

KPSS
2024
ÖABT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

VIDEO
DESTEKLİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK

Arti - Yapay
Zeka Asistan

Dijital Öğrenme
Ayak İzi

Hibrit Kitap
Teknolojisi

ANALİZ
KONU ANLATIMLI



Hibrit kitaba erişebilmek için QR kodu okutunuz.

APEGEM AKADEMİ



Komisyon

ÖABT İlköğretim Matematik Analiz Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6890-85-5

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayinevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevdir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere

<http://pegem.net> adresinden ulaşılabilmektedir.

I I. Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balin

Dizgi-Grafik Tasarım: İlknur Öztürk

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.

İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara

Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 47865

İletişim

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "İlköğretim Matematik Öğretmenliği 1. Kitap" adlı yayınımız Analiz bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) İlköğretim Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...



Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak veya linke tıklayarak ulaşabilirsiniz..



<https://depo.pegem.net/2024oabt-ilkogretimmat-ka-guncelleme.pdf>

TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



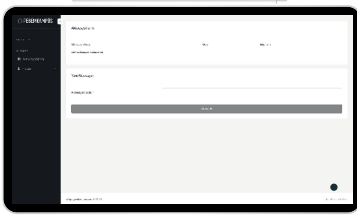
- 1 Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
- 3 Konu sonu testlerini çözebilir.



Detaylı anlatım için QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılıklarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:



1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna arti.pegemkampus.com yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.

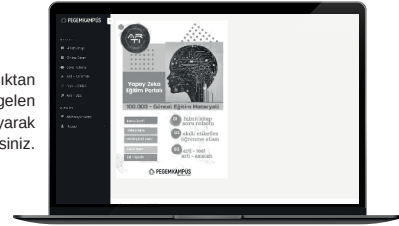


Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "Aktivasyonlarım" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.

2. Adım Aktivasyon

3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "Hibrit Kitap" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.



Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM

FONKSİYONLAR

FONKSİYON ÇEŞİTLERİ.....	2
Birebir fonksiyon	2
Örten fonksiyon.....	3
İçine fonksiyon	4
Sabit fonksiyon.....	4
Tek ve Çift fonksiyon	4
Birim fonksiyon.....	5
Ters fonksiyon	5
Bileşke fonksiyon	5
Bileşke fonksiyonun Özellikleri.....	5
ALIŞILMIŞ FONKSİYON TÜRLERİ.....	6
Kuvvet fonksiyonları.....	6
Polinom fonksiyonlar.....	6
Rasyonel fonksiyonlar.....	6

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR

PARÇALI TANIMLI FONKSİYONLAR	7
MUTLAK DEĞER FONKSİYONU	7
MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER VE DENKLEMLER.....	9
SİGNUM (İŞARET) FONKSİYONU	11
İŞARET FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ	12
TAM DEĞER VE TAM DEĞER FONKSİYONU.....	13
TAM DEĞER FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ.....	13
TAM DEĞER FONKSİYONUNUN GRAFİKLERİ	16
FONKSİYONLARIN EN GENİŞ TANIM KÜMESİ.....	17
FONKSİYON GRAFİKLERİNDE ÖTELEMELER	18

LİMİT

LİMİT	24
SAĞ – SOL LİMİT.....	24
GENİŞLETİLMİŞ REEL SAYILAR KÜMESİ	26
LİMİT İLE İLGİLİ TEOREMLER.....	27
ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN LİMİTİ	28
MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN LİMİTİ	29
SİGNUM FONKSİYONUNUN LİMİTİ	30
TAM DEĞER FONKSİYONLARININ LİMİTİ.....	31
BELİRSİZ DURUMLAR 0/0 BELİRSİZLİĞİ	33
TRİGONOMETRİK 0/0 BELİRSİZLİĞİ	34
∞/∞ BELİRSİZLİĞİ.....	35
$\infty-\infty$ BELİRSİZLİĞİ.....	37
$0 \cdot \infty$ BELİRSİZLİĞİ.....	38
ÜSLÜ, ÜSTEL BELİRSİZLİKLERİN ∞/∞ FORMU.....	39
SÜREKLİLİK.....	40
SÜREKLİLİK TEOREMLERİ	40
SÜREKSİZLİK ÇEŞİTLERİ.....	41
Kaldırılabilir Süreksizlik.....	41
Sıçrama Süreksizliği	41

Sonsuz Süreksizliği.....	41
Balzano Teoremi.....	41
DÜZGÜN SÜREKLİLİK.....	43

TÜREV

TÜREV.....	50
SAĞ-SOL TÜREV.....	51
LİMİT – SÜREKLİLİK – TÜREV İLİŞKİSİ.....	51
TÜREV ALMA KURALLARI.....	52
YÜKSEK MERTEBEDEN TÜREVLER.....	66
ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN TÜREVİ.....	68
Parçalı Fonksiyonların Türevi.....	68
MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN TÜREVİ.....	69
SİGNUM FONKSİYONUNUN TÜREVİ.....	70
TAM DEĞER FONKSİYONUNUN TÜREVİ.....	70
TÜREVİN UYGULAMALARI.....	80
L'Hospital Kuralı.....	80
ÜSTEL BELİRSİZLİKLER.....	83
$1^\infty, 0^0, \infty^0$ Belirsizlikleri.....	83
TÜREVİN FİZİKSEL YORUMU.....	85
POLİNOM – TÜREV İLİŞKİSİ.....	86
DİFERANSİYEL UYGULAMALARI.....	86
MAKSİMUM – MİNİMUM PROBLEMLERİ.....	87
Maksimum – Minimum Problemlerinde Kullanılabilecek Kısayollar.....	90
TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU.....	94
Teğet – Eğim – Türev İlişkisi.....	94
ARTAN – AZALAN FONKSİYONLAR.....	99
YEREL EKSTREMUM DEĞERLER.....	102
Mutlak Maksimum ve Mutlak Minimum Noktası.....	103
TÜREV – EKSTREMUM İLİŞKİSİ.....	103
Grafikte Maksimum ve Minimum Nokta Yorumu.....	105
TÜREVLENEBİLİR BİR FONKSİYONUN EĞRİLİK YÖNÜ.....	106
ASİMPTOT KAVRAMI.....	111
Düşey Asimptot.....	111
Yatay Asimptot.....	112
Eğik-Eğri Asimptot.....	113
FONKSİYONUN GRAFİKLERİ.....	115
TÜREVLE İLGİLİ TEOREMLER.....	115

İNTEGRAL

BELİRSİZ İNTEGRAL.....	131
TEMEL İNTEGRAL ALMA KURALLARI.....	132
İNTEGRAL ALMA YÖNTEMLERİ.....	137
A) Değişken Değiştirme Yöntemi.....	137
ÖZEL DÖNÜŞÜMLER.....	140
$\sqrt{a^2 - x^2}$ İfadesini İçeren İntegraller.....	140
$\sqrt{x^2 - a^2}$ İfadesini İçeren İntegraller.....	141
$x^2 + a^2$ ve $\sqrt{x^2 + a^2}$ İfadesini İçeren İntegraller.....	141
RASYONEL (KESİRLİ) İFADELERİN İNTEGRALİ.....	142
TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İNTEGRALİ.....	146
İndirgeme Bağlıları.....	148
B) Kısmi İntegrasyon Yöntemi.....	148

BELİRLİ İNTEGRAL	154
Riemann İntegrali.....	154
İNTEGRAL HESABIN TEMEL TEOREMLERİ	156
Belirli İntegrallerin Özellikleri.....	156
ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN İNTEGRALI	161
İNTEGRALDE ALAN	163
İNTEGRALDE HACİM.....	164
Kabuk Yöntemi.....	169
Eğri Uzunluğu Hesabı.....	172
Dönel Yüzeyin Alanı.....	174
Pappus – Guldin Teoremi.....	175
ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLAR	
TANIM VE GÖRÜNTÜ KÜMESİ.....	178
Seviye Eğrileri.....	181
Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Limit ve Süreklilik.....	181
Süreklilik.....	184
Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Türev (Kısmi Türev).....	184
Çok Değişkenli Fonksiyonların 2. Türevi.....	186
Zincir Kuralı.....	187
Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Teğet Düzlem Denklemi.....	187
ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLARDA MAKSİMUM–MİNİMUM	188
Yerel Maksimum	188
Yerel Minimum	188
Kritik Nokta – Eyer Nokta.....	189
Kritik Nokta İçin 2. Türev Testi	189
Maksimum–Minimum Problemleri.....	191
Kapalı Fonksiyonun Türevi	191
ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLARDA İNTEGRAL.....	192
Çift Katlı İntegral	192
Sınır Değiştirme	194
Bölge Değiştirme.....	195
Dönüşüm Jakobiyeni (Fonksiyonel Determinantı)	195
Kutupsal Koordinatlara Geçiş	195
İki Katlı İntegralin Uygulamaları	197
Alan Hesabı	197
Hacim Hesabı	199
ORTALAMA DEĞER TEOREMİ.....	201
Kütle Hesabı	202
AĞIRLIK MERKEZİ	202
ÜÇ KATLI İNTEGRALLER.....	202

KUTUPSAL KOORDİNATLAR

KUTUPSAL KOORDİNATLAR	208
Kutupsal Koordinatlardaki Denklemi Verilen Eğrinin Çizimi	210
KARDİYOİD EĞRİSİ.....	210
Gül Eğrilerinin Çizimi.....	216
Kutupsal Koordinatlarda Alan	221
Kutupsal Koordinatlarda Uzunluk Hesabı	222

DİZİLER – SERİLER

DİZİ	224
Sonlu Dizi.....	224
Sabit Dizi.....	224
EŞİT DİZİLER.....	225
ALT DİZİ	225
DİZİLERDE DÖRT İŞLEM.....	226
DİZİLERDE SINIRLILIK.....	227
DİZİLERDE MONOTONLUK.....	227
ARİTMETİK VE GEOMETRİK DİZİLER	228
Aritmetik Dizi	228
Geometrik Dizi	229
DİZİLERDE LİMİT.....	230
Dizilerde Limit ile İlgili Özellikler.....	232
Dizilerde En Büyük Alt Sınır (Ebas) – En Küçük Üst Sınır (Eküs) Kavramları	233
SERİLER	234
Geometrik Seri	236
Pozitif Terimli Seriler İçin Yakınsaklık Testleri	239
Genel Terim Testi	239
İntegral Testi.....	239
p – Testi.....	240
Karşılaştırma Testi	240
Karşılaştırma Testinin Limit Formu.....	240
Cauchy – Kök Testi	241
D’alambert Oran Testi	242
Limit Testi	243
Alterne Seriler	243
Mutlak Yakınsaklık – Yakınsaklık İlişkisi	243
KUVVET SERİLERİ.....	244
Yakınsaklık Yarıçapı.....	244
Yakınsaklık Aralığında Türevlenebilme ve İntegrasyon	245
Taylor ve Maclaurin Serileri.....	246
Önemli Maclaurin Seri Açılımları.....	247
ÇÖZÜMLÜ TESTLER.....	262

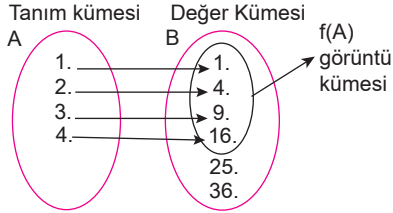
FONKSİYONLAR

A ve B boş olmayan kümeleri için "A'nın" her elemanını "B'nin" bir ve yalnız bir elemanına eşleyen f bağıntısına A'dan B'ye fonksiyon denir.

Ya da;

$\forall x_1, x_2 \in A$ için $x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$ f'ye A'dan B'ye bir fonksiyon denir. Ayrıca bu tanıma fonksiyonun iyi tanımlılığı denir.

f : A \rightarrow B veya $x \rightarrow y = f(x)$ biçiminde gösterilir. Burada x'e bağımsız değişken y'ye x'e bağlı bağımlı değişken denir.



Fonksiyon Kümelerinde İşlemler

f : A \rightarrow B, g : C \rightarrow D fonksiyonları için

$\forall x \in A \cap C$ için

- $f(x) \pm g(x) = (f + g)(x)$
- $f(x) \cdot g(x) = (f \cdot g)(x)$
- $\frac{f(x)}{g(x)} = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$, $g(x) \neq 0$

Yani iki fonksiyonda işlem yapılırken iki fonksiyonun tanım kümelerinin kesişimi alınır.

Örnek

A = {1, 2, 3}, B = {2, 4, 5} kümeleri için

f : A \rightarrow R, $y = f(x) = x^2$

g : B \rightarrow R, $y = g(x) = x + 1$

şeklinde tanımlanıyor. Buna göre

A) $(f + g)(x)$

B) $(f \cdot g)(x)$

tanım ve görüntü kümelerini bulalım.

Çözüm

f için {(1, 1), (2, 4), (3, 9)}

$x \rightarrow x^2$

g için {(2, 3), (4, 5), (5, 6)}

$x \rightarrow x + 1$ olur.

Şimdi $(f + g)(x)$ A \cap B = {2} olduğundan

$(f \cdot g)(x)$

$(f + g)(2) = f(2) + g(2)$

= 4 + 3

= 7

Yani {(2, 7)} olur.

$(f \cdot g)(2) = f(2) \cdot g(2)$

= 4 \cdot 3

= 12 olur.

Yani {(2, 12)} olur.

Örnek

f : [-1, 2] \rightarrow R

$f(x) = x^2 - 2x + 5$

fonksiyonunun görüntü kümesini bulalım.

Çözüm

$f(x) = x^2 - 2x + 5$ kartezyen koordinatlarda parabol belirtir.

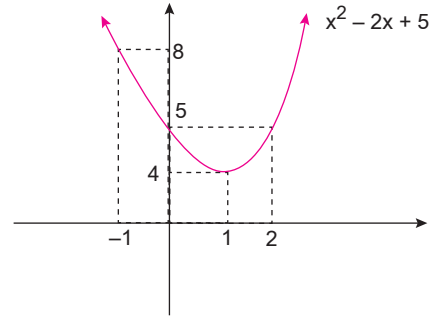
T(r, k) tepe noktası koordinatları olup

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1 \text{ apsis}$$

$$f(r) = k \rightarrow f(1) = 1 - 2 + 5 = \text{ordinat}$$

$x = 0$ için $y = 5$ olur.

$x^2 - 2x + 5 = 0$ için $\Delta < 0$ olduğundan denklemin reel kökü yoktur dolayısıyla x eksenini kesmez.



$$f(-1) = 1 + 2 + 5 = 8$$

$$f(2) = 4 - 4 + 5 = 5$$

$f(1) = 4$ olduğundan Ç.K = [4, 8] olur.

Ya da;

Bu tarz sorularda uç değerler bulunur.

$$f(-1) = 8$$

$$f(2) = 5$$

Sonra tanım kümesi içinde kalan ekstremum noktalar bulunur.

$$f'(x) = 2x - 2 = 0 \quad x = 1 \text{ olur.}$$

$f(1) = 4$ olur. Görüntü kümesi bulunur.

[4, 8] dir.

Örnek

$$f : (-2, 4) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$$

fonksiyonunun görüntü kümesini bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} f(-2) &= -\frac{8}{3} - 4 + 6 + 1 \\ &= 3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(4) &= \frac{64}{3} - 16 - 12 + 1 \\ &= -27 + \frac{64}{3} \\ &= -\frac{17}{3} \end{aligned}$$

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3) \cdot (x+1) = 0$$

$x_1 = 3$ $x = -1$ Tanım kümesi aralığında olduğunda

$$\begin{aligned} f(1) &= \frac{1}{3} - 1 - 3 + 1 \\ &= -3 + \frac{1}{3} = -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

Ç. $K = \left[-8, \frac{1}{3} \right]$ olarak bulunur.

FONKSİYON ÇEŞİTLERİ

Birebir Fonksiyon

$A, B \neq \emptyset$ olmak üzere;

$f : A \rightarrow B$ fonksiyon olsun.

$$\forall x_1, x_2 \in A \text{ için;}$$

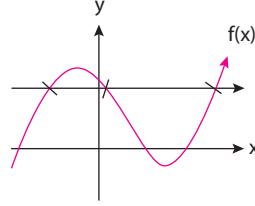
$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ oluyorsa f fonksiyonuna birebir fonksiyon denir.

Ayrıca; $p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$ olduğundan

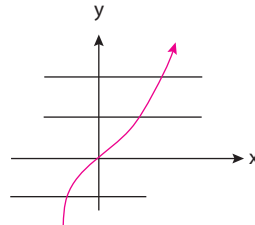
$$\forall x_1, x_2 \in A \text{ için}$$

$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ koşulu da fonksiyonun birebirliğini belirtir.

Grafiği verilen fonksiyon birebir olup olmadığı araştırılırken x eksenine paralel doğru çizilir. Paralel doğrular grafiği tek noktada kesiyorsa fonksiyon birebir, birden fazla noktada kesiyorsa birebir değildir.



$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
Birebir değil.



$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
Birebirdir.

Uyarı !

A ve B sonlu iki küme olmak üzere;

$f : A \rightarrow B$ fonksiyon olsun;

- $s(A) > s(B)$ ise f birebir değildir.
- $s(A) = m, s(B) = n$ ve $m \leq n$ olmak üzere $f : A \rightarrow B$ birebir fonksiyon sayısı $P(m, n)$ 'dir.
- $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyon olsun.
- Sabit fonksiyonlar birebir değildir.
- Çift fonksiyonlar birebir değildir.
- Periyodik fonksiyonlar ($\sin x, \cos x$) birebir olmaz.
- Fonksiyonun ekstremum noktası varsa birebir olmaz.
- Bir fonksiyon daima artan ya da daima azalan ise birebirdir.

NOT

KPSS
2024
ÖABT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

VIDEO
DESTEKLİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK

Arti - Yapay
Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme
Ayak İzi

Hibrit Kitap
Teknolojisi

SOYUT CEBİR
LİNEER CEBİR

KONU ANLATIMLI



Hibrit kitaba erişebilmek
için QR kodu okutunuz.

A PEGEM AKADEMİ



Komisyon

ÖABT İlköğretim Matematik Soyut Cebir - Lineer Cebir Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6890-85-5

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

I I. Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balın

Dizgi-Grafik Tasarım: İlknur Öztürk

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara
Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 47865

İletişim

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "İlköğretim Matematik Öğretmenliği Soyut Cebir - Lineer Cebir 2. Kitap" adlı yayınıımız Soyut Cebir - Lineer Cebir bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) İlköğretim Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...



Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak veya linke tıklayarak ulaşabilirsiniz..



<https://depo.pegem.net/2024oabt-ilkogretimmat-ka-guncelleme.pdf>

TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



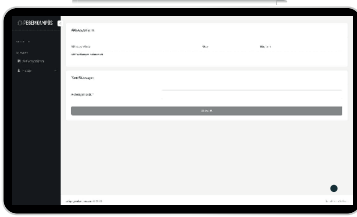
- 1 Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
- 3 Konu sonu testlerini çözebilir.



Detaylı anlatım için
QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılırlarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:



1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna arti.pegemkampus.com yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.

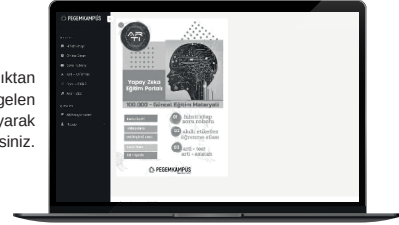


Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "Aktivasyonlarım" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.

2. Adım Aktivasyon

3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "Hibrit Kitap" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.



Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

İÇİNDEKİLER

SOYUT CEBİR

Sayılar ve Özellikleri.....1	Simetrik (Permütasyon) ve Alterne Gruplar.....25
Rakam.....1	Gruplarda Homomorfizm ve İzomorfizm.....26
Sayma Sayıları.....1	Homomorfizma.....26
Doğal Sayılar.....1	İzomorfizma.....26
Tam Sayılar.....1	Bölüm Grupları.....29
Aralarında Asallık.....1	Devirli Gruplar.....30
Rasyonel Sayılar.....1	Devirli Grupların Alt Grupları.....31
İrrasyonel Sayılar.....1	Üreteç Sayısı.....32
Reel Sayılar.....1	Çarpım Grupları.....32
Tek ve Çift Sayılar.....1	İzomorf olmayan Abelyan Gruplar.....33
Ardışık Sayılar.....2	Halka, Cisim ve Tamlık Bölgesi.....33
Negatif ve Pozitif Sayılar ile İlgili Özellikler.....2	Alt Halka.....35
Tam Sayılarda Bölünebilme.....2	Sıfır Bölenler ve Tamlık Bölgesi.....35
En Büyük Ortak Bölen.....4	Bölüm Halkası.....36
En Küçük Ortak Kat.....4	İdeal.....36
Euler ϕ -Fonksiyonu.....7	Nilpotent Eleman.....36
ϕ -Fonksiyonunun Bazı Özellikleri.....7	Polinom Halkası.....36
Kongrüanslar.....9	Cisim.....37
Tam Sayılar ve Modüler Aritmetik.....9	Cebirsel Sayı.....37
Gruplar.....19	Transandant Sayı.....37
Tek İşlemlili Cebirsel Yapı Türleri.....19	Sayılabilir Küme.....37
Mertebe.....21	Çözümlü Test 1.....43
Alt Gruplar.....22	Çözümlü Test 2.....47
Normal Alt Gruplar.....24	Çözümlü Test 3.....51
	Çözümlü Test 4.....55

LİNEER CEBİR

Hatırlatma: İç İşlem.....	59	Alterne ve Çok Lineer Fonksiyonlar.....	115
Dış İşlem.....	59	n-Linear Fonksiyonlar.....	115
Grup.....	59	Bir Lineer Dönüşümün Determinantı ve İzi.....	116
Alt Grup	59	Determinantlarda Alan ve Hacim Hesabı	116
Halka	59	Matrislerin Polinomu	117
Vektör Uzayları	60	Karakteristik Değerler ve Karakteristik	
Alt Vektör Uzayı	62	Vektörler	118
Lineer Bağımlılık ve Lineer Bağımsızlık	66	Karakteristik Uzay	119
Taban (Baz).....	67	Karakteristik Polinom ve Karakteristik	
İç Çarpım Uzayları.....	68	Denklemler	120
İç Çarpım.....	68	Çözümlü Test 1.....	127
Norm	70	Çözümlü Test 2.....	132
Ortonormal Baz	75	Çözümlü Test 3.....	136
Direkt Toplam Uzayı	80	Çözümlü Test 4.....	140
İç Çarpım Uzaylarının Alt Uzayları.....	81	Çözümlü Test 5.....	144
Lineer Dönüşümler	83		
Matrisler ve Matris Uzayları	90		
Matris Toplamı	91		
Skaler ile Matris Çarpımı.....	92		
Matris Çarpımı.....	92		
Bir Matrisin Transpozu	93		
Kare Matrisler.....	94		
Bir Matrisin Tersisi.....	94		
Elemanter Operasyonlar (Basit İşlemler).....	104		
Determinantlar	105		
Sarrus Kuralı	106		
Minör ve Kofaktör	108		

SOYUT CEBİR

1. Sayılar ve Özellikleri

Rakam

Sayıları yazmaya yarayan sembollere rakam denir. Kullandığımız onluk sistemdeki rakamların kümesi $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ dur.

Rakamlarla oluşturulan ifadelere sayı denir.

Sayma Sayıları

$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ kümesi sayma sayılar kümesidir.

Doğal Sayılar

$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesidir. $N^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ pozitif doğal sayılar kümesini ifade eder.

Tam Sayılar

$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesidir.

Tam sayılar kümesi üç ana bölümden oluşur. Negatif tam sayılar (Z^-), pozitif tam sayılar (Z^+) ve $\{0\}$ kümesidir. Ayrıca $Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$ dir.

Aralarında Asallık

p ve q sıfırdan farklı iki pozitif tam sayı olsun. p ve q sayılarını ortak olarak bölen en büyük pozitif tam sayı 1 ise p ve q aralarında asaldır denir.

Rasyonel Sayılar

$Q = \left\{ \frac{p}{q} : p \text{ ve } q \text{ aralarında asal, } q \neq 0 \right\}$ kümesidir.

İrrasyonel Sayılar

$I = Q'$ sembolleriyle gösterilir yukarıda tanımlanan $\frac{p}{q}$ tipinde yazılamayan sayılardan oluşur. Yani rasyonel olmayan reel sayılara irrasyonel sayı denir.

Reel Sayılar

Rasyonel ve irrasyonel sayıların birleşim kümesidir. R ile gösterilir. $R = Q \cup Q'$ dir.

Örnek

$x, y, z \in Z$ olmak üzere,

$$x \cdot y = 12, y \cdot z = 4 \text{ ve } x \cdot z = 3$$

eşitliklerini sağlayan x, y, z sayılarının en büyük toplamı en küçük toplamından kaç fazladır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm

$$\frac{x \cdot y}{y \cdot z} = \frac{12}{4} \Rightarrow \frac{x}{z} = 3 \Rightarrow x = 3 \cdot z \text{ bulunur.}$$

Bu ifade $x \cdot z = 3$ eşitliğinde yerine yazılırsa

$$3z^2 = 3 \Rightarrow z = \mp 1 \text{ bulunur.}$$

$$z = 1 \text{ için } x = 3 \text{ ve } y = 4 \text{ olup } x + y + z = 8$$

$$z = -1 \text{ için } x = -3 \text{ ve } y = -4 \text{ olup } x + y + z = -8 \text{ bulunur.}$$

$8 - (-8) = 16$ dir. Doğru seçenek C olarak elde edilir.

Örnek

$a, b, c \in N$ olmak üzere

$3a + 6b - c = 24$ eşitliğini sağlayan a, b ve c değerleri için $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm

Katsayısı büyük olana büyük değer verilir.

Sayılar aynı olabileceğinden $a = 0 = c$ seçilirse $b = 4$ bulunur.

$$a + b + c = 4 \text{ olur.}$$

Örnek

a ve b doğal sayılardır.

$$56 \cdot a = b^3$$

eşitliğini sağlayan en küçük b değeri kaçtır?

Çözüm

Önce sayı asal çarpanlarına ayrılır.

$$56 = 2^3 \cdot 7$$

$$56 \cdot a = 2^3 \cdot 7 \cdot a = b^3 \text{ tür.}$$

Buradan $a = 7^2$ seçilirse $b = 2 \cdot 7 = 14$ bulunur.

Tek ve Çift Sayılar

2 ile kalansız bölünebilen tam sayılara çift tam sayı, 2 ile tam bölünemeyen tam sayılara tek tam sayı denir. Çift sayılar $2n$, tek tam sayılar $2n - 1$ ile gösterilir ($n \in Z$).

Tek ve Çift Tam Sayılar İle İlgili Özellikler

- 1) $T \mp T = \text{Ç}$ 5) $\text{Ç} \cdot \text{Ç} = \text{Ç}$
 2) $\text{Ç} \mp \text{Ç} = \text{Ç}$ 6) $T \cdot T = T$
 3) $T \mp \text{Ç} = T$ 7) $n \in N$ olmak üzere $T^n = T$
 4) $T \cdot \text{Ç} = \text{Ç}$ 8) $n \in N^+$ olmak üzere $\text{Ç}^n = \text{Ç}$ dir.

Tek ve çift sayılarda bölme işlemine ait kural tanımlanamaz. Örneğin $\frac{60}{40}$, $\frac{40}{60}$ ve $\frac{40}{2}$ sayıları çift sayıdır.

$\frac{40}{2} = \text{Ç}$, $\frac{40}{40} = T$, $\frac{40}{60}$ sayısı ne tek ne de çifttir.

NOT!

Ardışık Sayılar

$n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $n, n + 1, n + 2, \dots$ sayılarına ardışık tam sayılar denir.

Kural:

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ için}$$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2} \text{ dir.}$$

$n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $2n - 1, 2n + 1, 2n + 3, \dots$ sayılarına ardışık tek sayılar denir.

Kural:

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ için}$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1 = n^2 \text{ dir.}$$

$n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $2n, 2n + 2, 2n + 4, \dots$ sayılarına ardışık çift sayılar denir.

Kural:

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ için}$$

$$2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1) \text{ dir.}$$

Kural:

Ardışık terimleri arasındaki artış miktarı eşit olan dizide

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{\text{Son Terim} - \text{İlk Terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1$$

ve

$$\text{Terim Toplamı} = \frac{\text{Terim Sayısı} \cdot (\text{Son terim} + \text{İlk terim})}{2}$$

dir.

Negatif ve Pozitif Sayılar İle İlgili Özellikler

- | | |
|------------------------|--------------------|
| 1) $(-)\cdot(-) = (+)$ | 5) $(-)/(-) = (+)$ |
| 2) $(-)\cdot(+)=(-)$ | 6) $(-)/(+) = (-)$ |
| 3) $(+)\cdot(+)=(+)$ | 7) $(+)/(+) = (+)$ |
| 4) $(+)\cdot(-)=(-)$ | 8) $(+)/(-) = (-)$ |

9) $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(-)^{2n} = (+)$ dir.

10) $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(-)^{2n-1} = (-)$ dir.

11) $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(+)^n = (+)$ dir.

Tam Sayılarda Bölünebilme

$m, n, r \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $m \cdot n = r$ olsun. Bu durumda m ve n ye r nin bölenleri (çarpanları) r ye de m ve n nin bir katı denir. m, r nin bir böleni ise bu durum $m \mid_r$ ile, aksi takdirde

$m \nmid_r$ ile gösterilir.

2 ile bölünebilme: Çift tam sayılar 2 ile tam bölünür.

3 ile bölünebilme: Verilen sayının rakamları toplamı 3 veya 3 ün katı ise sayı 3 ile tam bölünür.

4 ile bölünebilme: Verilen sayının son iki basamağı (birler ve onlar basamağı) 4 ile tam bölünebiliyor ise verilen sayı 4 ile tam bölünür.

5 ile bölünebilme: Verilen sayının birler basamağı 0 veya 5 ise sayı 5 ile tam bölünür.

7 ile bölünebilme: Verilen sayının rakamları altına sağdan sola doğru sırasıyla 1, 2, 3 sayıları yazılır. Bu rakamlar altlarına yazdığımız sayılar ile çarpılır. Daha sonra sağdan sola üçerli gruplar hâlinde alınıp bu gruplar (+), (-) ile çarpılıp toplanır. Sonuç 7 veya 7'nin katı ise verilen sayı 7 ile tam bölünür.

8 ile bölünebilme: Verilen sayının son üç basamağı (birler, onlar ve yüzler basamağı) 8 ile bölünebiliyor ise sayı 8'e tam bölünür.

9 ile bölünebilme: Verilen sayının rakamları toplamı 9 veya 9 un katı ise sayı 9 ile tam bölünür.

10 ile bölünebilme: Verilen sayının birler basamağı 0 ise verilen sayı 10 ile tam bölünür.

11 ile bölünebilme: Verilen sayı sağdan sola doğru sırası ile (+), (-) ile çarpılıp toplanır. Sonuç 11 veya 11 in katı ise verilen sayı 11 ile tam bölünür.

Örnek

Hangi n doğal sayıları için $(n+1) \mid_{(n^2+1)}$ dir.

Çözüm

$n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1)$ olduğundan $\forall n \in \mathbb{N}$ için

$$(n+1) \mid_{(n^2-1)} \text{ dir.}$$

$$(n+1) \mid_{(n^2+1)} \text{ ve } (n+1) \mid_{(n^2-1)} \text{ olduğundan}$$

$$n+1 \mid_{[(n^2+1)-(n^2-1)]} \Rightarrow n+1 \mid_2 \text{ olur.}$$

$n \in \mathbb{N}$ olduğundan ve $n + 1 \leq 2$ olması gerektiğinden $n = 0, 1$ elde edilir.

Kural:

$[1, x]$ aralığında n ile bölünebilen doğal sayıların sayısı

$$\left\lfloor \frac{x}{n} \right\rfloor \text{ dir.}$$

Kural:

$a \in \mathbb{Z}$ ve $m, n \in \mathbb{N}$ olsun.

$$n < m \text{ için } a^{2^n+1} \mid_{a^{2^m-1}} \text{ dir.}$$

Kural:

$n \geq 2$ olmak üzere n ve k iki doğal sayı olsun.

$$n-1 \mid_{n^k-1} \text{ dir.}$$

Kural:

n bir doğal sayı ve k bir tek sayı olsun.

$$(1 + 2 + \dots + n) \mid (1^k + 2^k + \dots + n^k) \text{ dir.}$$

Kural:

$a, b \in \mathbb{Z}$ olsun. a sayısı b ile bölündüğünde kalan r ise $2^a - 1$ sayısı $2^b - 1$ ile bölündüğünde kalan $2^r - 1$ dir.

Örnek

$\{1, 2, \dots, 600\}$ dizisinde 13 ile bölünebilen kaç tane doğal sayı vardır?

Çözüm

$$\left\lfloor \frac{600}{13} \right\rfloor = 46 \text{ adettir.}$$

Örnek

1000 den küçük kaç doğal sayı 17 ile bölünür?

Çözüm

$[1, 1000]$ kümesinde

$$\left\lfloor \frac{1000}{17} \right\rfloor = 58 \text{ ve } 0 \in \mathbb{N} \text{ için } 17 \mid_0 \text{ olup toplam } 58 + 1 = 59$$

adet sayı 17 ile tam bölünür.

Örnek

$N = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n + 1)$ sayısının 41 ile bölünebilmesi için n en az kaç olmalıdır?

Çözüm

$$\begin{aligned} N &= 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n + 1) \\ &= (1^2 + 1) + (2^2 + 2) + \dots + (n^2 + n) \\ &= (1^2 + 2^2 + \dots + n^2) + (1 + 2 + \dots + n) \\ &= \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6} + \frac{n \cdot (n + 1)}{2} \\ &= \frac{n(n + 1)(n + 2)}{3} \end{aligned}$$

sayısının 41 ile bölünebilmesi için $n(n + 1)(n + 2)$ çarpanlarından en az biri 41 e bölünmelidir.

$$n + 2 = 41 \Rightarrow n = 39 \text{ olmalıdır.}$$

Teorem:

m, n ve r tam sayı olmak üzere,

- i) $\forall m \in \mathbb{Z}$ iken $a \mid_0$ dir.
- ii) $\forall m \in \mathbb{Z}$ için $\pm 1 \mid_m$ ve $\pm m \mid_m$ dir.
- iii) $m \mid_{\pm 1} \Leftrightarrow m = \mp 1$ dir.
- iv) $m \mid_n$ ise $\pm m \mid_{\pm n}$ dir.
- v) $m \mid_n$ ve $n \mid_r$ ise $m \mid_r$ dir.
- vi) $m \mid_n$ ve $n \mid_m$ ise $m = \pm n$ dir.
- vii) $c \neq 0$ olmak üzere $cm \mid_{cn}$ ise $m \mid_n$ dir.
- viii) $m_1 \mid_{n_1}$ ve $m_2 \mid_{n_2}$ ise $m_1 \cdot m_2 \mid_{n_1 \cdot n_2}$ dir.
- ix) $m \mid_n$ ve $m \mid_r$ ise $m \mid_{n+r}$ dir.

Çıkış Sorular

$k \mid_m$ gösterimi k sayısının m sayısını tam bölündüğünü ifade eder.

Buna göre a, b ve c tam sayıları için,

- I. $c \mid a \cdot b$ ise $c \mid_a$ ve $c \mid_b$ dir.
- II. $a \cdot b \mid_c$ ise $a \mid_c$ ve $b \mid_c$ dir.
- III. $a \mid_b$ ve $b \mid_c$ ise $a \mid_c$ dir.

yargılarından hangileri **daima** doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) Yalnız III

Çözüm

c sayısı $a \cdot b$ yi bölüyor ise $c \mid_a$ ve $c \mid_b$ doğru olmayabilir, $6 \mid_{2 \cdot 3}$ tür ama $6 \mid_2$ ve $6 \mid_3$ yanlıştır. II ve III. öncül doğrudur.

Cevap D

Tanım:

(Asal Sayı) : $n > 1$ tam sayısının kendisinden ve birden başka pozitif böleni yoksa n 'ye asal (= prime) sayı denir.

Tanım:

(Bileşik Sayı): Asal olmayan sayılara bileşik (= combined) sayı denir.

Tanım:

Aralarındaki fark iki olan asal sayılara ikiz asallar denir.

Teorem:

Her bileşik sayının en az bir asal çarpanı vardır.

Teorem (Euclid):

Asal sayıların sayısı sonsuzdur.

Bir sayının tüm bölenlerinin sayısı pozitif bölenlerinin sayısının iki katıdır.

Uyarı !

Teorem (Bölme Algoritması):

$m, n \in \mathbb{Z}$, $m, n \neq 0$ ise $m = q \cdot n + r$; $0 < r < |n|$ olacak şekilde bir tek q ve r tam sayı ikilisi vardır.

En Büyük Ortak Bölen:

m ve n tam sayılar olmak üzere $k|m$ ve $k|n$ ise k ye m ve n nin bir ortak böleni denir.

m ve n yi bölen en büyük pozitif d tam sayısına m ve n nin en büyük ortak böleni (=obeb = ebob) denir.

$d = (m, n)$ ile gösterilir.

Uyarı

1) Tanıma göre d 'nin m ve n 'nin obeb'i olması için gerek ve yeter şart

i) $d|m$ ve $d|n$ olması,

ii) $k, k|m$ ve $k|n$ özelliğindeki bir başka ortak bölen iken $k|d$ olmasıdır.

2) İki'den fazla sayının obeb'i de benzer şekilde tanımlanır.

Uyarı

Obob verilen tam sayıların pozitif lineer toplamlarının en küçüğüdür.

Teorem:

Sıfırdan farklı iki tam sayının obeb'i tektir.

Teorem: $(m, n) = d \Leftrightarrow \left(\frac{m}{d}, \frac{n}{d}\right) = 1$ 'dir.

Teorem:

$(a, b) = 1$ ve $(a, c) = 1$ ise $(a, b, c) = 1$ 'dir.

Teorem:

$\frac{a}{b} \cdot c$ ve $(a, b) = 1$ ise $\frac{a}{c}$ dir.

En Küçük Ortak Kat:

a, b sıfırdan farklı tam sayılar olsun.

a) $k \in \mathbb{N}$ olmak üzere $a|k$ ve $b|k$ ise k 'ye a ve b 'nin bir ortak katı denir.

b) k, a ve b 'nin bir ortak katı olsun. Eğer $t; a$ ile b 'nin bir başka ortak katı iken $k|t$ ise k 'ye a ile b 'nin en küçük ortak katı (ekok) denir ve $[a, b] = k$ ile gösterilir.

Teorem:

$a, b \neq 0$ iki tam sayı ise $(a, b) \cdot [a, b] = |a \cdot b|$ dir.

Örnek

$x \in \mathbb{N}$ olmak üzere $p = x^2 - 1$ olacak şekildeki tüm p asal sayılarını bulunuz.

Çözüm

$P = (x - 1)(x + 1)$ sayısının çarpanları

$\left. \begin{array}{l} 1 \cdot p \\ p \cdot 1 \end{array} \right\} P$ asal olduğundan çarpanı 1 ve kendisidir.

$(-1) \cdot (-p)$

$(-p) \cdot (-1)$ tipindedir.

$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2, p = 3$ asaldır.

$x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0, p = -1$ asal değil.

$x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0, p = -1$ asal değil

$x + 1 = -1 \Rightarrow x = -2, x = -2 \notin \mathbb{N}$

Çözüm kümesi $p = \{3\}$ tür.

Örnek

$x \in \mathbb{N}$ olmak üzere $p = x^3 - 1$ şeklindeki tüm p asallarını bulunuz.

Çözüm

$P = (x - 1)(x^2 + x + 1)$ sayısının çarpanları

$p \cdot 1$

$1 \cdot p$

$(-1) \cdot (-p)$

$(-p) \cdot (-1)$ tipindedir.

$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2, p = 2^2 + 2 + 1 = 7$ asaldır.

$x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0, p = -1$ asal değildir.

$x^2 + x + 1 = 1 \Rightarrow x(x + 1) = 0$

$\Rightarrow x = 0$ veya $x = -1$

$p = -1$ asal değil $p = -2$ asal değil

$x^2 + x + 1 = -1 \Rightarrow x^2 + x + 2 = 0$

$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2} \notin \mathbb{N}$

Çözüm kümesi $x = \{7\}$ dir.

Örnek

$(a, 4) = 2$ ve $(b, 4) = 2$ iken $(a + b, 4)$ nedir?

KPSS
2024
ÖABT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

VIDEO
DESTEKLİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK

Arti - Yapay
Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme
Ayak İzi

Hibrit Kitap
Teknolojisi

GEOMETRİ
İSTATİSTİK VE OLASILIK
KONU ANLATIMLI



Hibrit kitaba erişebilmek
için QR kodu okutunuz.

PEGEM AKADEMİ



Komisyon
ÖABT İlköğretim Matematik Geometri - İstatistik ve Olasılık Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6890-85-5

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilmektedir.

I I . Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balın

Dizgi-Grafik Tasarım: İlnur Öztürk

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara
Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 47865

İletişim

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "İlköğretim Matematik Öğretmenliği Geometri-İstatistik ve Olasılık 3. Kitap" adlı yayınıımız Geometri - İstatistik ve Olasılık bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) İlköğretim Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...



Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak veya linke tıklayarak ulaşabilirsiniz..



<https://depo.pegem.net/2024oabt-ilkogretimmat-ka-guncelleme.pdf>

TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



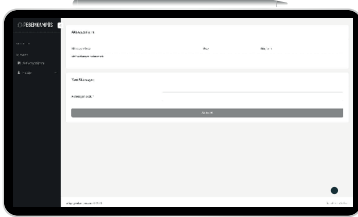
- 1 Kitapın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Kitapın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
- 3 Konu sonu testlerini çözebilir.



Detaylı anlatım için
QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:



1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna arti.pegemkampus.com yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.

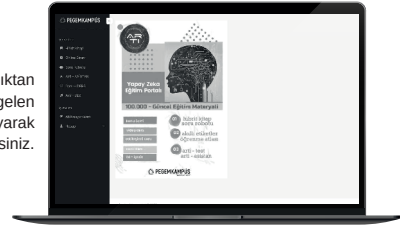


Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "Aktivasyonlarım" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.

2. Adım Aktivasyon

3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "Hibrit Kitap" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



**Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.**



Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM

UZAYDA VEKTÖRLER

UZAYDA VEKTÖRLER.....	1
İki Vektörün Parallellığı.....	2
Vektörlerin Lineer Bileşimi.....	2
Lineer Bağımlılık – Lineer Bağımsızlık.....	2
Standart Birim Vektörleri.....	2
Vektörlerin İç (Skaler) Çarpımı.....	2
İki Vektör Arasındaki Açık.....	3
Dik İzdüşüm Vektörü.....	3
Vektörel (Çapraz) Çarpım.....	4
Paralelkenarın Alanı.....	5
Paralelyüzün Hacmi.....	6
Çözümlü Test.....	9
Çözümler.....	11

UZAYDA DOĞRU ve DÜZLEM DENKLEMİ

UZAYDA DOĞRU VE DÜZLEM DENKLEMİ.....	13
İki Noktası Belli Olan Doğru Denklemi.....	13
Düzlem.....	14
Çözümlü Sorular - I.....	16
Bir Noktanın Düzleme Uzaklığı.....	19
Çözümlü Sorular - II.....	19
Uzayda İki Doğrunun Birbirlerine Göre Durumları ve Kesişme Noktasının Bulunması.....	22
Bir Noktanın Bir Doğruya Olan Uzaklığı.....	23
Aykırı İki Doğru Arasındaki En Kısa Uzaklık ve Ortak Dikme ve Dikme Ayaklarının Bulunması.....	24
Çözümlü Sorular.....	24
İki Düzlemin Birbirlerine Göre Konumu ve İki Düzlem Arasındaki Açık.....	28
Bir Düzlem ile Bir Doğru Arasındaki Açık.....	28
İki Düzlemin Açıkortay Düzlemi.....	28
Çözümlü Sorular.....	28
Bir Doğrudan Geçen Düzlem Demeti.....	30
Uzayda Simetri.....	31
Çözümlü Sorular.....	32
Çözümlü Test - 1.....	37
Çözümler.....	39

Çözümlü Test - 2.....	41
Çözümler.....	43

YÜZEYLER

E^3 DE YÜZEY.....	46
KÜRE.....	46
Küre Olma Koşulları.....	47
Kürenin Parametrik Denklemi.....	48
Kürenin Teğet Düzlemi.....	48
SİLİNDİR.....	48
KONİ.....	50
Bazı Kuadratik Yüzeyleler.....	54
Çözümlü Sorular.....	54
Silindirin İsimlendirilmesi.....	55
Dönel Yüzeyleler.....	57
SİLİNDİRİK KOORDİNATLAR.....	59
KÜRESEL KOORDİNATLAR.....	59
Çözümlü Test.....	60
Çözümler.....	62

KONİKLER

TANIM.....	64
Genel Konik Denkleminde x, y -li Terimi Yok Etme.....	64

ELİPS - HİPERBOL - PARABOL

ELİPS.....	66
Elipsin Denklemi.....	66
Elipsin Teğet ve Normal Denklemleri.....	67
Elipsin Parametrik Denklemi.....	68
HİPERBOL.....	70
Hiperbolün Denklemi.....	70
PARABOL.....	73
Parabolün Denklemi.....	73
Çözümlü Test.....	82
Çözümler.....	84
Karma Test - 1.....	86
Çözümler.....	88
Karma Test - 2.....	90
Çözümler.....	92

2. BÖLÜM

İSTATİSTİK VE OLASILIK

TEMEL KAVRAMLAR.....	94
Sayısal Bilgi, Veri, Ölçüm.....	94
Değişken ve Türleri.....	94
Fonksiyon.....	94
Evren ve Örneklem.....	96
İstatistik ve Parametre.....	96
Çözümlü Test.....	97
Çözümler.....	99

VERİNİN DÜZENLENMESİ VE MERKEZE EĞİLME ÖLÇÜLERİ

VERİNİN DÜZENLENMESİ.....	100
Grafik Çizme.....	100
Merkeze Eğilme (Yığılma) Ölçüleri.....	101
Mod (Tepe Değer).....	101
Medyan (Ortanca).....	101
Aritmetik Ortalama.....	102
Mod, Medyan ve Ortalamanın Karşılaştırılması.....	103
Ağırlıklı Ortalama.....	104
DEĞİŞME (DAĞILMA) ÖLÇÜLERİ.....	105
Ranj (Açıklık).....	105
Mutlak Kayma.....	105
Varyans ve Standart Kayma.....	105
Bağıl Değişkenlik Katsayısı.....	107
STANDARTLAŞTIRMA (z ve T PUANLARI).....	107
z Puanı.....	107
T Puanı.....	107
Çözümlü Test.....	109
Çözümler.....	112

OLASILIK

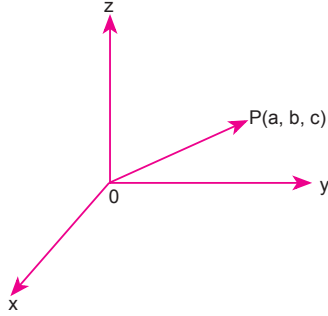
TEMEL KAVRAMLAR.....	114
Olasılık.....	115
Birleşik Olayların Olasılığı.....	116
Ayrık İki Olayın Birleşiminin Olasılığı.....	116
Olaylar Arasındaki Bağlılıklar.....	117
Şartlı Olaylar ve Olasılıklar.....	117
Bağımsız Olaylar.....	118
Çözümlü Sorular.....	119
TESADÜFİ DEĞİŞKEN, OLASILIK FONKSİYONU VE BEKLENEN DEĞER.....	121
Tesadüfi Değişkenin Beklenen Değeri.....	127
Varyans Hesabı.....	130
Momentler.....	133
Moment Çıkaran Fonksiyon.....	133
Birleşik Olasılık Dağılımı.....	135
Ortak Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu.....	135
Marjinal Olasılık Fonksiyonları.....	136
Kovaryans ve Korelasyon.....	138
Çözümlü Test.....	145
Çözümler.....	148

OLASILIK DAĞILIMLARI

OLASILIK.....	150
Binom Olasılık Dağılımı.....	150
Poisson Olasılık Dağılımı.....	152
Hipergeometrik Olasılık Dağılımı.....	153
Normal Olasılık Dağılımı.....	160
Standart Normal Olasılık Dağılımı.....	161
Çözümlü Test.....	163
Çözümler.....	166
Çözümlü Deneme - 1.....	168
Çözümler.....	171
Çözümlü Deneme - 2.....	174
Çözümler.....	177

UZAYDA VEKTÖRLER

$\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbb{R}\}$ kümesine 3 boyutlu vektör uzayı denir. Vektörlerin başlangıç noktası orijin olmak üzere, \mathbb{R}^3 ün her noktasına bir vektör karşılık gelir.



$\vec{OP} = (a, b, c)$ ise a, b, c sayılarına \vec{OP} yer vektörünün bileşenleri denir. P noktasının orijine olan uzaklığına, \vec{OP} vektörünün normu (uzunluğu) denir ve $|\vec{OP}|$ ile gösterilir.

$\vec{OP} = (a, b, c) \Rightarrow |\vec{OP}| = |\vec{P}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ dir.

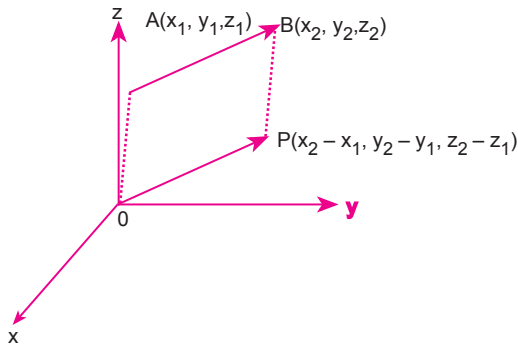
\vec{AB} vektörüne eş, başlangıç noktası orijin olan \vec{OP} vektörüne, \vec{AB} vektörünün yer vektörü denir.

$A(x_1, y_1, z_1)$ ve $B(x_2, y_2, z_2)$ ise;

$\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$

$|\vec{OP}| = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Normu 1 olan vektöre birim vektör denir.



Çıkış Sorular

Uzayda $A(1, 2, 3)$, $B(2, -1, -4)$ ve $C(m, 2, -1)$ noktaları veriliyor.

$\vec{AB} \perp \vec{AC}$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -27 B) -29 C) 14 D) 29 E) 27

Çözüm

$\vec{AB} = (1, -3, -7)$ $\vec{AC} = (m - 1, 0, -4)$

$\vec{AB} \perp \vec{AC} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ dir.

$1(m - 1) + (-3) \cdot 0 + (-7)(-4) = 0$

$m + 27 = 0$

$m = -27$ olur.

Cevap A

Örnek

$A(1, -1, 1)$ ve $B(2, a, -3)$ noktaları veriliyor.

$|\vec{AB}| = \sqrt{26}$ br olduğuna göre a sayısının alabileceği değerleri bulunuz.

Çözüm

$\vec{AB} = (1, a + 1, -4)$

$|\vec{AB}| = \sqrt{26} \Rightarrow \sqrt{1^2 + (a + 1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{26}$

$\Rightarrow (a + 1)^2 + 17 = 26$

$\Rightarrow (a + 1)^2 = 9$

$\Rightarrow |a + 1| = 3 \Rightarrow a = 2$ veya $a = -4$

Çıkış Sorular

Dik koordinat düzleminde verilen \vec{u} ve \vec{v} vektörleri için $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$, $\|\vec{u} + \vec{v}\| + \|\vec{u} - \vec{v}\| = 16$ olduğuna göre, $\|\vec{u} + \vec{v}\|$ değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

Çözüm

$\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}$

$\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}$

$\Rightarrow \|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 4 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}$ olur.

Buna göre;

$\frac{(\|\vec{u} + \vec{v}\| + \|\vec{u} - \vec{v}\|) \cdot (\|\vec{u} + \vec{v}\| - \|\vec{u} - \vec{v}\|)}{16} = 4 \cdot 8$

$\|\vec{u} + \vec{v}\| - \|\vec{u} - \vec{v}\| = 2$

$+ \|\vec{u} + \vec{v}\| + \|\vec{u} - \vec{v}\| = 16$

$2 \cdot \|\vec{u} + \vec{v}\| = 18 \Rightarrow \|\vec{u} + \vec{v}\| = 9$ olur.

Cevap B

İki Vektörün Paralellliği

$\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$, $k \neq 0$, $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$ olmak üzere,

$$\vec{a} = k \cdot \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} // \vec{b} \text{ dir.}$$

$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ ve $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ olmak üzere

$$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} \text{ dir.}$$

Örnek

A(2, 4, 2) ve B(6, 2, 4) noktaları ile

$\vec{v} = (x - y, x + 2y, 1)$ vektörü veriliyor.

$\vec{AB} // \vec{v}$ olduğuna göre, (x, y) ikilisini bulunuz.

Çözüm

$$\vec{AB} = (4, -2, 2)$$

$$\vec{v} = (x - y, x + 2y, 1)$$

$$\vec{AB} // \vec{v} \Rightarrow \frac{x - y}{4} = \frac{x + 2y}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 2 \\ x + 2y = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow (x, y) = (1, -1) \text{ olur.}$$

Vektörlerin Lineer Bileşimi

$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \dots, \vec{V}_n \in \mathbb{R}^3$ ve $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n \in \mathbb{R}$

olmak üzere,

$\vec{u} = k_1 \cdot \vec{V}_1 + k_2 \cdot \vec{V}_2 + k_3 \cdot \vec{V}_3 + \dots + k_n \cdot \vec{V}_n$ vektörüne,

$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \dots, \vec{V}_n$ vektörlerinin lineer bileşimi denir.

Lineer Bağımlılık – Lineer Bağımsızlık

\mathbb{R}^3 de $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \dots, \vec{V}_n$ vektörleri verilsin.

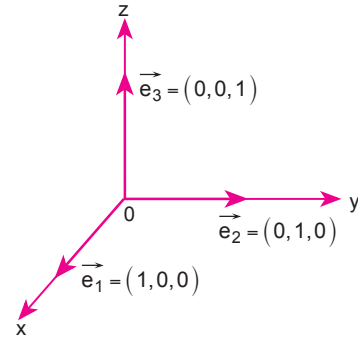
$c_1 \cdot \vec{V}_1 + c_2 \cdot \vec{V}_2 + c_3 \cdot \vec{V}_3 + \dots + c_n \cdot \vec{V}_n = \vec{0}$ denklemi yalnız

$c_1 = c_2 = c_3 = \dots = c_n = 0$ için sağlanırsa bu vektörlere lineer bağımsız; $c_1 = c_2 = c_3 = \dots = c_n = 0$ değerlerinden en az biri sıfırdan farklı olacak şekilde sağlanırsa bu vektörlere lineer bağımlı denir.

$V = \{\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n\}$, \mathbb{R}^3 uzayının bir alt kümesi olmak üzere $\det(\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n) = A$ olsun.

I. $A = 0 \Leftrightarrow V$ kümesi lineer bağımlı,

II. $A \neq 0 \Leftrightarrow V$ kümesi lineer bağımsızdır denir.

Uyarı!**Standart Birim Vektörleri**

\mathbb{R}^3 vektör uzayında üzerinde bulunduğu eksen ile pozitif yönlü birim vektörlere, standart birim vektörler denir.

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = (1, 0, 0)$$

$$\vec{e}_2 = \vec{j} = (0, 1, 0)$$

$$\vec{e}_3 = \vec{k} = (0, 0, 1)$$

Vektörlerin İç (Skaler) Çarpımı

Her $\vec{A}, \vec{B} \in \mathbb{R}^3$ için;

$\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$ olmak üzere,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \langle \vec{A}, \vec{B} \rangle = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

şeklinde tanımlanan işleme, " \mathbb{R}^3 de Öklid iç çarpım işlemi" denir.

Özellikleri

- $|\vec{A}| = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}}$, $|\vec{A}|^2 = \vec{A} \cdot \vec{A}$
- $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ (değişme özelliği)
- $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$ (çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliği)

1.BÖLÜM

Örnek

$\vec{A} = (3, a, -2)$ ve $\vec{B} = (a, 2, 10)$ vektörleri veriliyor.
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = 5$ olduğuna göre a sayısının kaç olacağını bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= 5 \\ 3a + 2a - 2 \cdot 10 &= 5 \\ 5a &= 25 \\ a &= 5\end{aligned}$$

İki Vektör Arasındaki Açık

$\vec{A}, \vec{B} \in \mathbb{R}^3$ verilsin. \vec{A} ve \vec{B} vektörleri arasındaki açının ölçüsü α olmak üzere,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha \text{ olur.}$$

$\vec{A} \perp \vec{B}$ ise $\alpha = 90^\circ$ için $\cos \alpha = 0$ olduğundan
 $\vec{A} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ olur.

Örnek

$\vec{A} = (-1, 2, 3)$ ve $\vec{B} = (1, -1, 2)$ vektörleri arasındaki açının cosinüsünü bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \theta \\ -1 - 2 + 6 &= \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3}{2\sqrt{21}}\end{aligned}$$

Örnek

$\vec{A} = (1, 1, 2)$ ve $\vec{B} = (\sqrt{3} - 1, -\sqrt{3} - 1, 4)$ vektörleri arasındaki açının cosinüsünü bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} \\ \vec{A} \cdot \vec{B} &= \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1 + 8 = 6 \\ |\vec{A}| &= \sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (2)^2} = \sqrt{6} \\ |\vec{B}| &= \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2 + (-\sqrt{3} - 1)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{4 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3} + 16} \\ &= \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \\ \cos \theta &= \frac{6}{\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{6}} \text{ olur.} \\ \cos \theta &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Örnek

\vec{A} ile \vec{B} vektörleri arasındaki açının ölçüsü 45° ,

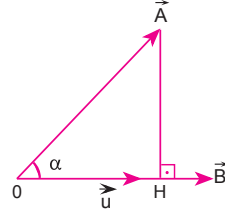
$|\vec{A}| = 2\sqrt{2}$ ve $|\vec{B}| = 3$ olduğuna göre,

$(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (3\vec{A} - 2\vec{B})$ iç çarpımının sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned}(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (3\vec{A} - 2\vec{B}) &= 3 \cdot \vec{A} \cdot \vec{A} + 3 \cdot \vec{A} \cdot \vec{B} - 2\vec{A} \cdot \vec{B} - 2 \cdot \vec{B} \cdot \vec{B} \\ &= 3 \cdot |\vec{A}|^2 + \vec{A} \cdot \vec{B} - 2 \cdot |\vec{B}|^2 \\ &= 3 \cdot 8 + 2\sqrt{2} \cdot 3 \cdot \cos 45^\circ - 2 \cdot 9 \\ &= 24 + 6 - 18 \\ &= 12 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Dik İzdüşüm Vektörü



$\vec{A} = (x_1, y_1, z_1), \vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$ vektörleri verilsin.

\vec{A} vektörünün \vec{B} vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü

$\vec{OH} = \vec{u}$ olsun. \vec{A} ile \vec{B} arasındaki açı α olmak üzere;

$$\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} \text{ dir. } \cos \alpha = \frac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{A}\|} \text{ yazılırsa}$$

$$\frac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{A}\|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} \Rightarrow \|\vec{u}\| = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|} \text{ dik izdüşüm vektörü-}$$

nün uzunluğudur.

$$\vec{u} = \|\vec{u}\| \cdot \frac{\vec{B}}{\|\vec{B}\|} \text{ olacağından}$$

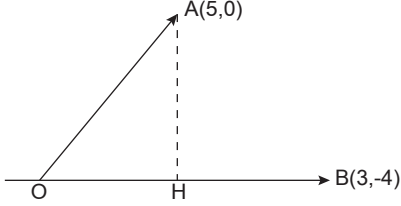
$$\vec{u} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|^2} \cdot \vec{B} \text{ dik izdüşüm vektörünü verir.}$$

Çıkış Sorular

Düzlemde $A(5, 0)$ vektörünün $B(3, -4)$ vektörü üzerine dik izdüşüm vektörünün uzunluğu kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm



$$\|OH\| = \frac{\langle \vec{A}, \vec{B} \rangle}{\|\vec{B}\|}$$

$$\|OH\| = \frac{5 \cdot 3 + 0 \cdot (-4)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\|OH\| = 3 \text{ br bulunur.}$$

Cevap C

Örnek

$\vec{A} = (1, 4, 2)$ ve $\vec{B} = (-2, 1, 3)$ vektörleri veriliyor.

\vec{A} 'nın \vec{B} üzerindeki dik izdüşümünün uzunluğunun ve dik izdüşüm vektörünü bulunuz.

Çözüm

$$|\vec{u}| = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|} = \frac{-2 + 4 + 6}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 3^2}} = \frac{8}{\sqrt{14}}$$

Dik izdüşüm vektörü;

$$\vec{u} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|^2} \cdot \vec{B} = \frac{8}{14} \cdot (-2, 1, 3) = \frac{4}{7}(-2, 1, 3) \text{ olur.}$$

Vektörel (Çapraz) Çarpım

\mathbb{R}^3 te $\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$ vektörleri verilsin.

\vec{A} ve \vec{B} vektörlerinin vektörel çarpımı bir \vec{C} vektörünü verir.

$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ şeklinde gösterilir.

$\alpha: \vec{A}$ vektörü ile \vec{B} vektörü arasındaki açı

$\vec{P}; \vec{A}$ vektörü ile \vec{B} vektörünün yönünü gösteren birim vektör olmak üzere;

\vec{A} ile \vec{B} nin vektörel çarpımı :

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \vec{P} \cdot \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin \alpha \text{ dir.}$$

Elde edilen \vec{C} vektörü, \vec{A} ve \vec{B} vektörlerinin ait olduğu düzleme dik olan bir vektördür.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri, vektörel çarpımı verir.

Örnek

$\vec{A} = (3, 1, 0)$ ve $\vec{B} = (0, 1, 2)$ olduğuna göre,

$\|\vec{A} \times \vec{B}\|$ kaçtır?

Çözüm

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k} \\ = (2, -6, 3)$$

$$\|\vec{A} \times \vec{B}\| = \sqrt{2^2 + (-6)^2 + 3^2} \\ = \sqrt{4 + 36 + 9} \\ = 7 \text{ olur.}$$

Özellikleri:

$\forall \vec{A}, \vec{B}, \vec{C} \in \mathbb{R}^3$ ve $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

I. $\vec{A} \times \vec{A} = 0$

II. $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

III. $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) + (\vec{A} \times \vec{C})$

IV. $(k \cdot \vec{A}) \times \vec{B} = \vec{A} \times (k \cdot \vec{B}) = k \cdot (\vec{A} \times \vec{B}), k \in \mathbb{R}$

V. $\|\vec{A} \times \vec{B}\| = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin \theta$ (θ : \vec{A} ve \vec{B} vektörleri arasındaki açıdır.)

VI. $\left. \begin{matrix} \langle \vec{A} \times \vec{B}, \vec{A} \rangle = 0 \\ \langle \vec{A} \times \vec{B}, \vec{B} \rangle = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \vec{A} \perp \vec{A} \times \vec{B} \text{ ve } \vec{B} \perp \vec{A} \times \vec{B} \text{ dir.}$

KPSS
2024
ÖABT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

VIDEO
DESTEKLİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK

Arti - Yapay
Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme
Ayak İzi

Hibrit Kitap
Teknolojisi

ALAN EĞİTİMİ
KONU ANLATIMLI



Hibrit kitaba erişebilmek
için QR kodu okutunuz.



PEGEM AKADEMİ



Komisyon

ÖABT İlköğretim Matematik Alan Eğitimi Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6890-85-5

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

I I . Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balin

Dizgi-Grafik Tasarım: İlknur Öztürk

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.

İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara

Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 47865

İletişim

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT İLKÖĞRETİM MATEMATİK konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "İlköğretim Matematik Öğretmenliği Alan Eğitimi 4. Kitap" adlı yayınlımız Alan Eğitimi bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) İlköğretim Matematik Öğretmenliği Alan Eğitimi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...



Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak veya linke tıklayarak ulaşabilirsiniz..



<https://depo.pegem.net/2024oabt-ilkogretimmat-ka-guncelleme.pdf>

TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



1. Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
2. Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
3. Konu sonu testlerini çözebilir.



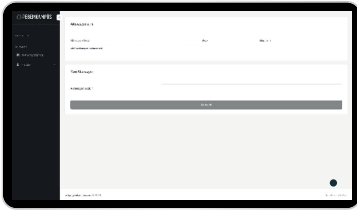
Detaylı anlatım için
QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılıklarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:

1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna arti.pegemkampus.com yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.

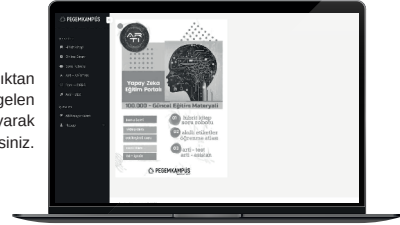


Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "Aktivasyonlarım" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.

2. Adım Aktivasyon

3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "Hibrit Kitap" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



**Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.**



Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM: MATEMATİK NEDİR?

Matematik Nedir?	1
Mutlakçılar	1
Yarı Deneyselciler.....	2
Teorik-Uygulamalı Matematik	2
Klasik-Modern Matematik	2
Akademik-Okul Matematiği.....	2
Çözümlü Test.....	4
Çözümler	6

2. BÖLÜM: MATEMATİĞİ ÖĞRENME VE ÖĞRETME

Matematiği Öğrenme ve Öğretme	7
Bilişsel Öğrenme Alanı	7
Duyuşsal Öğrenme Alanı.....	7
Devinişsel Öğrenme Alanı	7
Davranışçı Yaklaşım	7
Klasik Koşullanma	7
Edimsel Koşullanma	8
Bütünlükçü (Gestaltçı) Yaklaşım.....	8
Fonksiyonist Yaklaşım	8
Bilişsel Gelişmeci Yaklaşım	8
Yapılandırmacı Yaklaşım	8
Buluş Yoluyla Öğrenme	9
Okulda Öğrenme (Tam Öğrenme).....	10
Bilgi-İşlem Yaklaşımı.....	10
Anlamli Öğrenme (Sunuş Yoluyla Öğretim).....	10
Gerçekçi Matematik Eğitimi	10
Çoklu Zekâ Kuramı	11
Öğrenme Stilleri.....	11
Matematik Öğretimi Yöntemleri	11
Düz Anlatım Yöntemi.....	11
Tanımlar Yardımıyla Öğretim	11
Buluş Yoluyla Öğretim	11
Analizle Öğretim	12
Senaryo ile Öğretim	12
Gösterip Yaptırma Yöntemiyle Öğretim	12
Kurallar Yardımıyla Öğretim.....	12
Deneysel Etkinliklerle Öğretim.....	12
Oyunlarla Öğretim.....	12
Çözümlü Test.....	13
Çözümler	15

3. BÖLÜM: MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI

Matematik Dersi Öğretim Programı	16
2004 Programının Özellikleri	16
4+4+4 Eğitim Sistemi.....	17
Öğretim Programının Temel Felsefesi	18
Öğretim Programının Genel Amaçları	18
Öğretim Programında Temel Beceriler	19
Öğretim Programında Değerler Eğitimi.....	20
Öğretim Programının Ölçme ve Değerlendirme Yaklaşımı	20
Öğretim Programında Bireysel Gelişim	20
Öğretim Programının Yapısı	21
Çözümlü Test.....	25
Çözümler	26

4. BÖLÜM: PROBLEM ÇÖZME

Problem Çözme	27
Problem Nedir?.....	27
Problem Çözme	27
Problemi Anlama	27
Çözüm İçin Plan Yapma	27
Planın Uygulanması.....	27
Değerlendirme	27
Problem Çözme Öğretimi	29
Sistemik Liste Yapma	29
Tahmin ve Kontrol	29
Diyagram Çizme	29
Bağıntı Bulma	30
Değişken Kullanma.....	30
Benzer Problemlerin Çözümünden Yararlanma	30
Geriye Doğru Çalışma	30
Eleme.....	30
Tablo Yapma	30
Muhakeme Etme.....	30
Problem Kurma.....	31
Matematiksel İfadeye Uygun Problem Kurma	31
Şekil veya Tabloya Uygun Problem Kurma.....	31
Cevabı Zihinde Tutarak Problem Kurma	31

Matematik Eğitiminde Problem Çözme.....	31
Problem Çözme İçin Öğretim.....	31
Problem Çözmeye İlişkin Öğretim	31
Problem Çözme ile Öğretim.....	31
Çözümlü Test.....	32
Çözümler	34

5. BÖLÜM: DOĞAL SAYILAR VE DÖRT İŞLEM ÖĞRETİMİ

Doğal Sayılar ve Dört İşlem Öğretimi	35
Sayma Sistemleri.....	35
Doğal Sayılar	35
Onluk Sayma Sistemi	36
Doğal Sayıların Öğretimi.....	36
İşlem Öğretimi.....	37
Toplama ve Çıkarma İşlemi Öğretimi.....	37
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	38
İşlem Tekniğinin Öğretimi.....	38
İşlem Sağlamasının Öğretimi.....	38
Toplama ve Çıkarma İşlemini Gerektiren Problemler	38
Çarpma İşlemi Öğretimi	39
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	39
İşlem Tekniğinin Öğretimi.....	40
İşlem Sağlamasının Öğretimi.....	40
Çarpma İşlemini Gerektiren Problemler.....	40
Bölme İşlemi Öğretimi.....	41
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	41
İşlem Tekniğinin Öğretimi.....	42
Kalanlı Bölme İşleminin Öğretimi.....	42
İşlem Sağlamasının Öğretimi.....	42
Çarpanlar ve Katlar.....	43
Bölünebilme Öğretimi	43
Asal Sayılar	43
En Büyük Ortak Bölen (EBOB) ve En Küçük Ortak Kat (EKOK)	44
Çözümlü Test.....	45
Çözümler	46

6. BÖLÜM: KÜMELER ÖĞRETİMİ

Kümeler Öğretimi	47
Temel Kavramların Öğretimi	47
Liste Yöntemi	47
Ortak Özellik Yöntemi.....	47
Venn Şeması	47
Kümeler Arasındaki İlişkilerin Öğretimi	48
Kümelerle İşlemler	49
Birleşim İşlemi.....	49
Kesişim İşlemi.....	49
Çözümlü Test.....	50
Çözümler	52

7. BÖLÜM: TAM SAYILAR VE DÖRT İŞLEM ÖĞRETİMİ

Tam Sayılar ve Dört İşlem Öğretimi	53
Tam Sayılar.....	53
Tam Sayıların Öğretimi	53
Toplama ve Çıkarma İşlemi Öğretimi.....	54
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	55
Çarpma İşlemi Öğretimi	56
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	56
Bölme İşlemi Öğretimi.....	57
Çözümlü Test.....	58
Çözümler	60

8. BÖLÜM: KESİR SAYILARI VE DÖRT İŞLEM ÖĞRETİMİ

Kesir Sayıları ve Dört İşlem Öğretimi	61
Kesir Sayılarının Öğretimi.....	61
Toplama ve Çıkarma İşlemi Öğretimi.....	63
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	63
Çarpma İşlemi Öğretimi	64
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	64
Bölme İşlemi Öğretimi.....	66
Çözümlü Test.....	68
Çözümler	70

9. BÖLÜM: ONDALIK GÖSTERİM VE DÖRT İŞLEM ÖĞRETİMİ

Ondalık Gösterim ve Dört İşlem Öğretimi	71
Ondalık Gösterim Öğretimi	71
Toplama ve Çıkarma İşlemi Öğretimi	73
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	74
Çarpma İşlemi Öğretimi	75
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	76
Bölme İşlemi Öğretimi	76
Çözümlü Test	80
Çözümler	82

10. BÖLÜM: RASYONEL SAYILAR VE DÖRT İŞLEM ÖĞRETİMİ

Rasyonel Sayılar ve Dört İşlem Öğretimi	83
Rasyonel Sayıların Öğretimi	83
Toplama ve Çıkarma İşlemi Öğretimi	85
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	86
Çarpma İşlemi Öğretimi	86
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	87
Bölme İşlemi Öğretimi	87
Çözümlü Test	88
Çözümler	90

11. BÖLÜM: GERÇEK SAYILAR VE DÖRT İŞLEM ÖĞRETİMİ

Gerçek Sayılar ve Dört İşlem Öğretimi	91
Gerçek Sayıların Öğretimi	91
Karekök Öğretimi	92
Toplama ve Çıkarma İşlemi Öğretimi	93
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	93
Çarpma İşlemi Öğretimi	93
İşlem Özelliklerinin Öğretimi	94
Bölme İşlemi Öğretimi	94
Gerçek Sayılar	95
Çözümlü Test	96
Çözümler	98

12. BÖLÜM: ORAN, ORANTI VE YÜZDE ÖĞRETİMİ

Oran, Orantı ve Yüzde Öğretimi	99
Oran Öğretimi	100
Orantı Öğretimi	101
Orantı Özelliklerinin Öğretimi	102
Orantı Çeşitlerinin Öğretimi	102
Yüzde Öğretimi	103
Çözümlü Test	105
Çözümler	107

13. BÖLÜM: HARFLİ İFADELER, ÖZDEŞLİKLER VE ÇARPANLARA AYIRMA ÖĞRETİMİ

Harfli İfadeler, Özdeşlikler ve Çarpanlara Ayırma Öğretimi	108
Harfli İfadeler Öğretimi	109
Cebirsel İfadelerde Toplama İşlemi Öğretimi ..	110
Cebirsel İfadelerde Çıkarma İşlemi Öğretimi ..	110
Cebirsel İfadelerde Çarpma İşlemi Öğretimi ..	110
Özdeşlikler Öğretimi	111
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ Özdeşliği	111
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ Özdeşliği	112
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ Özdeşliği	112
Çarpanlara Ayırma Öğretimi	113
Ortak Çarpan Parantezine Alma	113
Gruplandırma	113
Tam Kare İfadelerin Çarpanlara Ayrılması ..	113
$a^2 + 2ab + b^2$ İfadesinin Çarpanlara Ayrılması	113
$a^2 - 2ab + b^2$ İfadesinin Çarpanlara Ayrılması	114
$a^2 - b^2$ İfadesinin Çarpanlara Ayrılması	115
$ax^2 + bx + c$ İfadesinin Çarpanlara Ayrılması	115
Çözümlü Test	116
Çözümler	118

14. BÖLÜM: DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER ÖĞRETİMİ

Denklemler ve Eşitsizlikler Öğretimi	119
Denklemler Öğretimi.....	119
Kartezyen Koordinat Sistemi.....	121
Doğrusal Denklemin Grafiği.....	121
Eşitsizlikler Öğretimi.....	122
Çözümlü Test.....	125
Çözümler.....	127

15. BÖLÜM: GEOMETRİ ÖĞRETİMİ

Geometri Öğretimi	128
Çocuklarda Geometrik Düşünmenin Gelişimi ..	128
Geometri Öğretimi.....	130
Açılar Öğretimi.....	132
Düzlemsel Şekiller Öğretimi.....	132
Eşlik ve Benzerlik Öğretimi.....	134
Üçgenlerin Eşliği.....	135
Üçgenlerin Benzerliği.....	136
Pisagor Bağıntısı.....	136
Dönüşüm Geometrisi.....	136
Geometrik Cisimler.....	138
Çember ve Daire.....	141
Çözümlü Test.....	143
Çözümler.....	145

16. BÖLÜM: UZUNLUK, ALAN VE HACİM ÖLÇÜLERİ ÖĞRETİMİ

Uzunluk, Alan ve Hacim Ölçüleri Öğretimi	146
Uzunluk Ölçüleri Öğretimi.....	147
Alan Ölçüleri Öğretimi.....	148
Hacim Ölçüleri Öğretimi.....	151
Çözümlü Test.....	153
Çözümler.....	155

17. BÖLÜM: İSTATİSTİK VE OLASILIK ÖĞRETİMİ

İstatistik ve Olasılık Öğretimi	156
İstatistik Öğretimi.....	157
Veri Toplama.....	157
Tablo ve Grafikler.....	157
Merkezî Eğilim ve Yayılma Ölçüleri.....	158
Aritmetik Ortalama.....	158
Tepe Değer (Mod).....	159
Ortanca (Medyan).....	159
Açıklık (Ranj).....	159
Olasılık Öğretimi.....	160
Olasılıkla İlgili Temel Kavramlar.....	160
Kesin ve İmkânsız Olaylar.....	161
Çözümlü Test.....	163
Çözümler.....	165

KAYNAKÇA	166
-----------------------	-----

MATEMATİK NEDİR?

Matematik, kimilerine göre genel ölçü ve düzen bilimi, kimilerine göre evrensel bir dil, kimilerine göre ise medeniyetten medeniyete zenginleşerek aktarılan sayılar, şekiller, uzaylar gibi soyut varlıkları ve aralarındaki ilişkileri inceleyen bilim dalıdır. Ortak bir tanıma ulaşamamakla birlikte her tanımlamanın ya da betimlemenin doğruluk payının olduğu söylenebilir. Tanımlamaların büyük bir kısmında matematiğin konusunun sayılar, şekiller, fonksiyonlar vb. soyut varlıklar olduğu ve düşünme yapısının da tümdengelim olduğu ifade edilmektedir.

Örnek Soru

“İki çift sayının çarpımı, çifttir.” önermesinde matematiksel düşüncenin hangi işletim yolu kullanılmaktadır?

- A) İndirgeme
- B) Genelleme
- C) Soyutlama
- D) Tümevarım
- E) Tümdengelim

Çözüm

“İki çift sayının çarpımı çifttir” önermesinin doğruluğu gösterilirken $2n$ ve $2k$ gibi iki çift sayı alınıp çarpılarak ispat yapılır. Yani en genel durum için önermenin doğruluğu gösterilmiş olunur ve bilinir ki önerme her özel durum için de doğrudur. “Genelden özele” şeklinde özetlenebilen bu düşünce yapısı **Tümdengelim**'dir.

Cevap E

Bugünkü matematik bilgisinin ortaya çıkışı ile ilgili olarak iki yaklaşımdan söz edilmektedir:

1. Matematiği insanoğlu kendi icat etti.
2. Matematik evrende vardı, insanoğlu bunu yaşarken fark etti.

Her iki ekolün de savunucuları kendi yaklaşımlarını haklı çıkaracak bazı kanıtlar ortaya koymaktadır. Bunlardan ikinci yaklaşımı benimseyen grubun sunduğu örneklerden belki de en önemlisi Fibonacci Sayıları ve Altın Oran'dır. İtalyan Matematikçi Leonardo Fibonacci'nin meşhur tavşan probleminden yola çıkarak ulaştığı Fibonacci dizisi $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$ şeklinde olup bu dizideki her bir terimin kendinden önceki terime oranlanmasıyla oluşan yeni dizinin yakınsadığı $1,618$ değeri de Altın Oran olarak bilinmektedir. Gerek ardışık Fibonacci sayıları ve gerekse Altın Oran sayısı doğada, resimde, müzikte, mimaride ve daha pek çok yerde şaşırtıcı bir şekilde insanoğlunun karşısına çıkmaktadır.

Matematik yeni bilgilerin üretimi konusunda “kendi kendine yeterlik” özelliği ile diğer bilim dallarından farklılaşmaktadır. Yeni matematik bilgi üretmek için geçmiş bilgilerin yanında dil ve mantık dışında bir şeye ihtiyaç yoktur.

Matematik, belli bir düzen ve mantıksal sıralamaya sahip kavram ve işlemler üzerine kurulu bir bilimdir. Bu düzen veya intizamı bulmak ve keşfetmek ve sonrasında anlamlandırmak, tam anlamıyla “matematik yapmak” demektir.

Mevcut matematik bilgisinin oluşmasına yönelik teorik matematiğe dayanan matematikçiler “amaç olarak matematik” görüşünü savunurken uygulamalı matematiğe dayanan matematikçiler ise “araç olarak matematik” görüşünü desteklemektedir. Genel inanış ise bugünkü bilgilerin büyük kısmının matematik yapma amacıyla ve bir kısmının da günlük yaşam problemlerine çözüm arama amacıyla ortaya çıktığı yönündedir.

Örnek Soru

Matematiksel bilginin türeyişinde katkısı olan bilim dalları hangileridir?

- A) Sosyoloji-Psikoloji
- B) Dil-Mantık
- C) Fizik-Kimya
- D) Tıp-Biyoloji
- E) Tarih-Edebiyat

Çözüm

Matematiğin “kendi kendine yeterlik” özelliği olduğu hatırlanırsa, yeni bilgi üretmek için geçmiş bilgilerin yanında matematiğe katkısı olan bilim dalları sadece **Dil ve Mantık**'tır.

Cevap B

Matematik bilgisinin doğasına bakış farklılaşabilmektedir. Matematik felsefesine bakıldığında bu farklı algılamalardan dolayı ortaya mutlakçı, kesinlikçi ve öznelci felsefeler çıkmıştır.

Mutlakçılar

Eflatuncular, matematiğin nesnelere ve yapılarının insandan bağımsız olarak var olduğunu iddia etmektedirler. Onlara göre matematik yapmak, bizden önce var olan bu nesnelere ve yapıların keşfedilmesidir.

Matematiğin doğasına deneysel olarak bakan görüş, matematiksel doğruların deneysel yollarla genellenebileceğini söyler. **Deneyselcilik**, matematiği sağlam temeller üzerinde inşa etmeyi amaçlamıştır ve bunu deneysel kanıtlamalarla yapmaya çalışmıştır.

Matematiği kendi içinde tutarlı bir yapıya kavuşturmak amacıyla onu mantıksal önermelere indirgemeye çalışan **mantıkçılar** olmuştur. Onlara göre matematik, mantıktan başka bir şey değildir. Mantığı kullanılmadıkta amaç, matematiği kesin biçimde tanımlanmış çıkarsama kurallarına ve aksiyomlara dayandırmaktır. Bu görüşü savunucuların başında **Frege, Russell** ve **Peano** gelmektedir.

Formalistlere göre matematik, soyut nesne ve ilişkileri konu alan simgesel bir sistemdir. Sistemi oluşturan terimler anlamsız birer simge ilişkileri dile getiren ifadeler içerikten yoksun birer önerme kalıbıdır. Formalistler matematiği, aritmetik ve mantık aksiyonlarıyla sınırlayarak tutarlılık ve tamlık özelliğine sahip simgesel bir sisteme dönüştürmeye çalıştılar. Bu görüşü savunanların başında **Hilbert** gelmektedir.

Sezgi, matematikçinin formül, sembol veya ispat kullanmadan bir problemin çözümünü ve bir teoremin doğruluğunu görebilmesi, hissedebilmesidir. **Sezginler** de mantıkçılar ve formalistler gibi matematikte kesinlik arar. Onlar matematiksel kesinliği, insanın matematiksel tümevarım yeteneğine bağlamaktadır. Bildiğimiz en meşhur sezginler **Brouwer** ile **Poincare**'dir.

Yarı Deneysevciler

Lakatos'a göre, matematik felsefesi tarih, yöntem ve yanlışlanabilir bilgi kuramı boyutlarında ele alınmalıdır. Sosyal ve kültürel bir ürün olması nedeniyle matematikçiler yanlışlanabilir ve ürünleri de mükemmel olmayabilir. **Yarı deneysevciler** yaklaşım yanlışlanabilirlik kavramına vurgu yapar ve bu sistemde kuramlar ispatlanmaz, açıklanır ve doğrulukları onaylanır. Onlara göre matematiksel doğrular her zaman yanlışlanabilirlik aşamasında kalmaktadır ve sürekli gelişmeye ve değişmeye açıktır, dinamik bir yapıya sahiptir.

Mutlakçılardan ve yarı deneysevcilerden farklı olarak **genelenevciler** göre matematiğin bilgileri ve doğrulukları, dil bilim geleneklerinden etkilenir ve onlar tarafından şekillenir. **Wittgenstein**'a göre matematiksel ve mantıksal doğrular, dilin kabul edilen kurallarına ve gramerine bağlıysa ve bu durumda doğrular dilin kurallarını ve gramerini bozuyorsa yanlışlanabilirlikleri söz konusudur.

Örnek Soru

Matematiği soyut nesne ve ilişkiler olarak ele alan ve sistemi oluşturan terimleri anlamsız birer simge, ilişkileri dile getiren ifadeleri içerikten yoksun birer önerme kalıbı olarak görenler hangi yaklaşımın savunucularıdır?

- A) Sezgin Yaklaşım
- B) Deneysevciler Yaklaşım
- C) Mutlakçı Yaklaşım
- D) Formalist Yaklaşım
- E) Mantıkçı Yaklaşım

Çözüm

Formalist Yaklaşımı savunanlar, matematiği soyut nesne ve ilişkileri konu alan bir sistem olarak görmektedirler.

Cevap D

Matematiği kendi içinde farklı açılardan sınıflandırmak mümkündür. Teorik-uygulamalı matematik, klasik-modern matematik, akademik-okul matematiği gibi.

Teorik-Uygulamalı Matematik

Matematiğin güzellik ve zihni uyandırması boyutuyla teorik (pür) matematikçiler ilgilenmektedir. Onlar için önemli olan yapının estetik olması ve bu durumun kişiyi entelektüel doyuma ulaştırmasıdır. Hardy'nin dediği gibi, **teorik matematikçinin, üzerinde uğraştığı sorunların ve problemlerin uygulama alanı bulması, işe yaraması veya faydalı olması gibi bir endişesi yoktur.**

Teorik matematikçilerin ortaya koyduğu matematiksel bilgilerin diğer bilim dallarında ve günlük yaşamda nasıl kullanılabileceğini araştırmak ise uygulamalı matematikçilerin işidir. Biliyoruz ki çoğu teorik matematik ürünü daha sonraları pratik uygulama alanı bulmuştur.

Klasik-Modern Matematik

Klasik matematik daha çok aritmetik ağırlıklı, cebirsel işlemlerin yürütülerek problemlerin çözüldüğü ve Euclid'in tanımladığı geometrik nesnelere üzerine kurulan bir geometrinin ele alındığı matematiktir.

1960'lı yıllarda ABD'de başlatılan eğitim reformlarının sonucunda modern matematik kavramı ortaya çıkmıştır. Modern matematik, küme ve grup kavramlarını kullanarak matematiksel yapıları yeniden tanımlamaktadır. Modern matematik ile birlikte, belli semboller ve formüller kullanılarak yapılan soyutlamalar ve birbirinden bağımsız gibi görünen işlem ve algoritmalar kendi içinde tutarlı ve bağlantılı hâle gelmiştir. Modern matematik müfredatı ülkemizde 1970'li yılların başında uygulanmaya başladı.

Akademik-Okul Matematiği

Akademik matematik, teorik matematikçilerin uğraştığı matematik olarak tanımlanabilir. Akademik matematiğin amacı, matematiğin ulaşılmış olduğu birikimi kullanarak teorik ve pratik alanda matematiğe bilimsel katkıda bulunmaktır.

Okul matematiği "toplum için nasıl bir insan yetiştirmek istiyoruz?" sorusuna cevap ararken matematik ile ilgili "ne öğretilim?" ve "nasıl öğretilim?" konusu ile ilgilenir. Akademik matematik ürünü bilgilerin, genç nesillere aktarılması okul matematiğinin işidir.

Okullarda öğretilen matematiğin amacı her düzeyde bazı farklılıklar göstermektedir. İlköğretim ve ortaöğretim düzeyinde okul matematiğinin amacı, öğrenciyi istenilen matematik kültürünü vermek ve temel matematiksel beceriler yanında matematiksel düşünme yeteneğini geliştirmektir. Yükseköğretim düzeyindeki okul matematiğinin amacı ise öğrenim görülen alana göre farklılaşmaktadır.

KPSS
2024
ÖABT



İLKÖĞRETİM MATEMATİK

TAMAMI ÇÖZÜMLÜ
SORU
BANKASI

 PEGEM AKADEMİ



Komisyon

ÖABT İLKÖĞRETİM MATEMATİK TAMAMI ÇÖZÜMLÜ SORU BANKASI

ISBN 978-625-6890-82-4

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayinevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

13. Baskı: Ağustos 2023, Ankara

Proje-Yayın Yönetmeni: Nilay Balin

Dizgi-Grafik Tasarım: Seyyide Bayraktar

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara
Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 47865

İletişim

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 501

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

Bu kitap, Kamu Personeli Seçme Sınavı (KPSS) İlköğretim Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi ve Alan Eğitimi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinmeniz ve soruları kolaylıkla çözebilmeniz amacıyla farklı soru çeşitleri ile kendinizi geliştirmeniz sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuzluk etmek için hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlık aşamasında, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak şekilde ve ÖABT'de çıkan ve çıkacak sorularla paralel sorular içerecek nitelikte olması hedeflenmiştir. Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan çözümlü anlatımları ve açıklamaları ile bu özgün sorular ÖABT'de çıkacak sorularla konu ve tarz itibarıyla bire bir örtüşmektedir. Ayrıca kitabımızda, testlerin karışık değil de konu başlıklarıyla ayrı ayrı verilmiş olması, hangi konuda eksikliğiniz olduğunu görmenizi ve konu anlatımlı kitabımıza başvurarak bu eksikliklerinizi tamamlamanızı sağlayacak ve size yol gösterecektir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma süreci ile hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin görüş ve önerilerinizi pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538-594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerinde katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Pegem Akademi Yayıncılık

Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak ulaşabilirsiniz.



<https://depo.pegem.net/2023-oabtilkogretimmatematik-sb-guncelleme.pdf>



İÇİNDEKİLER

ALAN BİLGİSİ

II. ve III. Dereceden Denklemler	3-7
II. Dereceden Eşitsizlikler	8-13
Parabol	14-19
Polinomlar	20-24
Tümevarım (Toplam-Çarpım Sembolü).....	25-29
Diziler	30-34
Aritmetik ve Geometrik Diziler	35-39
Seriler	40-44
Trigonometri.....	45-50
Karmaşık Sayılar	51-61
Logaritma.....	62-72
Limit ve Süreklilik.....	73-77
Türev	78-87
İntegral.....	88-99
Analiz.....	100-178
Soyut Cebir.....	179-201
Lineer Cebir	202-235
İstatistik	236-246
Geometri.....	247-282
Tarama	283-293
Cevap Anahtarı.....	294-296

ALAN EĞİTİMİ

Test 1 - 9.....	299-341
Tarama 1 - 4.....	342-353
Cevap Anahtarı.....	354

ALAN BİLGİSİ



TEST

1. $(x - 3a + 12)^2 = 2a - 4$

x değişkenine bağlı ikinci dereceden denkleminin çözüm kümesi tek elemanlı olduğuna göre, denklemin kökleri toplamı kaçtır?

- A) -18 B) -12 C) -6 D) 6 E) 12

2. $(2x - 3) \cdot (x + 2) \cdot (x + 1) = (x + 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 4)$

denkleminin kökleri çarpımı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 1 D) 2 E) 4

3. $(m - 2)x^2 + (m + 2)x + 1 = 0$

denkleminin iki farklı reel kökü olduğuna göre, m'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

4. $x^2 - 6x + a = 0$

denkleminin kökleri rasyonel olduğuna göre, a'nın alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $x^2 - 2x - 5 = 0$

denkleminin köklerinin oranının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A)
- $-\frac{14}{5}$
- B) -2 C)
- $-\frac{7}{5}$
- D)
- $\frac{7}{5}$
- E)
- $\frac{14}{5}$

6. $x^3 + mx^2 + 2nx - 2014 = 0$

denkleminin kökleri a, b, c olduğuna göre, $m^2 - 4n$ ifadesinin a, b, c türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $a^2 + b^2 + c^2$
-
- B)
- $a^2 + b^2 + c^2 - 2014$
-
- C)
- $a^2 + b^2 + c^2 + 2014$
-
- D)
- $2014 - abc$
-
- E)
- abc

7. $x^3 - 5x + 7 = 0$

denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

Buna göre, $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) -42 B) -28 C) -21 D) 21 E) 28

8. $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $x^2 - 16x + a = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1\sqrt{x_2} - x_2\sqrt{x_1} = \sqrt{4a}$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 24 D) 32 E) 36

9. $x^2 - (m + 1)x + 1 - 2m = 0$

denkleminin köklerinin kareleri toplamını minimum yapan m değeri kaçtır?

- A) 6 B) 3 C) -1 D) -3 E) -6

10. $x^3 + 2ax^2 - 11x - b = 0$

denkleminin köklerinden ikisi, $x^2 - 3x - 2 = 0$ denkleminin de kökleridir.

Buna göre, b değeri kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 3 D) 6 E) 12

11. $x^3 + x^2 - 3kx + x + a = 0$

denkleminin köklerinden biri 3'tür.

Bu denklemin diğer köklerinin çakışık olması için k kaç olmalıdır?

- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) -3 E) $-\frac{7}{2}$

12. $a, b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $ax^2 - 3ax - 5b = 0$ denkleminin kökleri arasında $x_1^2 - 3x_2 = 1$ bağıntısı olduğuna göre, a sayısı b 'nin kaç katıdır?

- A) 16 B) 8 C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

13. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$x^3 + 5x^2 - 3x + 2a = 0$ denkleminin kökleri arasında $x_1 + x_2 - 3x_3 = 3$ bağıntısı vardır.

Buna göre, $a \cdot (x_1 + x_2) - x_1 \cdot x_2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -90 B) -81 C) -72 D) 36 E) 72

14. $a \neq 0$ olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin katsayıları arasında $a = 2b - 4c$ bağıntısı olduğuna göre, denklemin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{2}$

15. $\sqrt{x-1} + 3 = x$ denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) -10 E) -5

16. m sıfırdan farklı bir reel sayı olmak üzere

$$mx^2 - (m + 2)x - 2m + 1 = 0$$

denkleminin yalnızca bir kökü $(0, 1)$ aralığında ise m 'nin en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ B) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ C) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
D) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ E) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \setminus \{0\}$

17. a ve b birer değişken olmak üzere,

$a^2 + b^2 + 4abc = 0$ denklemini için $\frac{a}{b}$ nin alabileceği değerler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) 4 C) $4c$ D) $-4c$ E) 0

18. $ax^2 + x + 1 - 2a = 0$ denkleminin kökleri arasında

$x_1^3 + x_2^3 = -\frac{19}{a^3}$ bağıntısı olduğuna göre, a tam sayı değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

ÇÖZÜMLER

1. $(x - 3a + 12)^2 = 2a - 4$ ikinci dereceden denkleminin çözüm kümesi tek elemanlı ise denklem bir tamkaredir. O hâlde $2a - 4 = 0$ olmalıdır. $2a - 4 = 0 \Rightarrow a = 2$ 'dir.

Bu durumda denklem $(x + 6)^2 = 0$ olup denklemin kökleri $x_1 = x_2 = -6$ 'dan $x_1 + x_2 = -12$ 'dir.

Cevap B

2. $(2x - 3)(x + 2)(x + 1) = (x + 2)(x + 1)(x - 4)$
 $\Rightarrow (2x - 3)(x + 2)(x + 1) - (x + 2)(x + 1)(x - 4) = 0$
 $\Rightarrow (x + 2)(x + 1)(2x - 3 - x + 4) = 0$
 $\Rightarrow (x + 2)(x + 1)(x + 1) = 0$
 $\Rightarrow x + 2 = 0, x + 1 = 0, x + 1 = 0$
 $\Rightarrow x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = -1$ 'dir.

Bu köklerin çarpımı $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -2$ bulunur.

Cevap B

3. $(m - 2)x^2 + (m + 2)x + 1 = 0$ II. dereceden denklem olduğundan $m - 2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 2$ olup denklemin iki farklı reel kökü varsa $\Delta > 0$ dir.
 $\Delta > 0 \Rightarrow (m + 2)^2 - 4 \cdot (m - 2) > 0$
 $\Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 4m + 8 > 0$
 $\Rightarrow m^2 + 12 > 0$ 'dir.
 $m^2 + 12 > 0$ eşitsizliği bütün m reel sayıları için sağlanır fakat $m \neq 2$ olduğu için m 'nin alacağı değerlerin toplamı -2 'dir.

Cevap E

4. $x^2 - 6x + a = 0$ denkleminin kökleri rasyonel ise $\Delta = b^2 - 4ac$ bir tamkare olmalıdır.
 $\Delta = 36 - 4a = 4(9 - a)$ ifadesinin tamkare olması için $a = 9, 8, 5, 0$ değerlerini almalıdır.

Cevap D

5. $x^2 - 2x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Bu köklerin oranının alacağı değerler toplamı

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$= \frac{2^2 - 2(-5)}{(-5)} = -\frac{14}{5} \text{ tir.}$$

Cevap A

6. $x^3 + mx^2 + 2nx - 2014 = 0$ denkleminin kökleri a, b ve c ise

$$a + b + c = -m$$

$$ab + ac + bc = 2n$$

$$a \cdot b \cdot c = 2014$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

$$m^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot (2n)$$

$$m^2 - 4n = a^2 + b^2 + c^2 \text{ dir.}$$

Cevap A

7. $x^3 - 5x + 7 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 olmak üzere, kökler toplamı $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ 'dir.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -x_3 \text{ tür. O hâlde}$$

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = [(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)] + x_3^3$$

$$= -x_3^3 + 3x_1x_2x_3 + x_3^3 = 3x_1x_2x_3$$

$$= 3 \cdot (-7) = -21 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

8. $x^2 - 16x + a = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 16$

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = a$$

$$x_1 \sqrt{x_2} - x_2 \sqrt{x_1} = \sqrt{4a} \Rightarrow \sqrt{x_1} x_2 (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}) = \sqrt{4a}$$

$$\Rightarrow \sqrt{a} \cdot (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}) = \sqrt{4a}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = 2 \text{ 'dir.}$$

$$(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})^2 = 2^2 \Rightarrow x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 4$$

$$\Rightarrow 16 - 2\sqrt{a} = 4 \Rightarrow \sqrt{a} = 6$$

$$\Rightarrow a = 36 \text{ bulunur.}$$

Cevap E