelektüel doyuma ulaştırmasıdır. Hardy'nin dediği gibi, "Teorik matematikçinin üzerinde uğraştığı sorunların, problemlerin uygulama alanı bulması, işe yaraması veya faydalı olması gibi bir endişesi yoktur."

Teorik matematikçilerin ortaya koyduğu matematiksel bilgilerin diğer bilim dallarında ve günlük yaşamda nasıl kullanılabileceğini araştırmak ise uygulamalı matematikçilerin işidir. Biliyoruz ki çoğu teorik matematik ürünü daha sonraları pratik uygulama alanı bulmuştur.

### Klasik-Modern Matematik

Klasik matematik daha çok aritmetik ağırlıklı, cebirsel işlemlerin yürütülerek problemlerin çözüldüğü ve Euclid'in tanımladığı geometrik nesnelerin üzerine kurulan bir geometrinin ele alındığı matematiktir.

1960'lı yıllarda ABD'de başlatılan eğitim reformlarının sonucunda modern matematik kavramı ortaya çıkmıştır. Modern matematik, küme ve grup kavramlarını kullanarak matematiksel yapıları yeniden tanımlamaktadır. Modern matematik ile birlikte, belli semboller ve formüller kullanılarak yapılan soyutlamalar ve birbirinden bağımsız gibi görünen işlem ve algoritmalar kendi içinde tutarlı ve bağlantılı hâle gelmiştir. Modern matematik müfredatı ülkemizde 1970'li yılların başında uygulanmaya başlanmıştır.

### Akademik-Okul Matematiği

Akademik matematik, teorik matematikçilerin uğraştığı matematik olarak tanımlanabilir. Akademik matematiğin amacı, matematiğin ulaştığı birikimi kullanarak teorik ve pratik alanda matematiğe bilimsel katkıda bulunmaktır.

Okul matematiği "Toplum için nasıl bir insan yetiştirmek istiyoruz?" sorusuna cevap ararken matematik ile ilgili "Ne öğretilim?" ve "Nasıl öğretilim?" konusu ile ilgilidir. Akademik matematik ürünü bilgilerin genç nesillere aktarılması, okul matematiğinin işidir.

Okullarda öğretilen matematiğin amacı her düzeyde bazı farklılıklar göstermektedir. İlköğretim ve ortaöğretim düzeyinde okul matematiğinin amacı, öğrenciye istenilen matematik kültürü vermek ve temel matematiksel beceriler yanında matematiksel düşünme yeteneğini geliştirmektir. Yükseköğretim düzeyindeki okul matematiğinin amacı ise öğrenim görülen alana göre farklılaşmaktadır. Örneğin, Fen Fakültesi Matematik bölümünde okutulan matema-



KPSS  
2024  
ÖABT



# LİSE MATEMATİK

TAMAMI ÇÖZÜMLÜ  
SORU  
BANKASI

 PEGEM AKADEMİ



**Komisyon**

## **ÖABT LİSE MATEMATİK SORU BANKASI**

ISBN 978-625-6890-80-0

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayinevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

18. Baskı: Ağustos 2023, Ankara

Proje-Yayın Yönetmeni: Nilay Balın

Dizgi-Grafik Tasarım: Seyyide Bayraktar

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.  
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara  
Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 47865

### **İletişim**

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: [www.pegem.net](http://www.pegem.net)

E-ileti: [pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net)

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

## ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

Bu kitap, Kamu Personeli Seçme Sınavı (KPSS) Lise Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi ve Alan Eğitimi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinmeniz ve soruları kolaylıkla çözebilmeniz amacıyla farklı soru çeşitleri ile kendinizi geliştirmeniz sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuzluk etmek için hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlık aşamasında, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak şekilde ve ÖABT'de çıkan ve çıkacak sorularla paralel sorular içerecek nitelikte olması hedeflenmiştir. Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan çözümlü anlatımları ve açıklamaları ile bu özgün sorular ÖABT'de çıkacak sorularla konu ve tarz itibarıyla bire bir örtüşmektedir. Ayrıca kitabımızda, testlerin karışık değil de konu başlıklarıyla ayrı ayrı verilmiş olması, hangi konuda eksikliğinizi olduğunu görmenizi ve konu anlatımlı kitabımıza başvurarak bu eksikliklerinizi tamamlamanızı sağlayacak ve size yol gösterecektir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma süreci ile hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin görüş ve önerilerinizi [pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net) adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerinde katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Pegem Akademi Yayıncılık

Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak ulaşabilirsiniz.



<https://depo.pegem.net/2023-oabtlisematematik-sb-guncelleme.pdf>

## İÇİNDEKİLER

## ALAN BİLGİSİ

II. ve III. Dereceden Denklemler .....	3-7
II. Dereceden Eşitsizlikler .....	8-13
Parabol .....	14-19
Polinomlar .....	20-24
Tümevarım (Toplam-Çarpım Sembolü) .....	25-29
Diziler .....	30-34
Aritmetik ve Geometrik Diziler .....	35-39
Seriler .....	40-44
Trigonometri .....	45-50
Karmaşık Sayılar .....	51-61
Logaritma .....	62-72
Limit ve Süreklilik .....	73-77
Türev .....	78-87
İntegral .....	88-99
Analiz .....	100-178
Diferansiyel Denklemler .....	179-198
Soyut Cebir .....	199-221
Lineer Cebir .....	222-256
İstatistik .....	257-267
Geometri .....	268-303
Tarama .....	304-315
Cevap Anahtarı .....	316-318

## ALAN EĞİTİMİ

Test I - II .....	321-379
Tarama I - 2 .....	380-385
Cevap Anahtarı .....	386

ALAN BİLGİSİ

## TEST

1.  $(x - 3a + 12)^2 = 2a - 4$

**x değişkenine bağlı ikinci dereceden denkleminin çözüm kümesi tek elemanlı olduğuna göre, denklemin kökleri toplamı kaçtır?**

- A) -18 B) -12 C) -6 D) 6 E) 12

2.  $(2x - 3) \cdot (x + 2) \cdot (x + 1) = (x + 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 4)$   
denkleminin kökleri çarpımı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 1 D) 2 E) 4

3.  $(m - 2)x^2 + (m + 2)x + 1 = 0$

**denkleminin iki farklı reel kökü olduğuna göre, m'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

4.  $x^2 - 6x + a = 0$

**denkleminin kökleri rasyonel olduğuna göre, a'nın alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5.  $x^2 - 2x - 5 = 0$

**denkleminin köklerinin oranının alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

- A)
- $-\frac{14}{5}$
- B) -2 C)
- $-\frac{7}{5}$
- D)
- $\frac{7}{5}$
- E)
- $\frac{14}{5}$

6.  $x^3 + mx^2 + 2nx - 2014 = 0$

**denkleminin kökleri a, b, c olduğuna göre,  $m^2 - 4n$  ifadesinin a, b, c türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?**

- A)
- $a^2 + b^2 + c^2$
- 
- B)
- $a^2 + b^2 + c^2 - 2014$
- 
- C)
- $a^2 + b^2 + c^2 + 2014$
- 
- D)
- $2014 - abc$
- 
- E) abc

7.  $x^3 - 5x + 7 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1, x_2$  ve  $x_3$  tür.

**Buna göre,  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$  toplamının sonucu kaçtır?**

- A) -42 B) -28 C) -21 D) 21 E) 28

8.  $a \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere,  $x^2 - 16x + a = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

**$x_1 \sqrt{x_2} - x_2 \sqrt{x_1} = \sqrt{4a}$  olduğuna göre, a kaçtır?**

- A) 6 B) 12 C) 24 D) 32 E) 36

9.  $x^2 - (m + 1)x + 1 - 2m = 0$

denkleminin köklerinin kareleri toplamını minimum yapan  $m$  değeri kaçtır?

- A) 6      B) 3      C) -1      D) -3      E) -6

10.  $x^3 + 2ax^2 - 11x - b = 0$

denkleminin köklerinden ikisi,  $x^2 - 3x - 2 = 0$  denkleminin de kökleridir.

Buna göre,  $b$  değeri kaçtır?

- A) -6      B) -3      C) 3      D) 6      E) 12

11.  $x^3 + x^2 - 3kx + x + a = 0$

denkleminin köklerinden biri 3'tür.

Bu denklemin diğer köklerinin çakışık olması için  $k$  kaç olmalıdır?

- A) 3      B)  $\frac{7}{2}$       C) 4      D) -3      E)  $-\frac{7}{2}$

12.  $a, b \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere,  $ax^2 - 3ax - 5b = 0$  denkleminin kökleri arasında  $x_1^2 - 3x_2 = 1$  bağıntısı olduğuna göre,  $a$  sayısı  $b$ 'nin kaç katıdır?

- A) 16      B) 8      C)  $\frac{1}{4}$       D)  $\frac{1}{8}$       E)  $\frac{1}{16}$

13.  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$x^3 + 5x^2 - 3x + 2a = 0$  denkleminin kökleri arasında  $x_1 + x_2 - 3x_3 = 3$  bağıntısı vardır.

Buna göre,  $a \cdot (x_1 + x_2) - x_1 \cdot x_2$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -90      B) -81      C) -72      D) 36      E) 72

14.  $a \neq 0$  olmak üzere,  $ax^2 + bx + c = 0$  denkleminin katsayıları arasında  $a = 2b - 4c$  bağıntısı olduğuna göre, denklemin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{1}{8}$       D)  $-\frac{1}{4}$       E)  $-\frac{1}{2}$

15.  $\sqrt{x-1} + 3 = x$  denklemini sağlayan  $x$  değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) 5      B) 10      C) 15      D) -10      E) -5

16.  $m$  sıfırdan farklı bir reel sayı olmak üzere

$$mx^2 - (m + 2)x - 2m + 1 = 0$$

denkleminin yalnızca bir kökü  $(0, 1)$  aralığında ise  $m$ 'nin en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$       B)  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$       C)  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$   
D)  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$       E)  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \setminus \{0\}$

17.  $a$  ve  $b$  birer değişken olmak üzere,

$a^2 + b^2 + 4abc = 0$  denklemi için  $\frac{a}{b}$  nin alabileceği değerler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4      B) 4      C)  $4c$       D)  $-4c$       E) 0

18.  $ax^2 + x + 1 - 2a = 0$  denkleminin kökleri arasında

$x_1^3 + x_2^3 = -\frac{19}{a^3}$  bağıntısı olduğuna göre,  $a$  tam sayı değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2      B) 1      C) -1      D) -2      E) -3

## ÇÖZÜMLER

1.  $(x - 3a + 12)^2 = 2a - 4$  ikinci dereceden denkleminin çözüm kümesi tek elemanlı ise denklem bir tamkaredir. O hâlde  $2a - 4 = 0$  olmalıdır.  $2a - 4 = 0 \Rightarrow a = 2$ 'dir.

Bu durumda denklem  $(x + 6)^2 = 0$  olup denklemin kökleri  $x_1 = x_2 = -6$ 'dan  $x_1 + x_2 = -12$ 'dir.

**Cevap B**

2.  $(2x - 3)(x + 2)(x + 1) = (x + 2)(x + 1)(x - 4)$   
 $\Rightarrow (2x - 3)(x + 2)(x + 1) - (x + 2)(x + 1)(x - 4) = 0$   
 $\Rightarrow (x + 2)(x + 1)(2x - 3 - x + 4) = 0$   
 $\Rightarrow (x + 2)(x + 1)(x + 1) = 0$   
 $\Rightarrow x + 2 = 0, x + 1 = 0, x + 1 = 0$   
 $\Rightarrow x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = -1$ 'dir.

Bu köklerin çarpımı  $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -2$  bulunur.

**Cevap B**

3.  $(m - 2)x^2 + (m + 2)x + 1 = 0$  II. dereceden denklem olduğundan  $m - 2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 2$  olup denklemin iki farklı reel kökü varsa  $\Delta > 0$  dir.  
 $\Delta > 0 \Rightarrow (m + 2)^2 - 4 \cdot (m - 2) > 0$   
 $\Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 4m + 8 > 0$   
 $\Rightarrow m^2 + 12 > 0$ 'dir.  
 $m^2 + 12 > 0$  eşitsizliği bütün m reel sayıları için sağlanır fakat  $m \neq 2$  olduğu için m'nin alacağı değerlerin toplamı  $-2$ 'dir.

**Cevap E**

4.  $x^2 - 6x + a = 0$  denkleminin kökleri rasyonel ise  $\Delta = b^2 - 4ac$  bir tamkare olmalıdır.  
 $\Delta = 36 - 4a = 4(9 - a)$  ifadesinin tamkare olması için  $a = 9, 8, 5, 0$  değerlerini almalıdır.

**Cevap D**

5.  $x^2 - 2x - 5 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olsun. Bu köklerin oranının alacağı değerler toplamı

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$= \frac{2^2 - 2(-5)}{(-5)} = -\frac{14}{5} \text{ tir.}$$

**Cevap A**

6.  $x^3 + mx^2 + 2nx - 2014 = 0$  denkleminin kökleri a, b ve c ise

$$a + b + c = -m$$

$$ab + ac + bc = 2n$$

$$a \cdot b \cdot c = 2014$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

$$m^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot (2n)$$

$$m^2 - 4n = a^2 + b^2 + c^2 \text{ dir.}$$

**Cevap A**

7.  $x^3 - 5x + 7 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1, x_2$  ve  $x_3$  olmak üzere, kökler toplamı  $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ 'dir.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -x_3 \text{ tür. O hâlde}$$

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = [(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)] + x_3^3$$

$$= -x_3^3 + 3x_1x_2x_3 + x_3^3 = 3x_1x_2x_3$$

$$= 3 \cdot (-7) = -21 \text{ bulunur.}$$

**Cevap C**

8.  $x^2 - 16x + a = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 16$

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = a$$

$$x_1 \sqrt{x_2} - x_2 \sqrt{x_1} = \sqrt{4a} \Rightarrow \sqrt{x_1 x_2} (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}) = \sqrt{4a}$$

$$\Rightarrow \sqrt{a} \cdot (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}) = \sqrt{4a}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = 2 \text{ 'dir.}$$

$$(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})^2 = 2^2 \Rightarrow x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 4$$

$$\Rightarrow 16 - 2\sqrt{a} = 4 \Rightarrow \sqrt{a} = 6$$

$$\Rightarrow a = 36 \text{ bulunur.}$$

**Cevap E**