



HİBRİT
KİTAP

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI AKADEMİ GİRİŞ SINAVI

Yapay Zekâ Destekli

MEB • AGS

KONU ANLATIMLI

SÖZEL • SAYISAL YETENEK
TARİH
TÜRKİYE COĞRAFYASI



e-Kitaba ve video derslere
erişebilmek için
QR kodu okutunuz.



Fiziksel Kitap

HİBRİT
KİTAP

e-Kitap

Video Ders Hediyeli

ARTIFORCE, TÜBİTAK-TEYDEB Destek Programından yararlanılarak geliştirilmiştir (Proje No: 7230451).
Ürün/hizmet ile ilgili tüm sorumluluk Pegem Akademi Yayıncılık Eğitim Danışmanlık Hizmetleri Tic. A.Ş.'ye aittir.



PEGEM AKADEMİ



MEB - AGS KONU ANLATIMLI

Komisyon

ISBN 978-625-6140-01-1

Kitap içeriğinin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayinevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

I. Baskı: 2024, Ankara

Yayın-Proje: Pegem

Dizgi-Grafik Tasarım: Gülnur Öcalan

Kapak Tasarımı: Pegem

İletişim

Pegem Akademi: Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

Baskı: Ankara Özgür Matbaacılık

1250. Cad. No: 25 Ostim Yenimahalle/Ankara

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 46821

Değerli Okuyucularımız,

Milli Eğitim Bakanlığı Akademi Giriş Sınavı (MEB-AGS), geleceğin öğretmenlerinin belirlenmesinde son aşamadır ve öğrenim hayatınız boyunca verdiğiniz emeğin sonucu meslek hayatınıza adım atmanızla nihai başarıya dönüşecektir.

Bu süreçteki emek ve çabanız, programlı bir çalışma ile sizi hedefinize doğru yönlerecek ve öne geçirecektir. Böylesi bir süreçte programlı bir çalışmaya kaynaklık edecek olan, deneyimli bir yazar ekibi tarafından özenle oluşturulmuş, geniş kapsamlı yayınlar olacaktır.

Pegem Akademi yazar ekibinin öncelikli amacı, tam da bu kaynağı sizlere sunmak olmuş ve sonucunda sizleri başarıda öne taşıyacak bu kapsamlı konu anlatımlı kitap ortaya çıkmıştır.

Sınavda başarılı olabilmek için müfredatta mevcut olan konularda yeterli bilgi düzeyine sahip olmak ve yeterince örnek soru ile bu bilgiyi pekiştirmek gerekmektedir. Bu kitabın temel amacı, adayın sınav kapsamındaki her konuya hâkimiyetini sağlamak ve böylece karşılaşılabilecek soru tiplerini rahatlıkla çözebilecek seviyeye gelmesini mümkün kılmaktır.

Kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır. Sorunuz en kısa sürede yayın ekibimiz tarafından cevaplandırılacaktır.

Kitabın, Millî Eğitim Bakanlığında görev almak isteyen tüm öğretmen adaylarımızın başarılarına katkı sağlaması dileğiyle...

PEGEM Akademi

Kitabın içeriği, MEB'in yapacağı program değişikliği veya buna bağlı olarak ÖSYM'nin sınav içeriğinde yapacağı değişiklik durumunda, kitabın dijital hâlinde (aktivasyon geçerlilik süresince) güncellenerek siz değerli adaylara sunulur.

TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



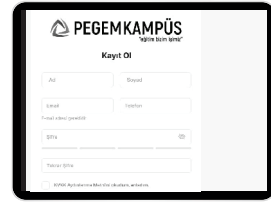
- 1 Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Konu sonu testlerini çözebilir.
- 3 Video dersleri izleyebilir.



Pegem Kampüs web sitesi üzerinden aktivasyon kodunuzu aktif edebilmek ve içeriklere erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:

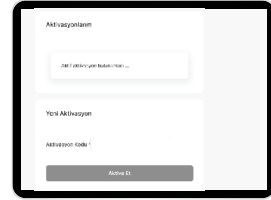
1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna **arti.pegemkampus.com** yazarak web sitemiz üzerinden üyeliğinizi gerçekleştirebilirsiniz.



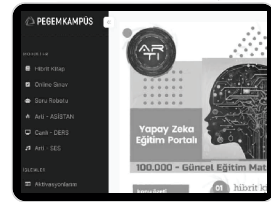
2. Adım Aktivasyon

Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan “**Aktivasyonlarım**” sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.



3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen “**Ölçme İstasyonu**” sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



*Aktivasyon kodu kitabınızın iç kapağında yer almaktadır.
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2025 tarihine kadar geçerlidir.*



Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

SÖZEL YETENEK

Sözcükte Anlam	1
Sözcüğün Anlam Özellikleri.....	1
Söz Sanatları.....	2
Sözcükler Arasındaki Anlam İlişkileri.....	4
Kalıplaşmış Söz Öbekleri	5
Test	7
Cümlede Anlam.....	9
Cümle.....	9
Anlamlarına Göre Cümleler	9
Test	12
Paragrafta Anlam.....	14
Paragraf	14
Düşünceyi Geliştirme Yolları.....	16
Anlatım Nitelikleri	17
Test	18
Yapı Bilgisi	21
Kök.....	21
Ekler	21
Yapılarına Göre Sözcükler	22
Test	23
Sözcük Türleri.....	25
Test - 1.....	36
Test - 2.....	38
Cümle Bilgisi.....	40
Cümlelerin Öğeleri	40
Cümle Türleri.....	41
Cümle Dışı Unsurlar	42
Test	43
Ses Bilgisi	45
Ses Olayları	45
Test	47
Yazım Kuralları.....	49
Noktalama İşaretleri.....	55
Test	58
Sözel Mantık.....	60
Sıralama Kurguları.....	61
Eşleştirme Kurguları	67
Yer-Konum Kurguları	72
Test - 1	75
Test - 2	77

SAYISAL YETENEK

Sayılar	79
Test - 1.....	87
Test - 2.....	89
Bölme, Bölünebilme, OBEB-OKEK	91
Test	95
Rasyonel Sayılar - Ondalık Sayılar.....	97
Test - 1.....	102
Test - 2.....	104
Eşitsizlikler	106
Test	111
Mutlak Değer	113
Test.....	120
Üslü ve Köklü İfadeler.....	122
Test	127
Çarpanlara Ayırma ve Özdeşlikler	129
Test	132
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler	134
Test	136
Oran-Orantı	138
Test	141
Problemler	143
Test - 1.....	146
Test - 2.....	150
Test - 3.....	153
Test - 4.....	156
Test - 5.....	160
Test - 6.....	164
Kümeler	166
Test	171
Fonksiyon	173
Test	176
İşlem ve Özellikleri	178
Test	181
Modüler Aritmetik	183
Test	186
Permütasyon - Kombinasyon - Olasılık	188
Test (Permütasyon).....	199
Test (Kombinasyon)	201
Test (Olasılık).....	203
Tablo - Grafik Yorumlama.....	205
Test	209
Sayısal Mantık	211
Test - 1.....	221
Test - 2.....	223
Test - 3.....	225
Test - 4.....	227
Test - 5.....	229



İÇİNDEKİLER

Açılar ve Üçgenler	231
Test - 1	236
Test - 2	238
Test - 3	240
Test - 4	242
Çokgenler ve Dörtgenler	244
Test - 1	248
Test - 2	250
Çember ve Daire	252
Test	255
Doğru ve Nokta Analitiği	258
Test	266
Katı Cisimler	268
Test	269

TARİH

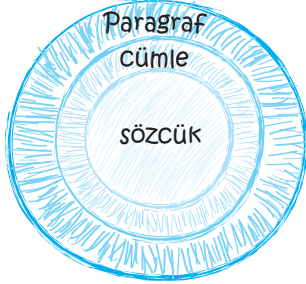
İslamiyet Öncesi Türk Tarihi	271
Test	280
Türk İslam Tarihi	282
Test	296
Türkiye Tarihi	298
Test	306
Osmanlı Devleti	308
Test	314
Osmanlı Kültür ve Uygarlığı	316
Test	333
Osmanlı Devleti Duraklama Dönemi (Arayış Yılları) ..	335
Test	338
Osmanlı Devleti Gerileme Dönemi	340
Test	344
Osmanlı Devleti Dağılıma Dönemi	346
Test	357
XX. Yüzyıl Osmanlı Tarihi	359
Test	364
Birinci Dünya Savaşı ve Mondros Ateşkesi	366
Test	378
Kurtuluş Savaşı Örgütlenme Dönemi	380
Test	385
I. Türkiye Büyük Millet Meclisinin Açılması	387
Test	393
Kurtuluş Savaşında Cepheler - Antlaşmalar	395
Test	405
Atatürk Dönemi İç ve Dış Politika	407
Test	419
Atatürk İlke ve İnkılapları	421
Test	433
Çağdaş Türk ve Dünya Tarihi	435
Test	464

TÜRKİYE COĞRAFYASI

Türkiye'nin Coğrafi Konumu	467
Test	474
Türkiye'nin Yer Şekilleri	476
Test	498
Türkiye'nin İklimi ve Bitki Örtüsü	500
Test	507
Türkiye'de Nüfus ve Yerleşme	509
Test	526
Türkiye'de Tarım, Hayvancılık ve Ormanlık	528
Test	540
Türkiye'de Madenler, Enerji Kaynakları ve Sanayi ...	542
Test	553
Türkiye'de Ulaşım, Ticaret ve Turizm	555
Test	564
Türkiye'de Bölgesel Kalkınma Projeleri	567

SÖZCÜKTE ANLAM

Sözcüğün Anlam Özellikleri



Sözcükler, metinlerin temel yapı taşıdır. Dolayısıyla metnin -ya da bir konuşmanın- anlaşılması için sözcük anlamlarının iyi bilinmesi gerekir. Dilimizde bazı sözcükler tek bir kavramı karşılarken bazıları ise birden çok anlamı karşılar.

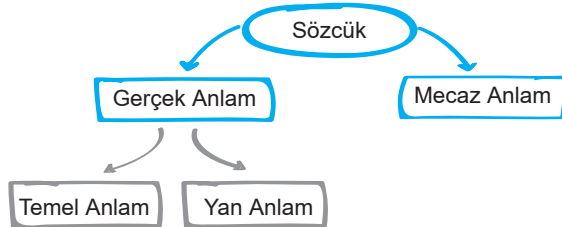
Tek anlamlı sözcükler: Sadece bir kavramı karşılayan sözcüklerdir. Bu sözcüklerin başka anlamlara gelebilecek kullanımı yoktur.

Örnek: "Kaldırım, testere, tencere" sözcüklerinin tek anlamı vardır.

Çok anlamlı sözcükler: Kullanıldığı yere ve duruma göre birden çok anlam kazanabilen sözcüklerdir.

Örnek: "Ağız" sözcüğü, kullanıldığı yere göre birçok anlam kazanabilir: İnsan ağızı, mağara ağızı, yol ağızı, Karadeniz ağızı vs.

Dilimizde sözcüklerin kullanıldıkları cümleye göre kazandıkları farklı anlamlara "yan anlam" ya da "mecaz anlam" denir.



Gerçek Anlam:

Gerçek anlam, sözcüğün temel ve yan anlamlarını içerir. Dolayısıyla sözcüğün gerçek anlamları birden fazla olabilir.

Temel Anlam:

Bir sözcük tek başına kullanıldığında **akla gelen ilk anlamına** temel anlam denir. Temel anlam, en yaygın anlamdır. Sözlüklerde ilk olarak temel ya da en yaygın anlam açıklanır.

- ➔ Adamın kocaman ama estetik görünümlü bir ağız vardı.
- ➔ Ormanda ateş yakmak oldukça tehlikeli ama sık rastlanan bir davranıştır.

Yan Anlam:

Bir sözcüğün **temel anlamıyla ilişkili** olarak kazandığı diğer anlamlardır.

- ➔ Mağaranın ağızı o kadar küçüktü ki içeri ancak bir çocuk girebiliyordu.
- ➔ Çocuğun ateşini bir türlü düşüremiyorlar.

Pür Dikkat

"Yan anlam" ile "temel anlam" arasında herhangi bir şekilde (biçimsel benzerlik, ortak işlev, aynı maddeden oluşması...) ilgi kurulabilmelidir.

Örnek:

- ➔ Mağaranın ağızı o kadar küçüktü ki içeri ancak bir çocuk girebiliyordu. ("Mağaranın ağızı" ile yemeye, içmeye ve ses çıkarmaya yarayan organ olan "ağız" arasında biçimsel olarak bir benzerlik kurulmuştur.)
- ➔ Çocuğun ateşini bir türlü düşüremiyorlar. ("Çocuğun ateşi" ile nesnelerin tutuşmasıyla beliren "ateş" arasında bir ısı ortaklığı vardır.)

Mecaz Anlam:

Sözcüğün gerçek anlamından (temel anlamından ve yan anlamından) uzaklaşarak kazandığı yeni anlamlardır. Bir başka ifadeyle mecazlar, bir ilgi veya benzetme sonucu gerçek anlamından başka anlamda, başka bir sözcüğün yerinde kullanılan sözlerdir.

- Bu mahallede onun gibi ağızı bozuk birini daha görmedim. (Bu cümledeki "ağızı bozuk" söz öbeğinde kullanılan "ağız" sözcüğü; kendi anlamının dışında, küfürbaz anlamında, karşımıza çıkmaktadır.)
- Yeni seçilen muhtar, ilk toplantısında çok ateşli konuştu. ("Ateşli" sözcüğü "heyecanlı, coşkulu" anlamında kullanılmış; sözcük, anlamının dışına çıkmıştır.)

Temel anlam (TA), yan anlam (YA) ve mecaz anlam (MA) ilgili aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

Yol:

- ➔ Çocuk, evin yolunu sordu. (TA)
- ➔ Mahallemizin yolu nihayet asfaltlandı. (YA)
- ➔ Bu soruyu farklı bir yolla da çözebiliriz. (MA)

Kafa:

- ➔ Kafan, hâlâ omuzlarının üzerinde duruyor. (TA)
- ➔ Fazla zorlayınca çivinin kafası koptu. (YA)
- ➔ O adam, zaten kafasızın tekidir. (MA)

Büyük:

- ➔ Uzun bir yolculuktan sonra büyük bir evin önünde durduk. (TA)
- ➔ Benim öğrencilerim, büyüklerine karşı saygıda kusur etmez. (YA)
- ➔ Büyük düşünenler, toplumlarına her zaman bir şeyler kazandırmıştır. (MA)

Pür Dikkat

KPSS'de "temel anlam" ve "yan anlam" ayrımı sorulmamış, nadiren de olsa "gerçek anlam" ve "mecaz anlam" ayrımı sorulmuştur. Böyle bir soruyla karşılaşıldığında seçenekler arasında yan anlamda kullanılmış sözcükler de verilebileceği için dikkatli olunmalıdır. Yan anlam, temel anlamla bir şekilde ilişkilidir ve gerçek anlam sayılır. Oysa mecaz anlam tamamen düşsel, gerçek dışı bir anlamdır.

Gerçek ve mecaz anlamlı sözcük sorularında çeldirici olarak yan anlamda kullanılmış sözcükler verilir.

Bazı sorularda geçen "düşsel öge" kavramı da mecaz anlamla ilgilidir.

Terimsel Anlam:

Bir bilim, sanat, spor ve meslek dalıyla ilgili özel ve belirli bir kavramı karşılayan sözcüklere terim anlamlı sözcükler denir.

- ⊙ Açı, üçgen, dikdörtgen → Matematik
- ⊙ Roman, öykü, kafiye, aruz → Edebiyat
- ⊙ İsim, kök, gövde, fiil → Dil bilgisi
- ⊙ Pota, minder, skor → Spor
- ⊙ Dava, mahkeme, yargıç → Hukuk

Soyut-Somut Anlam

Somut Anlamlı Sözcükler: Beş duyardan herhangi biriyle algılanabilen kavramları karşılayan sözcüklerdir.

Örnek:

Hava, su, toprak, ağaç, deniz, masa, sandalye...

Soyut Anlamlı Sözcükler: Beş duyu ile algılanamayan, zihinde tasarlanan kavramları karşılayan sözcüklerdir.

Örnek:

Sevgi, umut, adalet, özgürlük, mutluluk, heyecan, aşk...

Nitel-Nicel Anlam

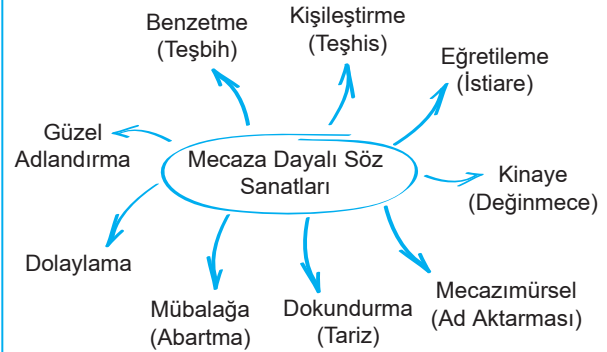
Nicel Anlamlı Sözcükler: Varlıkların ölçülebilir, sayılabilir özelliklerini gösteren sözcüklerdir.

- ↳ **Geniş** bahçeli bir ev aldı İstanbul'da ve emekli olunca oraya taşındı. (alan ölçüsü)
- ↳ **Uzun** bir moladan sonra yolcular tekrar araçlara bindiler. (zaman ölçüsü)
- ↳ **Yüksek** bir maaşla yeni işine başladı. (sayı-para ölçüsü)

Nitel Anlamlı Sözcükler: Varlıkların ölçülemeyen, sayılamayan özelliklerini gösteren sözcüklerdir.

- ↳ Onun babası çok **geniş** biridir, hiçbir şeye kolay kolay kızmaz. ("rahat" anlamında)
- ↳ **Uzun** etme işte, bu iş bugün bitecek dedim sana. ("nazlanma, direnme" anlamında)
- ↳ **Yüksek** hedeflere ulaşmak, çok fedakârlık gerektirir. ("ulaşılması güç" anlamında)

Söz Sanatları



Benzetme (Teşbih)

Bir nesnenin, varlığın niteliğini daha etkili biçimde anlatmak için nitelikçe üstün bir varlıktan yararlanma yöntemine "benzetme" denir.

Örnek:

- ★ Selvi gibi uzun boylu bir güzele vuruldu.
- ★ Kar gibi beyaz çamaşırlar getirmiş yanında.
- ★ Tilki gibi kurnaz çocuktur.
- ★ Adamın gözleri sanki bir ateş.



Benzetme ve kişileştirme KPSS'de en çok sorulan iki söz sanatıdır.

Kişileştirme (Teşhis)

İnsana ait özelliklerin insan dışındaki varlıklara yüklenmesidir.

- Örnek:**
- ⊖ Bülbül, ağaran vakte kadar ağlarmış.
 - ⊖ Poyrazla söyleşir yaprakların sesi.
 - ⊖ Yağmur ağlıyor ikimiz için.

Eğretileme (İstiare)

Eğretileme (istiare), yalnızca "benzeyen" ya da "benzetilen" öğeleriyle yapılan söz sanatı, aynı zamanda bir benzetme çeşididir.

Pür Dikkat

Eğretileme (istiare) aslında benzetme sanatından çok da farklı değildir. Eğretilemede de amaç bir kavramı, başka bir kavrama benzetmektir fakat benzetmeden farklı olarak bu kavramlardan sadece biri söylenir, diğer kavram karşı tarafça anlaşılır.

- ⊙ İki kapılı bir handa Gidiyorum gündüz gece } (Dünya, bir "han"a benzetilmiş fakat "dünya" söylenmemiştir.)
- ⊙ Dışarıda bir dost eli okşuyor tenimizi. } (Rüzgâr, "dost eli"ne benzetilmiş fakat "rüzgâr" söylenmemiştir.)
- ⊙ Saçlarına yıldız düşmüş, koparma anne. } (Beyaz saçlar "yıldız"a benzetilmiş fakat "beyaz saçlar" söylenmemiştir.)

İstiare ve Benzetme Farkı

Gülünce <u>incileri</u> görünüyor. Her yaz bu <u>cennette</u> tatilini geçirir. <u>Meleğim</u> beşiğinde uyuyor. Bu adam herkesi <u>sokar</u> .	Benzeyen ya da kendisine benzetilen söylenir. (İstiare)
Gülünce <u>inci</u> gibi <u>dışleri</u> görünüyor. <u>Cennet</u> kadar güzel bir <u>yer</u> burası. <u>Bebeğim</u> beşiğinde <u>melekler</u> gibi uyuyor. Bu adam bir <u>yılan</u> , herkesi <u>sokar</u> .	Hem benzeyen hem benzetilen söylenir. (Benzetme)

Eğretileme çeşitli şekillerde yapılabilir:

Doğaya ait bir özellik insana aktarılabilir.

O, cıvık bir insandır.
(doğaya ait özellik)

Babam geciktiğimi öğrenince esip gürlenecek.
(doğaya ait özellik)

Doğaya ait özellik, doğadaki başka bir varlığa aktarılabilir.

Yıldızlar akıyor damların üzerine
(nehir özelliği yıldızlara aktarılmış)

Bulutlar salkım salkım
(üzümün özelliği bulutlara aktarılmış)

Bir duyuyla ilgili bir kavram başka bir duyuyu anlatmak için kullanılabilir

Sıcak bir gülümseyişi vardı.
(dokunma) (görme)

Birbirinize tatlı sözler söyleyin.
(tatma) (işitme)

Kinaye (Değınmece)

Bir sözün hem gerçek hem de mecaz anlamını çağrıştıracak biçimde kullanılmasıdır.

- Örnek:**
- **Yalnız taş, duvar olmaz.**
(gerçek anlamı: Tek taşla duvar örülemez.)
(mecaz anlamı: İnsan tek başına tüm işlerin üstesinden gelemez.)
 - **Bu yaşta o ağır yükü taşıyamaz o çocuk.**
(gerçek anlamı: ağır bir nesne taşımak)
(mecaz anlamı: sorumluluk almak)
 - **Yüzü kızarmak.**
(gerçek anlamı: suratta meydana gelen renk değişikliği)
(mecaz anlamı: utanmak)
 - **Ayıkla pirincin taşını.**
(gerçek anlamı: pirinçteki taşları ayıklamak)
(mecaz anlamı: zor bir işin içinden çıkmak)

Kinayede anlatılmak istenen sözün mecaz anlamıdır.

Ad Aktarması
(Mecazımürsel)

Bir sözün benzetme amacı güdülmeksizin başka bir söz yerine kullanılmasıdır. Ad aktarmasında kastedilen sözcükle kullanılan sözcük arasında bir çeşit ilginin olması gerekir.

Örnek:

- ★ **Ankara**, bu talihsiz olayı açıklamayla kınadı. ("Yönetim" kastedilmiş.)
- ★ **Erzurum** ve **Sivas**, bağımsızlığın ilk adımlarıdır. ("Kongreler" kastedilmiş.)
- ★ Şiiri sevmek için **Yahya Kemal**'i okumalısın. ("Şiir" kastedilmiş.)

Dokundurma
(Tariz)

Bir kimseyi iğnelemek, bir sözü tersini düşündürecek şekilde kullanmak ya da alay etmek amacıyla kullanılan ifadelerdir.

- Çok çabuk geldin, sen gelene kadar ağaç olduk.
- O kadar açık konuştu ki söylediklerini hâlâ çözmeye çalışıyoruz.

Bazı cümlelerde bu sanatı daha da belirginleştirmek için (!) işareti kullanılabilir.

Pür Dikkat

Dokundurma (tariz), günlük konuşmada da sıkça başvurulan bir söz sanatıdır.

- Bu büyük yazarımız yine harika (!) eserler ortaya koyuyor. Senin gibi iyi dostum (!) varken ...
- Dokundurma (tariz) sanatı, sınavlarda "alay, alaysı anlatım" soru köküyle de sorulabilmektedir.

Mübalâğa
(Abartma)

Bir durumu olduğundan daha büyük ya da daha küçük gösterme sanatıdır.

- ➔ Yüce dağ başında bir ulu kartal Açmış kanadını dünyayı örter
- ➔ Bir of çeksem karşıki dağlar yıkılır.
- ➔ Gözyaşım sel oldu, bayırları sildi süpürdü.
- ➔ Avuç içi kadar yere yirmi beş kişi oturduk.
- ➔ Senin için gök kubbeyi yerlere çalarım yar.

Pür Dikkat

Mecazlı söylenen her söz abartma değildir. Abartmada bir kavrama aşırı ölçüler yüklenir, kavram büyütülür ya da küçültülür.

Dolaylama

Bazı canlı ya da cansız varlıklar doğrudan anlatılmak yerine başka kavramlarla anlatılır. Bir kavramın birkaç sözcükle anlatıldığı bu sanata dolaylama denir.

- beyaz altın → pamuk
- meşin yuvarlak → top
- file bekçisi → kaleci
- kara elmas → kömür

Pür Dikkat

Dolaylamada kavramla söylenen sözler arasında bir ilgi aranmaz. Bunlar aslında canlı ya da cansız varlıklara takılmış "lakap"lardır.

Örneğin, Zeki Müren'in lakabı nedir, diye sorulduğunda "Sanat Güneşi" yanıtı verilecektir.

Güzel
Aldandırma

Söylenmesi kulağa hoş gelmeyen, olumsuz ya da ürkütücü anlamlar çağrıştıran sözlerin daha olumlu, kabullenilebilir sözlerle anlatılmasıdır.

- ölmek → rahmete kavuşmak
- gömmek → toprağa vermek
- verem → ince hastalık
- cin → iyi saatte olsunlar

Sözcükler Arasındaki
Anlam İlişkileri

Eş ve Yakın Anlamli Sözcükler:

Eş Anlamli kara - siyah } Yazılışları farklı
muallim - öğretmen } anlamları aynı
hafıza - bellek } sözcükler
mektep - okul }

Yakın Anlamli küsmek - gücenmek } Anlamları birbirine yakın
oturmak - çökmek } ama anlamca tam örtüşmeyen
ılık - sıcak } sözcükler
serin - soğuk }

Karşıt (Zıt) Anlamli Sözcükler:

Nitelikleri ve durumları birbirine ters düşen sözcüklere karşıt anlamli sözcükler denir.

- ➔ Az veren candan çok veren maldan...
- ➔ Akıllı, köprü arayınca kadar deli, köprüyü geçer.
- ➔ Eskisi olmayanın yenisi olmaz.



Pür Dikkat

Bir sözcüğün olumsuz biçimi, o sözcüğün karşıt anlamlısı değildir. "başarılı-başarısız", "koşmak-koşmamak" sözcükleri karşıt anlamlı değildir. "Başarısız" sözcüğü "başarılı"nın olumsuzu, "koşmamak" sözcüğü "koşmak" sözcüğünün olumsuzudur.

Eş Sesli (Sesteş) Sözcükler:

Yazılışları ve okunuşları aynı, anlamları farklı olan sözcüklere eş sesli sözcükler denir.

gül (bitki anlamında):

Kışın yaprağını döken, dikenli, çalı veya ağaçlık şeklinde bir süs bitkisi ve bu bitkinin katmerli, güzel kokulu çiçeği.

✓ Yakasına bir gül takarak gelmiş.

gül- (eylem anlamında):

Hoşuna, tuhafına giden durumlar karşısında sesli veya sessizce duygularını açığa vurmak.

✓ Gülerek konuşması herkesi sinirlendiriyordu.

Verilen örneklerde "gül" ve "gül-" sözcükleri eş seslidir. Çünkü yazılışları aynıdır ama aralarında hiçbir anlam ilişkisi yoktur.

çay (akarsu)	→	çay (içecek)
at (hayvan)	→	at (atmak eylemi)
yüz (surat)	→	yüz (yüzmek eylemi)

Pür Dikkat

Yazılışları aynı gibi görünmesine rağmen söylenişleri (düzeltme işaretlerinden dolayı) farklı olan sözcükler sesteş değildir:

- ⊙ kar - kâr
- ⊙ alem (bayrak) - âlem (dünya)

Genel-Özel İlişkili Sözcükler:

Genel Anlamlı Sözcükler:

Anlam kapsamı geniş olan, altında birden çok tür barındırabilen sözcüklerdir.

✓ bitki, taşıt, sanatçı, yemek, ülke...

Özel Anlamlı Sözcükler:

Anlam kapsamı dar olan, kavramları tek tek karşılayan sözcüklerdir.

✓ hanımeli, bisiklet, Sezen Aksu, mantı, Türkiye...



Yansıma Sözcükler:

Doğadaki varlıkların seslerine benzetilerek oluşturulan sözcüklere yansıma sözcükler denir.

Örnek: Tak, şır, hav, gür, me ...

Bu sözcüklerden isim ve fil türetilir: takırtı, şırıltı, havlamak, gürelemek, melemek...

Not!

Kalıplaşmış Söz Öbekleri

İkilemeler

Anlatıma güç kazandırmak amacıyla iki sözcüğün değişik yollarla yan yana kullanılmasıyla oluşan söz öbeklerine ikileme denir. İkilemeler çeşitli şekillerde oluşur:

Eş ya da Yakın Anlamlı

Doğru dürüst, yalan yanlış, kırık dökük...

Karşıt Anlamlı

Gece gündüz, aşağı yukarı, er geç, irili ufaklı...

Biri Anlamlı Biri Anlamsız

Ufak tefek, yırtık pırtık, eğri büğrü, kaba saba...

İkisi de Anlamsız

Abuk sabuk, mırın kırın, ıvır zıvır, abur cubur...

Aynı Sözcüğün Yinelenmesiyle

Yavaş yavaş, ince ince, koşa koşa, hıçkıra hıçkıra...

Yansıma Sözcüklerle

Şırlı şırlı, çatır çatır, fokur fokur, gürül gürül...

Pekiştirmeler

Anlatımı güçlendirmek amacıyla kullanılan ek, sözcük ya da öbeklerdir. Çeşitli şekillerde yapılabilir:

sıcak	→	sımsıcak	} (sözcüğün ilk hecesinin bir sesle (m, p, r, s) yinelenmesiyle)
mavi	→	masmavi	
gündüz	→	güpegündüz	
temiz	→	tertemiz	
sıcak	→	pek sıcak	} (sözcüğün önüne pekiştirme anlamı bir sözcük getirilerek)
güzel	→	çok güzel	
iyi	→	oldukça iyi	
sıcak	→	cehennem gibi sıcak	} (benzetme yoluyla pekiştirme)
güzel	→	melek gibi güzel	
küçük	→	el kadar küçük	
sıcak	→	sıcak mı sıcak	} ("mi" edatı ve "de" bağlacıyla)
hızlı	→	hızlı mı hızlı	
konuşuyor	→	konuşuyor da konuşuyor	

Pür Dikkat

Bazı sözcüklere "-ce, -cık, -mtırak, -msı" ekleri getirilerek sözcüklere küçültme anlamı verilir. Bunlara "küçültme" anlamı sözcükler denir. Bu sözcüklerde "tam olmama, tamama yakın olma" anlamı vardır.

Örnek:

tatlımsı çörek, güzelce kız, yaşlıca adam, acımtırak biber...

Deyimler

Bir kavramı, bir durumu daha güçlü ve etkili şekilde anlatmak amacıyla kurulmuş söz öbeklerine deyim denir.

- Sonunda **kabak başına patladı**.
- Gördüğümüz korkunç manzara hepimizi **can evimizden vurmuştu**.
- **Bağrına taş basarak** yıllar yılı beklemişti.
- Çok zor bir durumla karşı karşıyasın, şimdi **ayıkla pirincin taşını**.

Deyimler farklı biçimlerde olabilir:

Master Kalıpları	→	Göz atmak, dil dökmek, etekleri zil çalmak
Öbekleşmiş Sözlerle	→	Püf noktası, eli maşalı, kelle koltukta
Ünlem Biçiminde	→	Vay canına!, Yok canım!, Hele şükür!
Soru Biçiminde	→	Hangi rüzgâr attı?, Hangi dağda kurt öldü?
Cümle Biçiminde	→	İğne atsan yere düşmez. İncir çekirdeğini dolduramaz.
Öykü Biçiminde	→	Bizim tavuk bir yumurta yumurtlar, yedi mahalle duyar; elin kısırağı küheylan doğurur, ses çıkmaz.

Atasözleri

Atasözleri, geniş halk yığınlarının yüzyıllar boyunca edindiği deneyimlerden ve bunlara dayanan düşüncelerden doğmuş yargılardır. Atasözleri; bir ulusun ortak düşünce, kanı ve tutumunu belirtir. Genel geçerli yargılardır, yani bir atasözle belgelendirilen tutumun doğruluğu herkesçe kabul edilir.

Atasözlerinin en önemli özelliği, yol göstermesi ve öğüt vermesidir. Bununla birlikte çeşitli ifade özellikleri de vardır.

- ⊖ Komşunun tavuğu, komşuya kaz görünür.
 - ⊖ Minareyi çalan, kılıfını hazırlar.
 - ⊖ Araba devrilince yol gösteren çok olur.
 - ⊕ Mart kapıdan baktırır, kazma kürek yaktırır.
 - ⊕ Zemheride kar yağmadan kan yağması iyi.
 - ⊕ Mart yağar, nisan övünür; nisan yağar, insan övünür.
 - Çirkefe taş atma, üstüne sıçrar.
 - Bugünün işini yarına bırakma.
 - Yoldan kal, yoldaştan kalma.
 - ⊕ Bir fincan kahvenin kırk yıl hatırı var.
 - ⊕ Kızını dövmeyen, dizini döver.
 - ⊕ Kız beşikte, çeyiz sandıkta.
- Sosyal olayların nasıl olageldiğini bildirir.**
- Doğa olaylarının nasıl olageldiğini belirtir.**
- Ahlâk dersi ve öğüt verir.**
- Töre ve gelenekleri bildirir.**

Pür Dikkat

Atasözleri de deyimlerde olduğu gibi kalıplaşmış sözlerdir ve bu kalıplar bozulmaz, aksi takdirde anlatım bozulmuş kabul edilir.

- ⊕ Gün doğmadan neler doğar. ✓
- ⊕ Güneş doğmadan neler doğar. ⊖



TEST

1. Aşağıdaki cümlelerde altı çizili sözcüklerin hangisi gerçek anlamda kullanılmıştır?

- A) Bu tür yayınlardan dolayı şiddete toplumca alışmaya başladık.
- B) Söylediklerini yadsıyarak kendini aklamaya çalışmıştı.
- C) Şair eserlerinde oldukça berrak bir dil tercih ediyordu.
- D) Eski dostlarıyla ilişkisi kesilince iyice bunalıma girmişti.
- E) Bunu geçen ayki borcuma sayarsanız hesabı kapatabiliriz.

2. (I) Eleştirel düşünme, yaşam karşısında temel bir duruştur. (II) Bir olgunun özüne inerek her boyutuyla sorgulamak için eleştirel düşünce şarttır. (III) Bu düşüncenin en temel özelliği, her söylenilene körü körüne inanmamıza engel olmasıdır. (IV) Eleştirel düşünen insanlar, gerçekten özgürlüğe kavuşurlar. (V) Hayatın olumlu ve olumsuz yönlerini ancak özgür insanlar gerçekten ayırt edebilirler.

Bu parçadaki numaralanmış cümlelerin hangisinde kişileştirmeye başvurulmuştur?

- A) I B) II C) III D) IV E) V

3. Aşağıdakilerden hangisinde bir sözcük, benzetme amacı güdülmeden başka bir sözcüğün yerine kullanılmıştır?

- A) Kar fırtınası, gören herkesi kendisine hayran bırakıyor.
- B) Çin'in gelenek ve göreneklerine olan bağlılığını herkes biliyor.
- C) Bu sık yağmur ormanları, âdeta yeşil bir kâbustu.
- D) Bu deniz bitkileri, hayatta kalma çabası veriyordu.
- E) Hayatımın son dört yılını bu şehirde geçirdim.

4. "Çek-" sözcüğü aşağıdaki cümlelerin hangisinde araç içerisinde verilen anlamına uygun olarak kullanılmamıştır?

- A) Tartsan kırk kilo bile çekmezdi. (Tartıda ağırlığı olmak)
- B) Maçın son dakikalarında futbolcu şut çekti. (Atmak)
- C) Belediye, mahalleye yeni bir boru hattı çekti. (Döşemek)
- D) Büyük ikramiyeyi kazanmak için bilet çekti. (Dilemek)
- E) Elindeki lastiği durmadan çekiyordu. (Germek)

5. Aşağıdaki cümlelerin hangisinde kinaye (değince) vardır?

- A) Onu günlerdir ufacak bir iş için bekletiyorlar.
- B) Genç yazarın kitaplarının âdeta delisi olmuştur.
- C) Yeni başladığı işte ona kimseden hayır yok.
- D) Sıcakta çok dolaşınca başına güneş geçmişti.
- E) Şu çocuğun elinden tutman gerekirdi.

6. Aşağıdaki cümlelerin hangisinde altı çizili sözcük, algılanabilirliği bakımından diğerlerinden farklıdır?

- A) Zaman, ne olduğunu anlamadan geçip gidiyordu.
- B) Gördüğü rüya, onu derinden etkilemişti.
- C) Bedenine sığmayan yaratıcı ruh, ızdıraba sebep oluyordu.
- D) Her şeye rağmen adalet, herkes için aynı olmalıydı.
- E) Rüzgâr hatırlatıyordu bize unuttuğumuz tüm şarkıları

7. Aşağıdaki cümlelerin hangisinde terim anlamlı bir sözcük kullanılmıştır?

- A) Ağır metallerden oluşan bir alaşım hazırlamasını istemişti.
- B) Çiçekler arasındaki ahenk, insanı etkiliyordu.
- C) Sanki gözlerine perde çekilmişti, hiçbir şey görmüyordu.
- D) Bu çiçeği, güneş alan bir yere koymalısınız.
- E) Son konuşmasıyla yine şimşekleri üzerine çekmişti.

8. "Tatlı dil, yılanı deliğinden çıkarır." atasözünün anlamca karşıtı olabilecek atasözü aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) Söz dediğin yaş deridir, nereye çekersen oraya gider.
- B) Lokma karın doyurmaz, şefkat artırır.
- C) İstediyini söyleyen, istemediyini işitir.
- D) Karaya sabun, deliye öğüt neylesin
- E) Lafla peynir gemisi yürümez.

9. Deyimler, ölçünlü Türkiye Türkçesinde yalın olarak kullanılmayan pek çok eski ögeyi yapısında koruduğundan geleneklerimize, kültür tarihimize ışık tutmakta diyebiliriz. Deyimlerin izlerini sürdürükçe, ilk kullanım yerlerini gördükçe söz öbeklerinin nasıl bir deyimleşme sürecinden geçerek hayat buldukları anlaşılmaktadır. Örneğin, bugün ---- (ayaklanmak, isyan etmek) söz öbeği, yeniçerilerden; pabucu dama atılmak da esnaf teşkilatından kaynaklanarak deyimleşmiştir. Bunların ilk çıkış noktaları, gerçek anlamlarını yansıtmaktadır.

Bu parçada boş bırakılan yere aşağıdaki deyimlerden hangisi getirilebilir?

- A) kazan kaldırmak
- B) ocağına incir ağacı dikmek
- C) okkanın altına girmek
- D) divan durmak
- E) kavuk sallamak

10. Günümüz yazarları, kalemini eline aldığı anda daha ilk kelmeden kitabın ne kadar satacağını hesaplayarak cümle kurma çabasıdadır. Bundan daha kötüsü ise eleştirmenlerin, yazarların bu tutumlarına çanak tutmalarıdır.

Bu parçada "çanak tutmak" deyimini ile anlatılmak istenen aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Eleştirmenlerin, yazarların kitap yazma sürecindeki duruşlarını destekledikleri
- B) Kitap eleştirmenlerinin, olumsuz bir durumun oluşmasına sebebiyet verdiği
- C) Son dönemlerde ticari kaygılar güdülerek eserler yazıldığı
- D) Günümüzde edebî kimliği olmayan değersiz eserlerin sayıca arttığı
- E) Eleştirmenlerin kişisel çıkarları için olumsuzluklara göz yumduğu

11. Anadolu toprakları en eski kültür medeniyetlerinin beşiğidir. Bu topraklar binlerce farklı topluma ev sahipliği yapmış ve öyle etkileşimlere kucak açmıştır ki... Ancak bu toprakların asıl büyüü, birbirinden bağımsız bu tınıları tek bir melodide birleştiren bir türkü olmasıdır.

Bu parçada altı çizili söz öbeği ile Anadolu'yla ilgili olarak anlatılmak istenen aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Dünyanın en eski kültür merkezlerinden biri olduğu
- B) Birbirinden farklı yapıtlara konu olduğu
- C) Medeniyetler arası bir kültüre sahip olduğu
- D) Birçok toplumun oluşmasında tesiri olduğu
- E) Geçmişten bugüne birçok toplumun yurdu olduğu



Cümle

Duygu ve düşünce ifade eden, çeşitli yargılar bildiren sözcük ve sözcük gruplarına cümle denir.

Eş Anımlı Cümleler

Bir cümlelerin iletisi, cümlelerin temel yargısı bozulmadan çeşitli şekillerde dile getirilebilir. Sözcükler farklı olsa da anlamı bire bir aynı cümlelere eş anlamlı cümleler denir.

- ⊙ Bir romanı değerli kılan asıl şey, insanı bir bütün olarak ele alabilme başarısıdır.
 - ⊙ İnsanı tüm özellikleriyle anlatabilen romanlar nitelikli sayılabılır sadece.
- } Anlamca bire bir aynı.

Yakın Anımlı Cümleler

Bazı cümleler bire bir aynı olmasa da duygu ve düşünce bakımından neredeyse aynıdır. Bu tür cümlelere yakın anlamlı cümleler denir.

- ⊙ Sanat, yaşamı ele alır fakat eleştirinin konusu eserdir.
 - ⊙ Eleştirmenler yaşamla değil, yapıyla ilgilenir.
- } Anlamca çok yakın.

Çelişen Cümleler

İlettikleri duygu ve düşünce bakımından tamamen ters olan cümlelerdir.

- ⊙ Bir eserin değerini belirleyen anlatıldığı şey değil, onu anlatma şeklidir.
 - ⊙ İçerikten çok üsluba önem veren yapıtların niteliği tartışılır.
 - ⊙ İnsan geçmişteki davranışlarını aklıyla ve yüreğiyle sorgulayabilmelidir.
 - ⊙ Geçmişe takılıp kalmak insanı hiçbir yere götürmez, kişi her zaman ileri bakmalıdır.
- } Anlamca çelişir.
- } Anlamca çelişir.

Anımlarına Göre Cümleler

Olumlu Cümleler

Cümlelerin yüklemde belirtilen iş ya da oluşun, yani yargının, gerçekleştiğini gösteren cümlelerdir.

- ✓ Çünkü sınavdan sonra bütün gün ders çalıştım.
- ✓ Mutfakta yiyecek bir şeyler var.
- ✓ Senin yaptığın bu yemekler oldukça güzel.
- ✓ Bu konuda da oldukça başarılısın.

Olumsuz Cümleler

Olumlu cümlelerin aksine, cümledeki yargının gerçekleşmediğini bildiren cümlelerdir. Cümledeki işin gerçekleşmediği, yüklemdeki bazı ek ve sözcüklerden anlaşılır.

Olumsuzluk Bildiren Ek ve Sözcükler

- ma/me-
- sız, siz, suz, süz, yok, değil
- ✓ Çünkü sınavdan sonra bugün ders çalışmadım.
- ✓ Mutfakta yiyecek hiçbir şey yok.
- ✓ Senin yaptığın bu yemekler hiç güzel değil.
- ✓ Bu konuda da başarısızsın.

Pür Dikkat

Olumlu ya da olumsuz cümle, yüklem gerçekleşmesiyle ilgilidir. Cümlelerin içeriği ya da günlük hayattaki olumlu-olumsuz durumların konuyla bir ilgisi yoktur.

- ⊙ Bisikletten düşen çocuk fena yaralandı.

Yukarıdaki cümledeki yargı (yani yaralanma işi) gerçekleştiği için **cümle olumludur**.

Biçimce Olumlu-Anlamca Olumsuz Cümleler

- ✓ Sanki bütün işleri kendisi yaptı. (yapmadı)
- ✓ Bu dediğine inanır mıyım ben hiç? (inanmam)
- ✓ Gel de bu söylenenlere inan. (inanma)
- ✓ Kırmızıda da geçilir mi? (geçilmez)
- ✓ Onu ne sınıfta ne de kütüphanede bulabildik. (bulamadık)

Yüklemde olumsuzluk bildiren herhangi bir ek ya da sözcük olmasa da cümlelerden olumsuz anlam çıkar.

Biçimce Olumsuz-Anlamca Olumlu Cümleler

- ✓ Seni hiç tanımaz mıyım ben? (tanırım)
- ✓ Resepsiyonda kimler yoktu ki... (herkes vardı)
- ✓ Onu sevmiyor değilim aslında. (seviyorum)
- ✓ Dolapta yok yok. (her şey var)
- ✓ Ufaklığın yalan söylediğini anlamaz mıyım? (anlarım)

Yüklemde olumsuzluk bildiren herhangi bir ek ya da sözcük olsa da cümlelerden olumlu anlam çıkar.

Soru Cümleleri

Soru cümlelerini iki başlıkta incelemek mümkündür:

- 1. Gerçek Soru:** Bir yanıt almak amacıyla kullanılan soru cümlelerdir.
 - ↳ Yarın nereye gideceksin?
 - ↳ Kiminle, saat kaçta görüşecekmış?
- 2. Sözde Soru:** Düşüncelerin soru yoluyla ifade edildiği, yanıt almak amacıyla kullanılan soru kalıplarıdır. Bu soru cümleleri çeşitli anlamlar barındırır:
 - ⊖ Bunca işi sen mi yaptın? (inanmama)
 - ⊖ İki üç milyonun lafı mı olur? (azımsama)

Sözde sorular, Anlatım Biçimleri ünitesinde de sorulmaktadır.



2025

HİBRİT
KİTAP

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI AKADEMİ GİRİŞ SINAVI

MEB-AGS

ÖABT

İLKÖĞRETİM MATEMATİK
ÖĞRETMENLİĞİ

ANALİZ

KONU ANLATIMLI



e-Kitaba ve video derslere
erişebilmek için
QR kodu okutunuz.



Fiziksel Kitap

HİBRİT
KİTAP

e-Kitap

Video Ders Hediye

ARTIFORCE, TÜBİTAK-TEYDEB Destek Programından yararlanılarak geliştirilmiştir (Proje No: 7230451).
Ürün/hizmet ile ilgili tüm sorumluluk Pegem Akademi Yayıncılık Eğitim Danışmanlık Hizmetleri Tic. AŞ'ye aittir.



PEGEM AKADEMİ



Komisyon

MEB-AGS ÖABT İlköğretim Matematik Öğretmenliği Analiz Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6128-17-0

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

I. Baskı: 2024, Ankara

Proje-Yayın: Pegem

Dizgi-Grafik Tasarım: Arzu Orhan Kaya

Kapak Tasarımı: Pegem

İletişim

Pegem Akademi: Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

Baskı:Ankara Özgür Matbaacılık
1250. Cad. No: 25 Ostim Yenimahalle/Ankara

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 46821

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

MEB-AGS ÖABT İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz üç kitap hâlinde düzenlenmiştir. "İlköğretim Matematik Öğretmenliği 1. Kitap" adlı yayınıımız Analiz bölümünü kapsamaktadır ve MEB-AGS ÖABT İlköğretim Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek MEB-AGS ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...

Pegem Akademi



Kitabın içeriği, MEB'in yapacağı program değişikliği veya buna bağlı olarak ÖSYM'nin sınav içeriğinde yapacağı değişiklik durumunda, kitabın dijital hâlinde (aktivasyon geçerlilik süresince) güncellenerek siz değerli adaylara sunulur.

TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



- 1 Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
- 3 Konu sonu testlerini çözebilir.

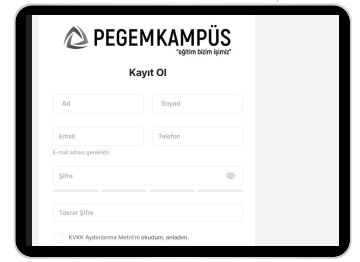


Yapay zekânın öğrenme analizinizi yapabilmesi için interaktif içeriklere etkileşim bırakmanız gerekmektedir. Etkileşim bırakmak için testlerde yer alan cevap seçeneklerini sistem üzerinde işaretlemeniz gerekmektedir. Böylelikle yapay zekâ bırakılan etkileşimler sonrasında sizlerin başarı durumlarını tespit ederek eksik tespitinizi gerçekleştirecektir.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden aktivasyon kodunuzu aktif edebilmek ve içeriklere erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:

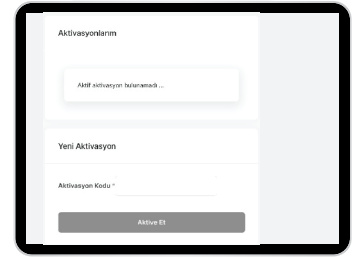
1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna **arti.pegemkampus.com** yazarak web sitemiz üzerinden üyeliğinizi gerçekleştirebilirsiniz.



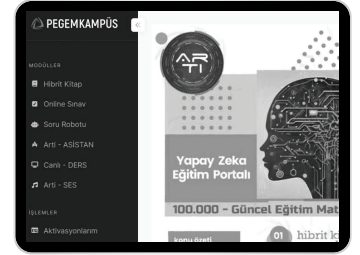
2. Adım Aktivasyon

Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "**Aktivasyonlarım**" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.



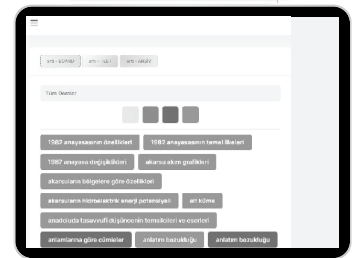
3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "**Hibrit Kitap**" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



4. Adım Yapay Zekâ Asistan

Hibrit kitaptaki işaretlemeleriniz doğrultusunda eksik tespitinizi yapabilmek için menüdeki "**Arti-Asistan**" sekmesine tıklayabilirsiniz. Eksiklerinizi tamamlamak ve daha fazla içerik görmek için pegemkampus.com adresini ziyaret edebilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın iç kapağında yer almaktadır. Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2025 tarihine kadar geçerlidir.



**Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55**

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM – POLİNOMLAR

POLİNOMLAR	1
İki Polinom Eşitliği	1
Sabit Terim	1
Katsayılar Toplamı	2
Polinom Derecesiyle İlgili Özellikler	2
Polinomlarda Kalan Bulma	2

2. BÖLÜM – İKİNCİ DERECEDEDEN DENKLEMLER

İKİNCİ DERECEDEDEN DENKLEMLER	14
Kökler Ve Katsayılar Arasındaki Bağlantılar.....	14
Kökleri Bilinen İkinci Derece Denklemin Yazılması	14
Karmaşık Sayılar	15
İ Sayısının Kuvvetleri	15
Karmaşık Sayıların Eşitliği	15
Karmaşık Sayıların Eşleniği	15
İkinci Dereceden Denklemin Karmaşık Kökleri	15
İkinci Dereceye Dönüştürülebilir Denklemler Ve Denklem Sistemleri	16

3. BÖLÜM – PARABOL

PARABOL	27
İki Parabolün Birbirine Göre Durumları	28
Bir Doğru İle Bir Parabolün Durumları	28

4. BÖLÜM – EŞİTSİZLİKLER

EŞİTSİZLİKLER	48
İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemin Köklerinin Varlığı Ve İşareti	48

5. BÖLÜM – TRİGONOMETRİ

TRİGONOMETRİ	53
Açı Ölçü Birimleri	53
Trigonometrik Fonksiyonlar	53
Trigonometrik Fonksiyonların İşaretleri	53
Trigonometrik Özdeşlikler.....	54
Geniş Açıların Trigonometrik Oranları	54
Dik Üçgende Dar Açıların Trigonometrik Oranları	55
Kosinüs Teoremi	55
Sinüs Teoremi	55
Üçgenin Alanı	55
Ters Trigonometrik Fonksiyonlar	56
Periyodik Fonksiyonlar	56
Toplam Ve Fark Formülleri	57
İki Kat Açılı Formülleri	57
Trigonometrik Denklemler	57

6. BÖLÜM – LOGARİTMA

Üstel Fonksiyon	83
Logaritma Fonksiyonu	83
Logaritma Fonksiyonunun Grafiği	83
Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri	84
Logaritmali Denklem Ve Eşitsizlikleri	85

7. BÖLÜM FONKSİYONLAR

FONKSİYONLAR	101
FONKSİYON ÇEŞİTLERİ	102
Birebir fonksiyon	102
Örten fonksiyon	103
İçine fonksiyon	104
Sabit fonksiyon	104
Tek ve Çift fonksiyon	104
Birim fonksiyon	105
Ters fonksiyon	105
Bileşke fonksiyon	105
Bileşke fonksiyonun Özellikleri	105
ALIŞILMIŞ FONKSİYON TÜRLERİ	106
Kuvvet fonksiyonları	106
Polinom fonksiyonlar	106
Rasyonel fonksiyonlar	106
ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR	
PARÇALI TANIMLI FONKSİYONLAR	107
MUTLAK DEĞER FONKSİYONU	107
MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER VE DENKLEMLER	109
SİGNUM (İŞARET) FONKSİYONU	111
İŞARET FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ	112
TAM DEĞER VE TAM DEĞER FONKSİYONU	113
TAM DEĞER FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ	113
TAM DEĞER FONKSİYONUNUN GRAFİKLERİ	116
FONKSİYONLARIN EN GENİŞ TANIM KÜMESİ	117
FONKSİYON GRAFİKLERİNDE ÖTELEMELER	118

8. BÖLÜM LİMİT

LİMİT	124
SAĞ – SOL LİMİT	124
GENİŞLETİLMİŞ REEL SAYILAR KÜMESİ	126
LİMİT İLE İLGİLİ TEOREMLER	127
ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN LİMİTİ	128
MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN LİMİTİ	129
SİGNUM FONKSİYONUNUN LİMİTİ	130
TAM DEĞER FONKSİYONLARININ LİMİTİ	131
BELİRSİZ DURUMLAR 0/0 BELİRSİZLİĞİ	133
TRİGONOMETRİK 0/0 BELİRSİZLİĞİ	134
∞/∞ BELİRSİZLİĞİ	135
$\infty-\infty$ BELİRSİZLİĞİ	137
$0 \cdot \infty$ BELİRSİZLİĞİ	138
ÜSLÜ, ÜSTEL BELİRSİZLİKLERİN ∞/∞ FORMU	139
SÜREKLİLİK	140
SÜREKLİLİK TEOREMLERİ	140
SÜREKSİZLİK ÇEŞİTLERİ	141
Kaldırılabilir Süreksizlik	141
Sıçrama Süreksizliği	141
Sonsuz Süreksizliği	141
Balzano Teoremi	141
DÜZGÜN SÜREKLİLİK	143

9. BÖLÜM TÜREV

TÜREV	150
SAĞ-SOL TÜREV.....	151
LİMİT – SÜREKLİLİK – TÜREV İLİŞKİSİ	151
TÜREV ALMA KURALLARI.....	152
YÜKSEK MERTEBEDEN TÜREVLER.....	166
ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN TÜREVİ	168
Parçalı Fonksiyonların Türevi.....	168
MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN TÜREVİ	169
SİGNUM FONKSİYONUNUN TÜREVİ	170
TAM DEĞER FONKSİYONUNUN TÜREVİ.....	170
TÜREVİN UYGULAMALARI.....	180
L'Hospital Kuralı	180
ÜSTEL BELİRSİZLİKLER.....	183
1^∞ , 0^0 , ∞^0 Belirsizlikleri.....	183
TÜREVİN FİZİKSEL YORUMU	185
POLİNOM – TÜREV İLİŞKİSİ.....	186
DİFERANSİYEL UYGULAMALARI	186
MAKSİMUM – MİNİMUM PROBLEMLERİ	187
Maksimum – Minimum Problemlerinde Kullanılabilecek Kısayollar	190
TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU	194
Teğet – Eğim – Türev İlişkisi.....	194
ARTAN – AZALAN FONKSİYONLAR	199
YEREL EKSTREMUM DEĞERLER.....	202
Mutlak Maksimum ve Mutlak Minimum Noktası	203
TÜREV – EKSTREMUM İLİŞKİSİ	203
Grafikte Maksimum ve Minimum Nokta Yorumu	205
TÜREYLENEBİLİR BİR FONKSİYONUN EĞRİLİK YÖNÜ	206
ASİMPOTOT KAVRAMI	211
Düşey Asimptot	211
Yatay Asimptot	212
Eğik-Eğri Asimptot.....	213
FONKSİYONUN GRAFİKLERİ.....	215
TÜREVLE İLGİLİ TEOREMLER.....	215

10. BÖLÜM İNTEGRAL

BELİRSİZ İNTEGRAL.....	231
TEMEL İNTEGRAL ALMA KURALLARI.....	232
İNTEGRAL ALMA YÖNTEMLERİ	237
A) Değişken Değiştirme Yöntemi	237
ÖZEL DÖNÜŞÜMLER.....	240
$\sqrt{a^2 - x^2}$ İfadesini İçeren İntegraller	240
$\sqrt{x^2 - a^2}$ İfadesini İçeren İntegraller	241
$x^2 + a^2$ ve $\sqrt{x^2 + a^2}$ İfadesini İçeren İntegraller	241
RASYONEL (KESİRLİ) İFADELERİN İNTEGRALI.....	242
TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İNTEGRALI	246
İndirgeme Bağlıntıları	248
B) Kısmi İntegrasyon Yöntemi.....	248
BELİRLİ İNTEGRAL	254
Riemann İntegrali	254
İNTEGRAL HESABIN TEMEL TEOREMLERİ	256
Belirli İntegrallerin Özellikleri	256
ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN İNTEGRALI	261
İNTEGRALDE ALAN	263
İNTEGRALDE HACİM	264
Kabuk Yöntemi.....	269
Eğri Uzunluğu Hesabı	272
Dönel Yüzeyin Alanı	274
Pappus – Guldin Teoremi	275

11. BÖLÜM DİZİLER – SERİLER

DİZİ	278
Sonlu Dizi	278
Sabit Dizi	278
EŞİT DİZİLER	279
ALT DİZİ	279
DİZİLERDE DÖRT İŞLEM	280
DİZİLERDE SINIRLILIK	281
DİZİLERDE MONOTONLUK	281
ARİTMETİK VE GEOMETRİK DİZİLER	282
Aritmetik Dizi	282
Geometrik Dizi	283
DİZİLERDE LİMİT	284
Dizilerde Limit ile İlgili Özellikler	286
Dizilerde En Büyük Alt Sınır (Ebas) – En Küçük Üst Sınır (Eküs) Kavramları	287
SERİLER	288
Geometrik Seri	290
Pozitif Terimli Seriler İçin Yakınsaklık Testleri	293
Genel Terim Testi	293
İntegral Testi	293
p – Testi	294
Karşılaştırma Testi	294
Karşılaştırma Testinin Limit Formu	294
Cauchy – Kök Testi	295
D’alambert Oran Testi	296
Limit Testi	297
Alterne Seriler	297
Mutlak Yakınsaklık – Yakınsaklık İlişkisi	297
KUVVET SERİLERİ	298
Yakınsaklık Yarıçapı	298
Yakınsaklık Aralığında Türevlenebilme ve İntegrasyon	299
Taylor ve Maclaurin Serileri	300
Önemli Maclaurin Seri Açılımları	301

12. BÖLÜM ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLAR

TANIM VE GÖRÜNTÜ KÜMESİ	315
Seviye Eğrileri	318
Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Limit ve Süreklilik	318
Süreklilik	321
Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Türev (Kısmi Türev)	321
Çok Değişkenli Fonksiyonların 2. Türevi	323
Zincir Kuralı	324
Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Teğet Düzlem Denklemi	324
ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLARDA MAKSİMUM–MİNİMUM	325
Yerel Maksimum	325
Yerel Minimum	325
Kritik Nokta – Eyer Nokta	326
Kritik Nokta İçin 2. Türev Testi	326
Maksimum–Minimum Problemleri	328
Kapalı Fonksiyonun Türevi	328
ÇÖZÜMLÜ TESTLER	330

POLİNOMLAR

$n \in \mathbb{N}$ $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ ve x değişken olmak üzere,

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

ifadesine **gerçek katsayılı tek değişkenli polinom** denir.

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ polinomunda,

- $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ katsayılarıdır.
- a_n baş katsayıdır. (Derecesi en büyük olan terimin katsayısıdır.)
- a_0 sabit terimdir. (x 'i içermeyen ifadedir.)
- $P(x)$ polinomunun derecesi $\text{der}[P(x)]$ ile gösterilir ve bu polinom da $\text{der}[P(x)] = n$ 'dir. (x 'in en büyük doğal sayı kuvvetidir.)
- $a_0 \neq 0$ olmak üzere, $P(x) = a_0$ polinomuna **sabit polinom** denir ve sabit polinomun derecesi sıfırdır.
- $P(x) = 0$ polinomuna **sıfır polinom** denir. Sıfır polinomunun derecesi belirsizdir.

Örnek

$P(x) = 7x^4 + 6x^5 + 3x^2 + 2x - 1$ polinomunda,

Katsayılar $\rightarrow 7, +6, 3, 2, -1$

Derece $\rightarrow \text{der}[P(x)] = 5$

Baş katsayı $\rightarrow 6$

Sabit terim $\rightarrow -1$

Örnek

$$R(x) = x^4 + 2x^{n-2} + x^{\frac{18}{n}} + 1$$

ifadesi bir polinom olduğuna göre, n 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

$R(x)$ 'in polinom olması için x 'in kuvvetleri doğal sayı olmalıdır.

$$\frac{18}{n} \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow n = 1, 2, 3, 6, 9, 18 \dots \text{(i)}$$

$$n - 2 \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow n - 2 \geq 0 \Rightarrow n \geq 2 \dots \text{(ii)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{(i) ve (ii) den} \\ n = 2, 3, 6, 9, 18 \text{ olur.} \\ \text{Toplamları} \\ = 2 + 3 + 6 + 9 + 18 \\ = 38 \text{ bulunur.} \end{array} \right\}$$

Örnek

$P(x) = (a - 5)x^2 + (a + 2b + 1)x + 4$ polinomu sabit polinom ve $R(x) = (m + 4)x + n - 6$ polinomu sıfır polinom olduğuna göre, $a + b + m + n$ toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{l} P(x) \text{ sabit polinom ise} \begin{cases} a - 5 = 0 \Rightarrow a = 5 \text{ 'tir.} \\ a + 2b + 1 = 0 \Rightarrow 5 + 2b + 1 = 0 \\ \Rightarrow 2b = -6 \\ \Rightarrow b = -3 \text{ 'tür.} \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} R(x) \text{ sıfır polinom ise} \begin{cases} m + 4 = 0 \Rightarrow m = -4 \text{ 'tür.} \\ n - 6 = 0 \Rightarrow n = 6 \text{ 'dir.} \end{cases} \end{array}$$

O hâlde, $a + b + m + n = 5 - 3 - 4 + 6 = 4$ bulunur.

Sıfır polinomda bütün katsayılar ve sabit terim sıfıra eşitlenirken sabit polinomda sadece değişkenin katsayıları sıfıra eşitlenir.

NOT

$$\begin{array}{l} R(x) \text{ sıfır polinom ise} \begin{cases} m + 4 = 0 \Rightarrow m = -4 \text{ 'tür.} \\ n - 6 = 0 \Rightarrow n = 6 \text{ 'dir.} \end{cases} \end{array}$$

O hâlde, $a + b + m + n = 5 - 3 - 4 + 6 = 4$ bulunur.

İki Polinom Eşitliği

$P(x)$ ve $Q(x)$ gibi iki polinomun dereceleri aynı ve aynı dereceli terimlerin katsayıları da birbirine eşit ise $P(x)$ ile $Q(x)$ polinomlarına **eşit polinom** denir ve $P(x) = Q(x)$ şeklinde gösterilir.

Sabit Terim

Bir polinomun sabit terimi bulunurken verilen polinomda değişken yerine 0 (sıfır) yazılır.

$P(x)$ polinomunun sabit terimi: $P(0)$

$P(x + 1)$ polinomunun sabit terimi: $P(1)$

$P(x - 3)$ polinomunun sabit terimi: $P(-3)$

Soruda hangi polinomun "sabit terimi" ve "katsayılar toplamı" sorulduğuna dikkat etmeliyiz.

NOT

Katsayılar Toplamı

Bir polinomun katsayılar toplamı bulunurken verilen polinomda değişken yerine 1 yazılır.

- $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı: $P(1)$
- $P(x + 1)$ polinomunun katsayılar toplamı: $P(2)$
- $P(x - 3)$ polinomunun katsayılar toplamı: $P(-2)$
- $P(x)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı: $\frac{P(1) + P(-1)}{2}$, dir.
- $P(x)$ polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı: $\frac{P(1) - P(-1)}{2}$, dir.

Örnek

$$\frac{3x+1}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

olduğuna göre, $A \cdot B$ çarpımını bulalım.

$$\frac{3x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

$$3x+1 = Ax + A + Bx - B$$

$$A + B = 3 \text{ ve } A - B = 1 \text{ dir.}$$

$$\begin{cases} A + B = 3 \\ A - B = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2A = 4 \\ A = 2 \text{ ve } B = 1 \text{ dir.} \\ \mathbf{A \cdot B = 2 \text{ bulunur.}} \end{cases}$$

$P(x)$ bir polinom olmak üzere, $P(a) = 0$ eşitliğini sağlayan a değerlerine $P(x)$ polinomunun kökleri (veya sıfırları) denir.

Örnek

$P(x + 1) = x^2 - 6x + m$ polinomu veriliyor.

$P(x - 2)$ polinomunun katsayılar toplamı 18 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimini bulalım.

$P(x - 2)$ polinomunun katsayılar toplamı:

$$P(-1) = 18 \text{ dir.}$$

$$x = -2 \text{ için } P(-1) = 4 + 12 + m = 18$$

$$16 + m = 18$$

$$m = 2 \text{ dir.}$$

$P(x)$ polinomunun sabit terimi $P(0) = ?$

$$x = -1 \text{ için } P(0) = 1 + 6 + 2 = 9 \text{ bulunur.}$$

Örnek

$P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$P(x + 3) + P(2x - 1) = 9x + 12$$

olduğuna göre, $P(5)$ değerini bulalım.

$$P(x) = ax + b \text{ olsun.}$$

$$P(x + 3) = ax + 3a + b \text{ ve } P(2x - 1) = 2ax - a + b \text{ olur.}$$

$$ax + 3a + b + 2ax - a + b = 9x + 12$$

$$\Rightarrow 3ax + 2a + 2b = 9x + 12 \text{ (iki polinomunun eşitliğinden)}$$

$$\Rightarrow 3a = 9 \text{ ve } 2a + 2b = 12$$

$$\Rightarrow \mathbf{a = 3} \quad 2b = 6 \Rightarrow \mathbf{b = 3}$$

$$\Rightarrow P(x) = 3x + 3 \Rightarrow P(5) = 15 + 3 = 18 \text{ bulunur.}$$

Soruda iki polinomun toplamı 1. dereceden bir polinoma eşit ise $P(x) = ax + b$ şeklinde seçilmelidir.

Polinomun Derecesi ile İlgili Özellikler

$\text{der}[P(x)] = a$, $\text{der}[Q(x)] = b$ ve $a > b$ olmak üzere,

✓ $\text{der}[P(x) \mp Q(x)] = a$	✓ $\text{der}[P^n(x)] = n \cdot a$
✓ $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = a + b$	✓ $\text{der}[P(x^n)] = n \cdot a$
✓ $\text{der}\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right] = a - b$	✓ $\text{der}[P(Q(x))] = a \cdot b$

Polinomlarda Kalan Bulma

✓ $P(x)$ polinomunun $x - a$ ile bölümünden kalanı bulmak için x yerine a yazılır.

→ $P(x)$ polinomunun $(x - 3)$ ile bölümünden kalan $P(3)$ değeridir.

→ $P(x - 1)$ polinomunun $(x + 2)$ ile bölümünden kalan $P(-3)$ değeridir.

✓ $P(x)$ polinomunun $x^n - a$ ile bölümünden kalanı bulmak için x^n yerine a yazılır.

✓ $P(x)$ polinomunun $x^2 + ax + b$ ile bölümünden kalanı bulmak için x^2 yerine $-ax - b$ yazılır.

2025

HİBRİT
KİTAP

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI AKADEMİ GİRİŞ SINAVI

MEB-AGS ÖABT

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ

SOYUT CEBİR - LINEER CEBİR

KONU ANLATIMLI



e-Kitaba ve video derslere
erişebilmek için
QR kodu okutunuz.



Fiziksel Kitap

HİBRİT
KİTAP

e-Kitap

Video Ders Hediyesi

ARTIFORCE, TÜBİTAK-TEYDEB Destek Programından yararlanılarak geliştirilmiştir (Proje No: 7230451).
Ürün/hizmet ile ilgili tüm sorumluluk Pegem Akademi Yayıncılık Eğitim Danışmanlık Hizmetleri Tic. AŞ'ye aittir.

PEGEM AKADEMİ



Komisyon

MEB-AGS ÖABT İlköğretim Matematik Öğretmenliği Soyut Cebir - Lineer Cebir Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6128-17-0

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

I. Baskı: 2024, Ankara

Proje-Yayın: Pegem

Dizgi-Grafik Tasarım: Arzu Orhan Kaya

Kapak Tasarımı: Pegem

İletişim

Pegem Akademi: Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

Baskı:Ankara Özgür Matbaacılık
1250. Cad. No: 25 Ostim Yenimahalle/Ankara

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 46821

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

MEB-AGS ÖABT İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz üç kitap hâlinde düzenlenmiştir. "İlköğretim Matematik Öğretmenliği Soyut Cebir - Lineer Cebir 2. Kitap" adlı yayınıımız Soyut Cebir - Lineer Cebir bölümünü kapsamaktadır ve MEB-AGS / ÖABT İlköğretim Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek MEB-AGS ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...

Pegem Akademi



Kitabın içeriği, MEB'in yapacağı program değişikliği veya buna bağlı olarak ÖSYM'nin sınav içeriğinde yapacağı değişiklik durumunda, kitabın dijital hâlinde (aktivasyon geçerlilik süresince) güncellenerek siz değerli adaylara sunulur.

TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



- 1 Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
- 3 Konu sonu testlerini çözebilir.

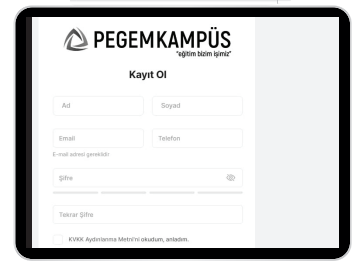


Yapay zekânın öğrenme analizinizi yapabilmesi için interaktif içeriklere etkileşim bırakmanız gerekmektedir. Etkileşim bırakmak için testlerde yer alan cevap seçeneklerini sistem üzerinde işaretlemeniz gerekmektedir. Böylelikle yapay zekâ bırakılan etkileşimler sonrasında sizlerin başarı durumlarını tespit ederek eksik tespitinizi gerçekleştirecektir.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden aktivasyon kodunuzu aktif edebilmek ve içeriklere erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:

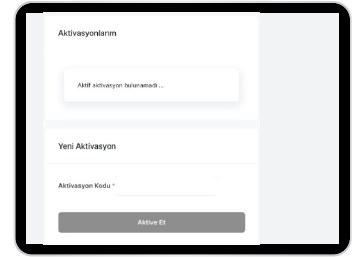
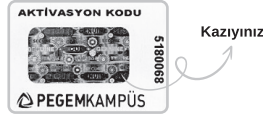
1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna **arti.pegemkampus.com** yazarak web sitemiz üzerinden üyeliğinizi gerçekleştirebilirsiniz.



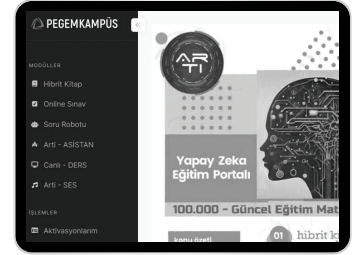
2. Adım Aktivasyon

Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "**Aktivasyonlarım**" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.



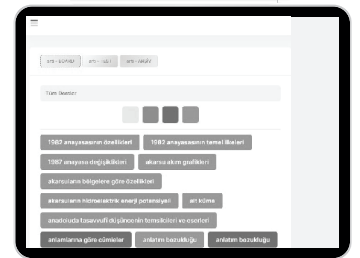
3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "**Hibrit Kitap**" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



4. Adım Yapay Zekâ Asistan

Hibrit kitaptaki işaretlemeleriniz doğrultusunda eksik tespitinizi yapabilmek için menüdeki "**Arti-Asistan**" sekmesine tıklayabilirsiniz. Eksiklerinizi tamamlamak ve daha fazla içerik görmek için pegemkampus.com adresini ziyaret edebilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın iç kapağında yer almaktadır. Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2025 tarihine kadar geçerlidir.



**Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55**

İÇİNDEKİLER

SOYUT CEBİR

Sayılar ve Özellikleri.....1	Simetrik (Permütasyon) ve Alterne Gruplar.....25
Rakam.....1	Gruplarda Homomorfizm ve İzomorfizm.....26
Sayma Sayıları.....1	Homomorfizma.....26
Doğal Sayılar.....1	İzomorfizma.....26
Tam Sayılar.....1	Bölüm Grupları.....29
Aralarında Asallık.....1	Devirli Gruplar.....30
Rasyonel Sayılar.....1	Devirli Grupların Alt Grupları.....31
İrrasyonel Sayılar.....1	Üreteç Sayısı.....32
Reel Sayılar.....1	Çarpım Grupları.....32
Tek ve Çift Sayılar.....1	İzomorf olmayan Abelyan Gruplar.....33
Ardışık Sayılar.....2	Halka, Cisim ve Tamlık Bölgesi.....33
Negatif ve Pozitif Sayılar ile İlgili Özellikler.....2	Alt Halka.....35
Tam Sayılarda Bölünebilme.....2	Sıfır Bölenler ve Tamlık Bölgesi.....35
En Büyük Ortak Bölen.....4	Bölüm Halkası.....36
En Küçük Ortak Kat.....4	İdeal.....36
Euler ϕ -Fonksiyonu.....7	Nilpotent Eleman.....36
ϕ -Fonksiyonunun Bazı Özellikleri.....7	Polinom Halkası.....36
Kongrüanslar.....9	Cisim.....37
Tam Sayılar ve Modüler Aritmetik.....9	Cebirsel Sayı.....37
Gruplar.....19	Transandant Sayı.....37
Tek İşlemlerli Cebirsel Yapı Türleri.....19	Sayılabilir Küme.....37
Mertebe.....21	Çözümlü Test 1.....43
Alt Gruplar.....22	Çözümlü Test 2.....47
Normal Alt Gruplar.....24	Çözümlü Test 3.....51
	Çözümlü Test 4.....55

LİNEER CEBİR

Hatırlatma: İç İşlem.....	59	Alterne ve Çok Lineer Fonksiyonlar.....	115
Dış İşlem.....	59	n-Linear Fonksiyonlar.....	115
Grup.....	59	Bir Lineer Dönüşümün Determinantı ve İzi.....	116
Alt Grup	59	Determinantlarda Alan ve Hacim Hesabı	116
Halka	59	Matrislerin Polinomu	117
Vektör Uzayları	60	Karakteristik Değerler ve Karakteristik	
Alt Vektör Uzayı	62	Vektörler	118
Lineer Bağımlılık ve Lineer Bağımsızlık	66	Karakteristik Uzay	119
Taban (Baz).....	67	Karakteristik Polinom ve Karakteristik	
İç Çarpım Uzayları.....	68	Denklemler	120
İç Çarpım.....	68	Çözümlü Test 1.....	127
Norm	70	Çözümlü Test 2.....	132
Ortonormal Baz	75	Çözümlü Test 3.....	136
Direkt Toplam Uzayı	80	Çözümlü Test 4.....	140
İç Çarpım Uzaylarının Alt Uzayları.....	81	Çözümlü Test 5.....	144
Lineer Dönüşümler	83		
Matrisler ve Matris Uzayları	90		
Matris Toplamı	91		
Skaler ile Matris Çarpımı.....	92		
Matris Çarpımı.....	92		
Bir Matrisin Transpozu	93		
Kare Matrisler.....	94		
Bir Matrisin Tersisi.....	94		
Elemanter Operasyonlar (Basit İşlemler).....	104		
Determinantlar	105		
Sarrus Kuralı	106		
Minör ve Kofaktör	108		

SOYUT CEBİR

1. Sayılar ve Özellikleri

Rakam

Sayıları yazmaya yarayan sembollere rakam denir. Kullandığımız onluk sistemdeki rakamların kümesi $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ dur.

Rakamlarla oluşturulan ifadelere sayı denir.

Sayma Sayıları

$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ kümesi sayma sayılar kümesidir.

Doğal Sayılar

$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesidir. $N^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ pozitif doğal sayılar kümesini ifade eder.

Tam Sayılar

$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesidir.

Tam sayılar kümesi üç ana bölümden oluşur. Negatif tam sayılar (Z^-), pozitif tam sayılar (Z^+) ve $\{0\}$ kümesidir. Ayrıca $Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$ dir.

Aralarında Asallık

p ve q sıfırdan farklı iki pozitif tam sayı olsun. p ve q sayılarını ortak olarak bölen en büyük pozitif tam sayı 1 ise p ve q aralarında asaldır denir.

Rasyonel Sayılar

$Q = \left\{ \frac{p}{q} : p \text{ ve } q \text{ aralarında asal, } q \neq 0 \right\}$ kümesidir.

İrrasyonel Sayılar

$I = Q'$ sembolleriyle gösterilir yukarıda tanımlanan $\frac{p}{q}$ tipinde yazılamayan sayılardan oluşur. Yani rasyonel olmayan reel sayılara irrasyonel sayı denir.

Reel Sayılar

Rasyonel ve irrasyonel sayıların birleşim kümesidir. R ile gösterilir. $R = Q \cup Q'$ dir.

Örnek

$x, y, z \in Z$ olmak üzere,

$$x \cdot y = 12, y \cdot z = 4 \text{ ve } x \cdot z = 3$$

eşitliklerini sağlayan x, y, z sayılarının en büyük toplamı en küçük toplamından kaç fazladır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm

$$\frac{x \cdot y}{y \cdot z} = \frac{12}{4} \Rightarrow \frac{x}{z} = 3 \Rightarrow x = 3 \cdot z \text{ bulunur.}$$

Bu ifade $x \cdot z = 3$ eşitliğinde yerine yazılırsa

$$3z^2 = 3 \Rightarrow z = \mp 1 \text{ bulunur.}$$

$$z = 1 \text{ için } x = 3 \text{ ve } y = 4 \text{ olup } x + y + z = 8$$

$$z = -1 \text{ için } x = -3 \text{ ve } y = -4 \text{ olup } x + y + z = -8 \text{ bulunur.}$$

$8 - (-8) = 16$ dir. Doğru seçenek C olarak elde edilir.

Örnek

$a, b, c \in N$ olmak üzere

$3a + 6b - c = 24$ eşitliğini sağlayan a, b ve c değerleri için $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm

Katsayısı büyük olana büyük değer verilir.

Sayılar aynı olabileceğinden $a = 0 = c$ seçilirse $b = 4$ bulunur.

$$a + b + c = 4 \text{ olur.}$$

Örnek

a ve b doğal sayılardır.

$$56 \cdot a = b^3$$

eşitliğini sağlayan en küçük b değeri kaçtır?

Çözüm

Önce sayı asal çarpanlarına ayrılır.

$$56 = 2^3 \cdot 7$$

$$56 \cdot a = 2^3 \cdot 7 \cdot a = b^3 \text{ tür.}$$

Buradan $a = 7^2$ seçilirse $b = 2 \cdot 7 = 14$ bulunur.

Tek ve Çift Sayılar

2 ile kalansız bölünebilen tam sayılara çift tam sayı, 2 ile tam bölünemeyen tam sayılara tek tam sayı denir. Çift sayılar $2n$, tek tam sayılar $2n - 1$ ile gösterilir ($n \in Z$).

Tek ve Çift Tam Sayılar İle İlgili Özellikler

- 1) $T \mp T = \text{Ç}$ 5) $\text{Ç} \cdot \text{Ç} = \text{Ç}$
 2) $\text{Ç} \mp \text{Ç} = \text{Ç}$ 6) $T \cdot T = T$
 3) $T \mp \text{Ç} = T$ 7) $n \in N$ olmak üzere $T^n = T$
 4) $T \cdot \text{Ç} = \text{Ç}$ 8) $n \in N^+$ olmak üzere $\text{Ç}^n = \text{Ç}$ dir.

Tek ve çift sayılarda bölme işlemine ait kural tanımlanamaz. Örneğin 60, 40 ve 2 sayıları çift sayıdır.

$\frac{40}{2} = \text{Ç}$, $\frac{40}{40} = T$, $\frac{40}{60}$ sayısı ne tek ne de çifttir.

NOT!

Ardışık Sayılar

$n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $n, n + 1, n + 2, \dots$ sayılarına ardışık tam sayılar denir.

Kural:

$n \in \mathbb{Z}^+$ için

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2} \text{ dir.}$$

$n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $2n - 1, 2n + 1, 2n + 3, \dots$ sayılarına ardışık tek sayılar denir.

Kural:

$n \in \mathbb{Z}^+$ için

$$1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1 = n^2 \text{ dir.}$$

$n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $2n, 2n + 2, 2n + 4, \dots$ sayılarına ardışık çift sayılar denir.

Kural:

$n \in \mathbb{Z}^+$ için

$$2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1) \text{ dir.}$$

Kural:

Ardışık terimleri arasındaki artış miktarı eşit olan dizide

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{\text{Son Terim} - \text{İlk Terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1$$

ve

$$\text{Terim Toplamı} = \frac{\text{Terim Sayısı} \cdot (\text{Son terim} + \text{İlk terim})}{2}$$

dir.

Negatif ve Pozitif Sayılar İle İlgili Özellikler

- | | |
|------------------------|--------------------|
| 1) $(-)\cdot(-) = (+)$ | 5) $(-)/(-) = (+)$ |
| 2) $(-)\cdot(+) = (-)$ | 6) $(-)/(+) = (-)$ |
| 3) $(+)\cdot(+) = (+)$ | 7) $(+)/(+) = (+)$ |
| 4) $(+)\cdot(-) = (-)$ | 8) $(+)/(-) = (-)$ |

9) $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(-)^{2n} = (+)$ dir.

10) $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(-)^{2n-1} = (-)$ dir.

11) $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(+)^n = (+)$ dir.

Tam Sayılarda Bölünebilme

$m, n, r \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $m \cdot n = r$ olsun. Bu durumda m ve n ye r nin bölenleri (çarpanları) r ye de m ve n nin bir katı denir. m, r nin bir böleni ise bu durum $m \mid_r$ ile, aksi takdirde

$m \nmid_r$ ile gösterilir.

2 ile bölünebilme: Çift tam sayılar 2 ile tam bölünür.

3 ile bölünebilme: Verilen sayının rakamları toplamı 3 veya 3 ün katı ise sayı 3 ile tam bölünür.

4 ile bölünebilme: Verilen sayının son iki basamağı (birler ve onlar basamağı) 4 ile tam bölünebiliyor ise verilen sayı 4 ile tam bölünür.

5 ile bölünebilme: Verilen sayının birler basamağı 0 veya 5 ise sayı 5 ile tam bölünür.

7 ile bölünebilme: Verilen sayının rakamları altına sağdan sola doğru sırasıyla 1, 2, 3 sayıları yazılır. Bu rakamlar altlarına yazdığımız sayılar ile çarpılır. Daha sonra sağdan sola üçerli gruplar hâlinde alınıp bu gruplar (+), (-) ile çarpılıp toplanır. Sonuç 7 veya 7'nin katı ise verilen sayı 7 ile tam bölünür.

8 ile bölünebilme: Verilen sayının son üç basamağı (birler, onlar ve yüzler basamağı) 8 ile bölünebiliyor ise sayı 8'e tam bölünür.

9 ile bölünebilme: Verilen sayının rakamları toplamı 9 veya 9 un katı ise sayı 9 ile tam bölünür.

10 ile bölünebilme: Verilen sayının birler basamağı 0 ise verilen sayı 10 ile tam bölünür.

11 ile bölünebilme: Verilen sayı sağdan sola doğru sırası ile (+), (-) ile çarpılıp toplanır. Sonuç 11 veya 11 in katı ise verilen sayı 11 ile tam bölünür.

Örnek

Hangi n doğal sayıları için $(n+1) \mid_{(n^2+1)}$ dir.

Çözüm

$n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1)$ olduğundan $\forall n \in \mathbb{N}$ için

$$(n+1) \mid_{(n^2-1)} \text{ dir.}$$

$$(n+1) \mid_{(n^2+1)} \text{ ve } (n+1) \mid_{(n^2-1)} \text{ olduğundan}$$

$$n+1 \mid_{[(n^2+1)-(n^2-1)]} \Rightarrow n+1 \mid_2 \text{ olur.}$$

$n \in \mathbb{N}$ olduğundan ve $n + 1 \leq 2$ olması gerektiğinden $n = 0, 1$ elde edilir.

Kural:

$[1, x]$ aralığında n ile bölünebilen doğal sayıların sayısı

$$\left\lfloor \frac{x}{n} \right\rfloor \text{ dir.}$$

Kural:

$a \in \mathbb{Z}$ ve $m, n \in \mathbb{N}$ olsun.

$$n < m \text{ için } a^{2^n+1} \mid_{a^{2^m-1}} \text{ dir.}$$

Kural:

$n \geq 2$ olmak üzere n ve k iki doğal sayı olsun.

$$n-1 \mid_{n^k-1} \text{ dir.}$$

Kural:

n bir doğal sayı ve k bir tek sayı olsun.

$$(1 + 2 + \dots + n) \mid (1^k + 2^k + \dots + n^k) \text{ dir.}$$

Kural:

$a, b \in \mathbb{Z}$ olsun. a sayısı b ile bölündüğünde kalan r ise $2^a - 1$ sayısı $2^b - 1$ ile bölündüğünde kalan $2^r - 1$ dir.

Örnek

$\{1, 2, \dots, 600\}$ dizisinde 13 ile bölünebilen kaç tane doğal sayı vardır?

Çözüm

$$\left\lfloor \frac{600}{13} \right\rfloor = 46 \text{ adettir.}$$

Örnek

1000 den küçük kaç doğal sayı 17 ile bölünür?

Çözüm

$[1, 1000]$ kümesinde

$$\left\lfloor \frac{1000}{17} \right\rfloor = 58 \text{ ve } 0 \in \mathbb{N} \text{ için } 17 \mid_0 \text{ olup toplam } 58 + 1 = 59$$

adet sayı 17 ile tam bölünür.

Örnek

$N = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1)$ sayısının 41 ile bölünebilmesi için n en az kaç olmalıdır?

Çözüm

$$\begin{aligned} N &= 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) \\ &= (1^2 + 1) + (2^2 + 2) + \dots + (n^2 + n) \\ &= (1^2 + 2^2 + \dots + n^2) + (1 + 2 + \dots + n) \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n \cdot (n+1)}{2} \\ &= \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \end{aligned}$$

sayısının 41 ile bölünebilmesi için $n(n+1)(n+2)$ çarpanlarından en az biri 41 e bölünmelidir.

$$n + 2 = 41 \Rightarrow n = 39 \text{ olmalıdır.}$$

Teorem:

m, n ve r tam sayı olmak üzere,

- $\forall m \in \mathbb{Z}$ iken $a \mid_0$ dir.
- $\forall m \in \mathbb{Z}$ için $\pm 1 \mid_m$ ve $\pm m \mid_m$ dir.
- $m \mid_{\pm 1} \Leftrightarrow m = \mp 1$ dir.
- $m \mid_n$ ise $\pm m \mid_{\pm n}$ dir.
- $m \mid_n$ ve $n \mid_r$ ise $m \mid_r$ dir.
- $m \mid_n$ ve $n \mid_m$ ise $m = \pm n$ dir.
- $c \neq 0$ olmak üzere $cm \mid_{cn}$ ise $m \mid_n$ dir.
- $m_1 \mid_{n_1}$ ve $m_2 \mid_{n_2}$ ise $m_1 \cdot m_2 \mid_{n_1 \cdot n_2}$ dir.
- $m \mid_n$ ve $m \mid_r$ ise $m \mid_{n+r}$ dir.

Çıkış Sorular

$k \mid_m$ gösterimi k sayısının m sayısını tam bölündüğünü ifade eder.

Buna göre a, b ve c tam sayıları için,

- $c \mid a \cdot b$ ise $c \mid a$ ve $c \mid b$ dir.
- $a \cdot b \mid c$ ise $a \mid c$ ve $b \mid c$ dir.
- $a \mid b$ ve $b \mid c$ ise $a \mid c$ dir.

yargılarından hangileri **daima** doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) Yalnız III

Çözüm

c sayısı $a \cdot b$ yi bölüyor ise $c \mid_a$ ve $c \mid_b$ doğru olmayabilir, $6 \mid_{2 \cdot 3}$ tür ama $6 \mid_2$ ve $6 \mid_3$ yanlıştır. II ve III. öncül doğrudur.

Cevap D

Tanım:

(Asal Sayı) : $n > 1$ tam sayısının kendisinden ve birden başka pozitif böleni yoksa n 'ye asal (= prime) sayı denir.

Tanım:

(Bileşik Sayı): Asal olmayan sayılara bileşik (= combined) sayı denir.

Tanım:

Aralarındaki fark iki olan asal sayılara ikiz asallar denir.

Teorem:

Her bileşik sayının en az bir asal çarpanı vardır.

Teorem (Euclid):

Asal sayıların sayısı sonsuzdur.

Bir sayının tüm bölenlerinin sayısı pozitif bölenlerinin sayısının iki katıdır.

Uyarı!

Teorem (Bölme Algoritması):

$m, n \in \mathbb{Z}$, $m, n \neq 0$ ise $m = q \cdot n + r$; $0 < r < |n|$ olacak şekilde bir tek q ve r tam sayı ikilisi vardır.

En Büyük Ortak Bölen:

m ve n tam sayılar olmak üzere $k|m$ ve $k|n$ ise k ye m ve n nin bir ortak böleni denir.

m ve n yi bölen en büyük pozitif d tam sayısına m ve n nin en büyük ortak böleni (=obeb = ebob) denir.

$d = (m, n)$ ile gösterilir.

Uyarı

1) Tanıma göre d 'nin m ve n 'nin obeb'i olması için gerek ve yeter şart

i) $d|m$ ve $d|n$ olması,

ii) $k, k|m$ ve $k|n$ özelliğindeki bir başka ortak bölen iken $k|d$ olmasıdır.

2) İki'den fazla sayının obeb'i de benzer şekilde tanımlanır.

Uyarı

Obob verilen tam sayıların pozitif lineer toplamlarının en küçüğüdür.

Teorem:

Sıfırdan farklı iki tam sayının obeb'i tektir.

Teorem: $(m, n) = d \Leftrightarrow \left(\frac{m}{d}, \frac{n}{d}\right) = 1$ 'dir.

Teorem:

$(a, b) = 1$ ve $(a, c) = 1$ ise $(a, b, c) = 1$ 'dir.

Teorem:

$\frac{a}{b} \cdot c$ ve $(a, b) = 1$ ise $\frac{a}{c}$ dir.

En Küçük Ortak Kat:

a, b sıfırdan farklı tam sayılar olsun.

a) $k \in \mathbb{N}$ olmak üzere $a|k$ ve $b|k$ ise k 'ye a ve b 'nin bir ortak katı denir.

b) k, a ve b 'nin bir ortak katı olsun. Eğer $t; a$ ile b 'nin bir başka ortak katı iken $k|t$ ise k 'ye a ile b 'nin en küçük ortak katı (ekok) denir ve $[a, b] = k$ ile gösterilir.

Teorem:

$a, b \neq 0$ iki tam sayı ise $(a, b) \cdot [a, b] = |a \cdot b|$ dir.

Örnek

$x \in \mathbb{N}$ olmak üzere $p = x^2 - 1$ olacak şekildeki tüm p asal sayılarını bulunuz.

Çözüm

$P = (x - 1)(x + 1)$ sayısının çarpanları

$\left. \begin{array}{l} 1 \cdot p \\ p \cdot 1 \end{array} \right\} P$ asal olduğundan çarpanı 1 ve kendisidir.

$(-1) \cdot (-p)$

$(-p) \cdot (-1)$ tipindedir.

$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2, p = 3$ asaldır.

$x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0, p = -1$ asal değil.

$x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0, p = -1$ asal değil

$x + 1 = -1 \Rightarrow x = -2, x = -2 \notin \mathbb{N}$

Çözüm kümesi $p = \{3\}$ tür.

Örnek

$x \in \mathbb{N}$ olmak üzere $p = x^3 - 1$ şeklindeki tüm p asallarını bulunuz.

Çözüm

$P = (x - 1)(x^2 + x + 1)$ sayısının çarpanları

$p \cdot 1$

$1 \cdot p$

$(-1) \cdot (-p)$

$(-p) \cdot (-1)$ tipindedir.

$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2, p = 2^2 + 2 + 1 = 7$ asaldır.

$x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0, p = -1$ asal değildir.

$x^2 + x + 1 = 1 \Rightarrow x(x + 1) = 0$

$\Rightarrow x = 0$ veya $x = -1$

$p = -1$ asal değil $p = -2$ asal değil

$x^2 + x + 1 = -1 \Rightarrow x^2 + x + 2 = 0$

$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2} \notin \mathbb{N}$

Çözüm kümesi $x = \{7\}$ dir.

Örnek

$(a, 4) = 2$ ve $(b, 4) = 2$ iken $(a + b, 4)$ nedir?

2025

HİBRİT
KİTAP

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI AKADEMİ GİRİŞ SINAVI

MEB-AGS ÖABT

İLKÖĞRETİM MATEMATİK
ÖĞRETMENLİĞİ
GEOMETRİ - İSTATİSTİK VE OLASILIK
KONU ANLATIMLI



e-Kitaba ve video derslere
erişebilmek için
QR kodu okutunuz.



Fiziksel Kitap

HİBRİT
KİTAP

e-Kitap

Video Ders Hediye

ARTIFORCE, TÜBİTAK-TEYDEB Destek Programından yararlanılarak geliştirilmiştir (Proje No: 7230451).
Ürün/hizmet ile ilgili tüm sorumluluk Pegem Akademi Yayıncılık Eğitim Danışmanlık Hizmetleri Tic. AŞ'ye aittir.

PEGEM AKADEMİ



Komisyon
MEB-AGS ÖABT İlköğretim Matematik Öğretmenliği Geometri - İstatistik ve Olasılık
Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6128-17-0

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

I. Baskı: 2024, Ankara

Proje-Yayın: Pegem

Dizgi-Grafik Tasarım: Arzu Orhan Kaya

Kapak Tasarımı: Pegem

İletişim

Pegem Akademi: Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

Baskı:Ankara Özgür Matbaacılık
1250. Cad. No: 25 Ostim Yenimahalle/Ankara

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 46821

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

MEB-AGS ÖABT İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz üç kitap hâlinde düzenlenmiştir. "İlköğretim Matematik Öğretmenliği Geometri-İstatistik ve Olasılık 3. Kitap" adlı yayınıımız Geometri - İstatistik ve Olasılık bölümünü kapsamaktadır ve MEB-AGS / ÖABT İlköğretim Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek MEB-AGS ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...

Pegem Akademi



Kitabın içeriği, MEB'in yapacağı program değişikliği veya buna bağlı olarak ÖSYM'nin sınav içeriğinde yapacağı değişiklik durumunda, kitabın dijital hâlinde (aktivasyon geçerlilik süresince) güncellenerek siz değerli adaylara sunulur.

TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



- 1 Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
- 3 Konu sonu testlerini çözebilir.

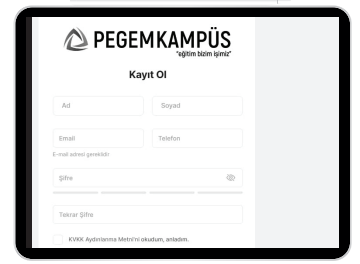


Yapay zekânın öğrenme analizinizi yapabilmesi için interaktif içeriklere etkileşim bırakmanız gerekmektedir. Etkileşim bırakmak için testlerde yer alan cevap seçeneklerini sistem üzerinde işaretlemeniz gerekmektedir. Böylelikle yapay zekâ bırakılan etkileşimler sonrasında sizlerin başarı durumlarını tespit ederek eksik tespitinizi gerçekleştirecektir.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden aktivasyon kodunuzu aktif edebilmek ve içeriklere erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:

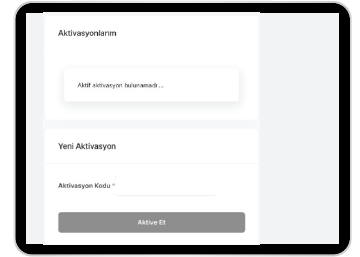
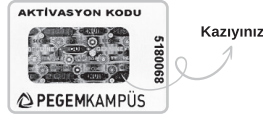
1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna **arti.pegemkampus.com** yazarak web sitemiz üzerinden üyeliğinizi gerçekleştirebilirsiniz.



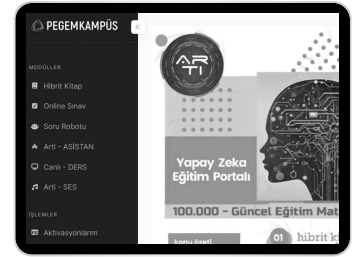
2. Adım Aktivasyon

Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "**Aktivasyonlarım**" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.



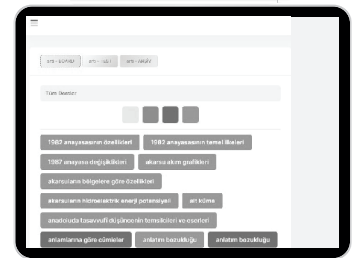
3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "**Hibrit Kitap**" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



4. Adım Yapay Zekâ Asistan

Hibrit kitaptaki işaretlemeleriniz doğrultusunda eksik tespitinizi yapabilmek için menüdeki "**Arti-Asistan**" sekmesine tıklayabilirsiniz. Eksiklerinizi tamamlamak ve daha fazla içerik görmek için pegemkampus.com adresini ziyaret edebilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın iç kapağında yer almaktadır. Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2025 tarihine kadar geçerlidir.



Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM

UZAYDA VEKTÖRLER

UZAYDA VEKTÖRLER.....	1
İki Vektörün Parallellığı.....	2
Vektörlerin Lineer Bileşimi.....	2
Lineer Bağımlılık – Lineer Bağımsızlık.....	2
Standart Birim Vektörleri.....	2
Vektörlerin İç (Skaler) Çarpımı.....	2
İki Vektör Arasındaki Açık.....	3
Dik İzdüşüm Vektörü.....	3
Vektörel (Çapraz) Çarpım.....	4
Paralelkenarın Alanı.....	5
Paralelyüzün Hacmi.....	6
Çözümlü Test.....	9
Çözümler.....	11

UZAYDA DOĞRU ve DÜZLEM DENKLEMİ

UZAYDA DOĞRU VE DÜZLEM DENKLEMİ.....	13
İki Noktası Belli Olan Doğru Denklemi.....	13
Düzlem.....	14
Çözümlü Sorular - I.....	16
Bir Noktanın Düzleme Uzaklığı.....	19
Çözümlü Sorular - II.....	19
Uzayda İki Doğrunun Birbirlerine Göre Durumları ve Kesişme Noktasının Bulunması.....	22
Bir Noktanın Bir Doğruya Olan Uzaklığı.....	23
Aykırı İki Doğru Arasındaki En Kısa Uzaklık ve Ortak Dikme ve Dikme Ayaklarının Bulunması.....	24
Çözümlü Sorular.....	24
İki Düzlemin Birbirlerine Göre Konumu ve İki Düzlem Arasındaki Açık.....	28
Bir Düzlem ile Bir Doğru Arasındaki Açık.....	28
İki Düzlemin Açığı Düzlemi.....	28
Çözümlü Sorular.....	28
Bir Doğrudan Geçen Düzlem Demeti.....	30
Uzayda Simetri.....	31
Çözümlü Sorular.....	32
Çözümlü Test - 1.....	37
Çözümler.....	39

Çözümlü Test - 2.....	41
Çözümler.....	43

YÜZEYLER

E^3 DE YÜZEY.....	46
KÜRE.....	46
Küre Olma Koşulları.....	47
Kürenin Parametrik Denklemi.....	48
Kürenin Teğet Düzlemi.....	48
SİLİNDİR.....	48
KONİ.....	50
Bazı Kuadratik Yüzeyle.....	54
Çözümlü Sorular.....	54
Silindirin İsimlendirilmesi.....	55
Dönel Yüzeyle.....	57
SİLİNDİRİK KOORDİNATLAR.....	59
KÜRESEL KOORDİNATLAR.....	59
Çözümlü Test.....	60
Çözümler.....	62

KONİKLER

TANIM.....	64
Genel Konik Denkleminde x, y -li Terimi Yok Etme.....	64

ELİPS - HİPERBOL - PARABOL

ELİPS.....	66
Elipsin Denklemi.....	66
Elipsin Teğet ve Normal Denklemleri.....	67
Elipsin Parametrik Denklemi.....	68
HİPERBOL.....	70
Hiperbolün Denklemi.....	70
PARABOL.....	73
Parabolün Denklemi.....	73
Çözümlü Test.....	82
Çözümler.....	84
Karma Test - 1.....	86
Çözümler.....	88
Karma Test - 2.....	90
Çözümler.....	92

2. BÖLÜM

İSTATİSTİK VE OLASILIK

TEMEL KAVRAMLAR.....	94
Sayısal Bilgi, Veri, Ölçüm	94
Değişken ve Türleri.....	94
Fonksiyon	94
Evren ve Örneklem.....	96
İstatistik ve Parametre.....	96
Çözümlü Test.....	97
Çözümler	99

VERİNİN DÜZENLENMESİ VE MERKEZE EĞİLME ÖLÇÜLERİ

VERİNİN DÜZENLENMESİ.....	100
Grafik Çizme.....	100
Merkeze Eğilme (Yığılma) Ölçüleri.....	101
Mod (Tepe Değer).....	101
Medyan (Ortanca).....	101
Aritmetik Ortalama.....	102
Mod, Medyan ve Ortalamanın Karşılaştırılması	103
Ağırlıklı Ortalama.....	104
DEĞİŞME (DAĞILMA) ÖLÇÜLERİ	105
Ranj (Açıklık)	105
Mutlak Kayma.....	105
Varyans ve Standart Kayma	105
Bağıl Değişkenlik Katsayısı	107
STANDARTLAŞTIRMA (z ve T PUANLARI).....	107
z Puanı	107
T Puanı	107
Çözümlü Test.....	109
Çözümler	112

OLASILIK

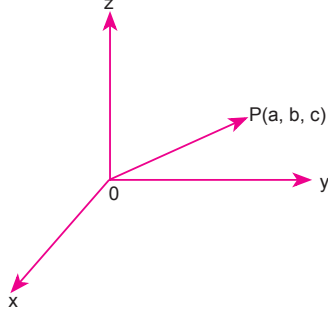
TEMEL KAVRAMLAR.....	114
Olasılık.....	115
Birleşik Olayların Olasılığı	116
Ayrık İki Olayın Birleşiminin Olasılığı.....	116
Olaylar Arasındaki Bağlılıklar	117
Şartlı Olaylar ve Olasılıklar	117
Bağımsız Olaylar	118
Çözümlü Sorular.....	119
TESADÜFİ DEĞİŞKEN, OLASILIK FONKSİYONU VE BEKLENEN DEĞER.....	121
Tesadüfi Değişkenin Beklenen Değeri.....	127
Varyans Hesabı	130
Momentler.....	133
Moment Çıkaran Fonksiyon.....	133
Birleşik Olasılık Dağılımı.....	135
Ortak Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu.....	135
Marjinal Olasılık Fonksiyonları.....	136
Kovaryans ve Korelasyon.....	138
Çözümlü Test.....	145
Çözümler	148

OLASILIK DAĞILIMLARI

OLASILIK.....	150
Binom Olasılık Dağılımı	150
Poisson Olasılık Dağılımı	152
Hipergeometrik Olasılık Dağılımı.....	153
Normal Olasılık Dağılımı.....	160
Standart Normal Olasılık Dağılımı	161
Çözümlü Test.....	163
Çözümler	166
Çözümlü Deneme - 1	168
Çözümler	171
Çözümlü Deneme - 2.....	174
Çözümler	177

UZAYDA VEKTÖRLER

$\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbb{R}\}$ kümesine 3 boyutlu vektör uzayı denir. Vektörlerin başlangıç noktası orijin olmak üzere, \mathbb{R}^3 ün her noktasına bir vektör karşılık gelir.



$\vec{OP} = (a, b, c)$ ise a, b, c sayılarına \vec{OP} yer vektörünün bileşenleri denir. P noktasının orijine olan uzaklığına, \vec{OP} vektörünün normu (uzunluğu) denir ve $|\vec{OP}|$ ile gösterilir.

$\vec{OP} = (a, b, c) \Rightarrow |\vec{OP}| = |\vec{P}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ dir.

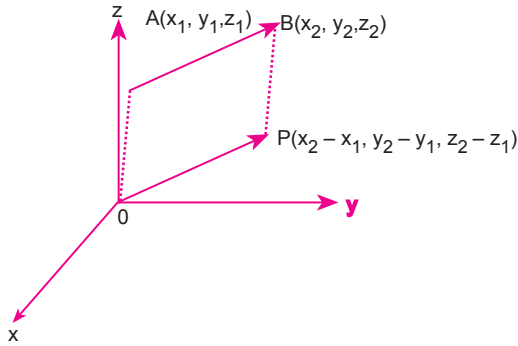
\vec{AB} vektörüne eş, başlangıç noktası orijin olan \vec{OP} vektörüne, \vec{AB} vektörünün yer vektörü denir.

$A(x_1, y_1, z_1)$ ve $B(x_2, y_2, z_2)$ ise;

$\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$

$|\vec{OP}| = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Normu 1 olan vektöre birim vektör denir.



Çıkış Sorular

Uzayda $A(1, 2, 3)$, $B(2, -1, -4)$ ve $C(m, 2, -1)$ noktaları veriliyor.

$\vec{AB} \perp \vec{AC}$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -27 B) -29 C) 14 D) 29 E) 27

Çözüm

$$\vec{AB} = (1, -3, -7) \quad \vec{AC} = (m - 1, 0, -4)$$

$$\vec{AB} \perp \vec{AC} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0 \text{ dir.}$$

$$1(m - 1) + (-3) \cdot 0 + (-7)(-4) = 0$$

$$m + 27 = 0$$

$$m = -27 \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek

$A(1, -1, 1)$ ve $B(2, a, -3)$ noktaları veriliyor.

$|\vec{AB}| = \sqrt{26}$ br olduğuna göre a sayısının alabileceği değerleri bulunuz.

Çözüm

$$\vec{AB} = (1, a + 1, -4)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{26} \Rightarrow \sqrt{1^2 + (a + 1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{26}$$

$$\Rightarrow (a + 1)^2 + 17 = 26$$

$$\Rightarrow (a + 1)^2 = 9$$

$$\Rightarrow |a + 1| = 3 \Rightarrow a = 2 \text{ veya } a = -4$$

Çıkış Sorular

Dik koordinat düzleminde verilen \vec{u} ve \vec{v} vektörleri için $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$, $\|\vec{u} + \vec{v}\| + \|\vec{u} - \vec{v}\| = 16$ olduğuna göre, $\|\vec{u} + \vec{v}\|$ değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

Çözüm

$$\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}$$

$$\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}$$

$$\Rightarrow \|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 4 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v} \text{ olur.}$$

Buna göre;

$$\frac{(\|\vec{u} + \vec{v}\| + \|\vec{u} - \vec{v}\|) \cdot (\|\vec{u} + \vec{v}\| - \|\vec{u} - \vec{v}\|)}{16} = 4 \cdot 8$$

$$\|\vec{u} + \vec{v}\| - \|\vec{u} - \vec{v}\| = 2$$

$$+ \|\vec{u} + \vec{v}\| + \|\vec{u} - \vec{v}\| = 16$$

$$2 \cdot \|\vec{u} + \vec{v}\| = 18 \Rightarrow \|\vec{u} + \vec{v}\| = 9 \text{ olur.}$$

Cevap B

İki Vektörün Paralellliği

$\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$, $k \neq 0$, $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$ olmak üzere,

$$\vec{a} = k \cdot \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} // \vec{b} \text{ dir.}$$

$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ ve $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ olmak üzere

$$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} \text{ dir.}$$

Örnek

A(2, 4, 2) ve B(6, 2, 4) noktaları ile

$\vec{v} = (x - y, x + 2y, 1)$ vektörü veriliyor.

$\vec{AB} // \vec{v}$ olduğuna göre, (x, y) ikilisini bulunuz.

Çözüm

$$\vec{AB} = (4, -2, 2)$$

$$\vec{v} = (x - y, x + 2y, 1)$$

$$\vec{AB} // \vec{v} \Rightarrow \frac{x - y}{4} = \frac{x + 2y}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 2 \\ x + 2y = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow (x, y) = (1, -1) \text{ olur.}$$

Vektörlerin Lineer Bileşimi

$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \dots, \vec{V}_n \in \mathbb{R}^3$ ve $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n \in \mathbb{R}$

olmak üzere,

$\vec{u} = k_1 \cdot \vec{V}_1 + k_2 \cdot \vec{V}_2 + k_3 \cdot \vec{V}_3 + \dots + k_n \cdot \vec{V}_n$ vektörüne,

$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \dots, \vec{V}_n$ vektörlerinin lineer bileşimi denir.

Lineer Bağımlılık – Lineer Bağımsızlık

\mathbb{R}^3 de $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \dots, \vec{V}_n$ vektörleri verilsin.

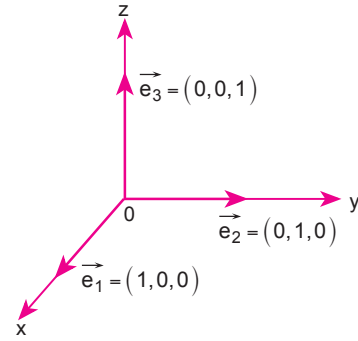
$c_1 \cdot \vec{V}_1 + c_2 \cdot \vec{V}_2 + c_3 \cdot \vec{V}_3 + \dots + c_n \cdot \vec{V}_n = \vec{0}$ denklemi yalnız

$c_1 = c_2 = c_3 = \dots = c_n = 0$ için sağlanırsa bu vektörlere lineer bağımsız; $c_1 = c_2 = c_3 = \dots = c_n = 0$ değerlerinden en az biri sıfırdan farklı olacak şekilde sağlanırsa bu vektörlere lineer bağımlı denir.

$V = \{\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n\}$, \mathbb{R}^3 uzayının bir alt kümesi olmak üzere $\det(\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n) = A$ olsun.

I. $A = 0 \Leftrightarrow V$ kümesi lineer bağımlı,

II. $A \neq 0 \Leftrightarrow V$ kümesi lineer bağımsızdır denir.

Uyarı!**Standart Birim Vektörleri**

\mathbb{R}^3 vektör uzayında üzerinde bulunduğu eksen ile pozitif yönlü birim vektörlere, standart birim vektörler denir.

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = (1, 0, 0)$$

$$\vec{e}_2 = \vec{j} = (0, 1, 0)$$

$$\vec{e}_3 = \vec{k} = (0, 0, 1)$$

Vektörlerin İç (Skaler) Çarpımı

Her $\vec{A}, \vec{B} \in \mathbb{R}^3$ için;

$\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$ olmak üzere,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \langle \vec{A}, \vec{B} \rangle = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

şeklinde tanımlanan işleme, " \mathbb{R}^3 de Öklid iç çarpım işlemi" denir.

Özellikleri

- $|\vec{A}| = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}}$, $|\vec{A}|^2 = \vec{A} \cdot \vec{A}$
- $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ (değişme özelliği)
- $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$ (çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliği)

1.BÖLÜM

Örnek

$\vec{A} = (3, a, -2)$ ve $\vec{B} = (a, 2, 10)$ vektörleri veriliyor.
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = 5$ olduğuna göre a sayısının kaç olacağını bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= 5 \\ 3a + 2a - 2 \cdot 10 &= 5 \\ 5a &= 25 \\ a &= 5\end{aligned}$$

İki Vektör Arasındaki Açık

$\vec{A}, \vec{B} \in \mathbb{R}^3$ verilsin. \vec{A} ve \vec{B} vektörleri arasındaki açının ölçüsü α olmak üzere,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha \text{ olur.}$$

$\vec{A} \perp \vec{B}$ ise $\alpha = 90^\circ$ için $\cos \alpha = 0$ olduğundan
 $\vec{A} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ olur.

Örnek

$\vec{A} = (-1, 2, 3)$ ve $\vec{B} = (1, -1, 2)$ vektörleri arasındaki açının cosinüsünü bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \theta \\ -1 - 2 + 6 &= \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3}{2\sqrt{21}}\end{aligned}$$

Örnek

$\vec{A} = (1, 1, 2)$ ve $\vec{B} = (\sqrt{3} - 1, -\sqrt{3} - 1, 4)$ vektörleri arasındaki açının cosinüsünü bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} \\ \vec{A} \cdot \vec{B} &= \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1 + 8 = 6 \\ |\vec{A}| &= \sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (2)^2} = \sqrt{6} \\ |\vec{B}| &= \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2 + (-\sqrt{3} - 1)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{4 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3} + 16} \\ &= \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \\ \cos \theta &= \frac{6}{\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{6}} \text{ olur.} \\ \cos \theta &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Örnek

\vec{A} ile \vec{B} vektörleri arasındaki açının ölçüsü 45° ,

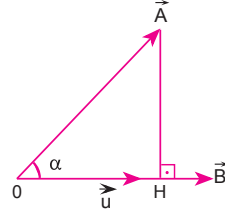
$|\vec{A}| = 2\sqrt{2}$ ve $|\vec{B}| = 3$ olduğuna göre,

$(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (3\vec{A} - 2\vec{B})$ iç çarpımının sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned}(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (3\vec{A} - 2\vec{B}) &= 3 \cdot \vec{A} \cdot \vec{A} + 3 \cdot \vec{A} \cdot \vec{B} - 2\vec{A} \cdot \vec{B} - 2 \cdot \vec{B} \cdot \vec{B} \\ &= 3 \cdot |\vec{A}|^2 + \vec{A} \cdot \vec{B} - 2 \cdot |\vec{B}|^2 \\ &= 3 \cdot 8 + 2\sqrt{2} \cdot 3 \cdot \cos 45^\circ - 2 \cdot 9 \\ &= 24 + 6 - 18 \\ &= 12 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Dik İzdüşüm Vektörü



$\vec{A} = (x_1, y_1, z_1), \vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$ vektörleri verilsin.

\vec{A} vektörünün \vec{B} vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü

$\vec{OH} = \vec{u}$ olsun. \vec{A} ile \vec{B} arasındaki açı α olmak üzere;

$$\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} \text{ dir. } \cos \alpha = \frac{\|\vec{u}\|}{|\vec{A}|} \text{ yazılırsa}$$

$$\frac{\|\vec{u}\|}{|\vec{A}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} \Rightarrow \|\vec{u}\| = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|} \text{ dik izdüşüm vektörü-}$$

nün uzunluğudur.

$$\vec{u} = \|\vec{u}\| \cdot \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} \text{ olacağından}$$

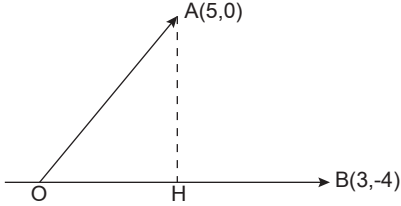
$$\vec{u} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|^2} \cdot \vec{B} \text{ dik izdüşüm vektörünü verir.}$$

Çıkış Sorular

Düzlemde $A(5, 0)$ vektörünün $B(3, -4)$ vektörü üzerine dik izdüşüm vektörünün uzunluğu kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm



$$\|OH\| = \frac{\langle \vec{A}, \vec{B} \rangle}{\|\vec{B}\|}$$

$$\|OH\| = \frac{5 \cdot 3 + 0 \cdot (-4)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\|OH\| = 3 \text{ br bulunur.}$$

Cevap C

Örnek

$\vec{A} = (1, 4, 2)$ ve $\vec{B} = (-2, 1, 3)$ vektörleri veriliyor.

\vec{A} 'nın \vec{B} üzerindeki dik izdüşümünün uzunluğunun ve dik izdüşüm vektörünü bulunuz.

Çözüm

$$|\vec{u}| = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|} = \frac{-2 + 4 + 6}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 3^2}} = \frac{8}{\sqrt{14}}$$

Dik izdüşüm vektörü;

$$\vec{u} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|^2} \cdot \vec{B} = \frac{8}{14} \cdot (-2, 1, 3) = \frac{4}{7}(-2, 1, 3) \text{ olur.}$$

Vektörel (Çapraz) Çarpım

\mathbb{R}^3 te $\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$ vektörleri verilsin.

\vec{A} ve \vec{B} vektörlerinin vektörel çarpımı bir \vec{C} vektörünü verir.

$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ şeklinde gösterilir.

$\alpha: \vec{A}$ vektörü ile \vec{B} vektörü arasındaki açı

$\vec{P}; \vec{A}$ vektörü ile \vec{B} vektörünün yönünü gösteren birim vektör olmak üzere;

\vec{A} ile \vec{B} nin vektörel çarpımı :

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \vec{P} \cdot \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin \alpha \text{ dir.}$$

Elde edilen \vec{C} vektörü, \vec{A} ve \vec{B} vektörlerinin ait olduğu düzleme dik olan bir vektördür.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri, vektörel çarpımı verir.

Örnek

$\vec{A} = (3, 1, 0)$ ve $\vec{B} = (0, 1, 2)$ olduğuna göre,

$\|\vec{A} \times \vec{B}\|$ kaçtır?

Çözüm

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k} \\ = (2, -6, 3)$$

$$\|\vec{A} \times \vec{B}\| = \sqrt{2^2 + (-6)^2 + 3^2} \\ = \sqrt{4 + 36 + 9} \\ = 7 \text{ olur.}$$

Özellikleri:

$\forall \vec{A}, \vec{B}, \vec{C} \in \mathbb{R}^3$ ve $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

I. $\vec{A} \times \vec{A} = 0$

II. $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

III. $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) + (\vec{A} \times \vec{C})$

IV. $(k \cdot \vec{A}) \times \vec{B} = \vec{A} \times (k \cdot \vec{B}) = k \cdot (\vec{A} \times \vec{B}), k \in \mathbb{R}$

V. $\|\vec{A} \times \vec{B}\| = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin \theta$ (θ : \vec{A} ve \vec{B} vektörleri arasındaki açıdır.)

VI. $\left. \begin{matrix} \langle \vec{A} \times \vec{B}, \vec{A} \rangle = 0 \\ \langle \vec{A} \times \vec{B}, \vec{B} \rangle = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \vec{A} \perp \vec{A} \times \vec{B} \text{ ve } \vec{B} \perp \vec{A} \times \vec{B} \text{ dir.}$