

Matematik Eğitiminde Modelleme Etkinlikleri

Editör: Prof. Dr. Şenol DOST

Yazarlar:

Doç. Dr. Nazan SEZEN YÜKSEL

Doç. Dr. Yasemin SAĐLAM KAYA

Dr. Selin URHAN

Arş. Gör. Özgün ŞEFİK

2. Baskı





Editör: Prof. Dr. Şenol DOST

MATEMATİK EĞİTİMİNDE MODELLEME ETKİNLİKLERİ

ISBN 978-605-241-799-7

Kitap içeriğinin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© 2023, PEGEM AKADEMİ

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten **uluslararası akademik bir yayınevidir**. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan **WorldCat** ve ayrıca Türkiye'de kurulan **Turcademy.com** tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

1. Baskı: Ekim 2019, Ankara

2. Baskı: Şubat 2023, Ankara

Yayın-Proje: Ferdi Akkaya

Dizgi-Grafik Tasarım: Tuğba Kaplan

Kapak Tasarım: Pegem Akademi

Baskı: Ay-bay Kırtasiye İnşaat Gıda Pazarlama ve Ticaret Ltd. Şti.
Çetin Emeç Bulvarı 1314. Cadde No: 37A-B Çankaya/ANKARA
Tel: (0312) 472 58 55

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 46661

İletişim

Macun Mah. 204. Cad. No: 141/A-33 Yenimahalle/ANKARA

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

*Zamanlarından çaldığımız
tüm sevdiklerimize...*

ÖN SÖZ

Matematik yalnızca okul sıralarında karşılaşılan bir ders midir? Matematik, dört işlem yapabilmek veya soruları doğru çözebilmek midir? Elbette “Hayır!” Matematik eğitiminin amacı öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerilerini akademik yaşamlarında ve gerçek hayat problemlerini çözerken kullanmalarını sağlamaktır. Bilim ve teknolojiye meydana gelen gelişmelere paralel olarak günlük yaşamda karşılaşılan problemlerin yapısının karmaşıklaşması matematik eğitiminin önemini ortaya koymaktadır. Diğer yandan matematik, öğrenciler tarafından bir bilim olmaktan ziyade, soyut kavramlar ve ezberlenmesi gereken formüllerden oluşan bir ders olarak algılanmaktadır. Bu durumun nedenleri arasında matematik derslerinin sınıf ortamında işleniş biçimi ve kullanılan öğretim yöntemleri sayılabilir. Dolayısıyla öğrenciler matematik derslerinde gördükleri kavramların günlük yaşamda ne işe yaradığını bilmemekte ve matematiği üst sınıfa geçmek için çalışmak zorunda oldukları bir ders olarak görmektedirler.

Matematiksel model oluşturma etkinlikleri gerçek hayat problemlerini çözme sürecidir. Bu nedenle matematiksel modelleme, matematikte kullanılan kavramlar ile günlük yaşamda karşılaşılan problemlere çözüm getirmede bir köprü görevi görmektedir. Bu köprü sayesinde matematiğin günlük yaşamda nerede kullanıldığı sorusuna faydalı cevaplar vermek mümkün olmaktadır.

Eğitimde değişen değerler dizisine (paradigma) bağlı olarak, matematik eğitimi artık yalnızca matematiği bilen değil; matematiksel bilgiyi kullanabilen, matematik yapan, problem çözen insanlar yetiştirmeyi hedeflemektedir. Buna bağlı olarak Türkiye’de son yıllarda yapılan öğretim programları reform çalışmalarında öğrencilere matematiksel modelleme becerilerinin kazandırılması önemli bir amaç haline gelmiştir. Üniversitelerin Eğitim Fakültelerinin öğretim programları da bu bağlamda yeniden yapılandırılmış; hem Matematik Öğretmenliği hem de İlköğretim Matematik Öğretmenliği programlarında “Matematiksel Modelleme” zorunlu ders olarak yerini almıştır.

Bu kitap, Matematiksel Modelleme dersleri için bir kaynak kitap olarak hazırlanmıştır. Beş bölümden oluşan kitabın birinci bölümünde, matematik biliminin doğası ve matematik yapmanın esasları üzerinde durulmuştur. İkinci bölümde, matematikte problem türleri, problem

özme ve gerçek hayat problemleri üzerine genel bir bakış verilmiştir. Üçüncü bölümde, matematiksel modelleme kavramı ve temel özelliklerine yer verilmiştir. Dördüncü bölümde, matematiksel model oluşturma etkinliklerinin özellikleri detaylı olarak incelenmiş ve etkinliklerin uygulanma sürecine yönelik önerilerde bulunulmuştur. Beşinci bölümde, yazarlarımız tarafından oluşturulan model oluşturma etkinlik problemleri ve çözüm önerileri yer almaktadır. Bu bağlamda, lise ve üniversite matematiğinde karşılaşılan çeşitli kavramların kullanımını içeren 28 farklı problem bulunmaktadır. Problemlerin hemen ardında çözüm yaklaşımı önerileri yer almaktadır. Kitapta yer alan çözüm yaklaşımları yalnızca birer öneridir. Okuyucuların her bir etkinlik için kendi modelleme süreçlerini yaşamaları ve özgün çözüm yaklaşımlarını oluşturmaları kitabın amacına ve okuyucu açısından maksimum faydaya ulaşmasına yardımcı olacaktır.

Kitapta yer alan her bir modelleme etkinliği, bağlamını gerçek hayattan almaktadır. Bu özelliğiyle matematiksel kavramların öğretimi veya tekrarı için lise matematik derslerinde öğrencilere bir kaynak kitap öğretmenlere ise bir el kitabı olarak hizmet edebilir. Diğer yandan matematik öğretmen adaylarının modelleme sürecini doğrudan yaşamaları adına lisans öğrenimlerinde alacakları derslerde kullanışlı bir kaynak olacağı düşünülmektedir.

Kitapta yer alan her bir bölüm, yazarlarımızın işbirliği içindeki çalışmalarının bir sonucu olarak ortak bir akıl ürünü halinde ortaya çıkmıştır.

Kitabın hazırlanması sürecinde okumaları, düzeltmeleri ve soru katkıları nedeniyle yüksek lisans öğrencileri Bilge Tanju ve Simay Yörükere'n'e teşekkür ederiz. Öte yandan kitabı dil ve anlatım yönünden gözden geçirip düzelterek katkıda bulunan Türkçe Öğretmeni Osman Şefik'e şükranlarımızı sunarız.

Kitabın; üniversitede okuyan öğrencilerimize ve matematik öğretmenlerimize yol gösterici, model oluşturma etkinlikleri yazmada cesaretlendirici ve yararlı olacağını ümit ediyoruz.

2. BASKIYA ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

Büyük bir heyecanla yola çıktığımız bu eserin oluşturulması sürecinin ardından, yayınlanma süreci ve sonrasında sizlerden gelen talep ve olumlu geri bildirimler sonucunda verilen emeğin ne kadar kıymetli olduğunu bir kez daha anlamış olduk. Öncelikle gösterdiğiniz bu yoğun ilgiye teşekkür ederiz.

Kitabımızın ikinci baskısını hazırlamak için tekrar işe koyulduğumuzda sizlerden gelen geri bildirimler bizler için yol gösterici olmuştur. Bu bağlamda ilk iş olarak birinci baskıda var olan kaynak gösterimi ile ilgili birtakım eksiklikleri gidererek bu eserin oluşmasına kendi çalışmalarıyla kaynak oluşturan değerli akademisyenlerimize emekleri için teşekkür etmenin mutluluğu içindeyiz.

Okuyucularımızın görüşlerini değerlendirdiğimizde, kitabımızda farklı düzeylerde modelleme etkinliklerinin yer almasına yönelik ihtiyacı ve yoğun talebi fark ettik. Yeni baskının getirdiği bazı sınırlılıklar olsa da okuyucularımızın bu isteğine cevap verebilmek adına bu baskıda farklı sınıf düzeylerinde modelleme etkinliklerine yer verilmiştir. Bu süreçte kitabımıza modelleme etkinliği örnekleri ile katkıda bulunan yüksek lisans öğrencilerimiz Timuçin Yarkın, Reyhan Çelik ve Pınar Zengin Kılavuz'a teşekkür ederiz.

Kitabımızın ikinci baskısıyla bizlere katılacak olan yeni okuyucularımızın değerlendirmeleri ve paylaşımları ile yolumuza devam etmeyi umuyoruz. Güncellediğimiz ve geliştirdiğimiz haliyle kitabımızın modelleme etkinliği tasarlama ve uygulama bağlamında tüm okuyucularımız için vazgeçilmez bir rehber olmaya devam etmesini ve keyifle okunmasını dileriz.

Editör ve Yazarlardan....

Şubat, 2023

BEYTEPE

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ.....	v
2. BASKIYA ÖN SÖZ.....	vii

1. BÖLÜM

MATEMATİK VE GERÇEK HAYAT

1.1 Matematiğin Doğası	1
1.2 Matematik Yapmanın Esasları	6
1.3 Matematiksel Anlayış ve Bu Anlayışın Geliştirilmesi	9
1.4 Matematik Öğretiminin Amacı	11
1.5 Eğitimde Değişen Değerler ve Öğrenme Ortamlarının Düzenlenmesi ...	14
1.6 Matematik Öğretim Programlarına Genel Bakış	17
1.7 Matematiksel Kavramlar ve Gerçek Hayat Problemleri	18

2. BÖLÜM

MATEMATİK VE PROBLEM ÇÖZME

2.1 Matematikteki Problem Türlerine Genel Bakış.....	21
2.2 Sözel Problemler	25
2.3 Gerçek Hayat Problemleri	26
2.4 Problem Çözme Sürecine Genel Bakış	29
2.5 Problem Çözme Nedir?	33

3. BÖLÜM

MATEMATİKSEL MODELLEMeye GİRİŞ

3.1 Model ve Matematiksel Modellemenin Doğası	41
3.2 Matematiksel Modelleme Kavramı	44
3.3 Matematiksel Modelleme Türleri	51
3.4 Problem Çözme Sürecinde Matematiksel Modelleme	55
3.5. Matematiksel Modelleme Sürecinde Kullanılan Temsiller.....	56

4. BÖLÜM

MATEMATİK EĞİTİMİNDE MODELLEME

4.1 Matematiksel Modelleme Yeterlikleri.....	59
4.2 Model Oluşturma Etkinlikleri	62
4.3 Modelleme Etkinliklerinde Sınıf Ortamı.....	67
4.4 Sınıf Ortamında Modelleme Etkinliği Uygulaması.....	68
4.5 Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Güçlü ve Zayıf Yönleri	71

5. BÖLÜM

MATEMATİKSEL MODEL OLUŞTURMA ETKİNLİĞİ PROBLEM ÖRNEKLERİ

5.1 Doğa İçindeki Evler.....	77
5.2 Ayakkabı Atölyesi	82
5.3 Bahçivana Yardım	87
5.4 Tünel Açma	90
5.5 Trafik Kazaları Neden Artıyor? Kusur Kimde?	94
5.6 Elektrik Tüketimi	101
5.7 Doğaya Verilen Zarar	107
5.8 Bisikletli Güvenliği	115
5.9 Güneş Enerjisi Sistemleri	118
5.10 Araba Kiralama Problemi.....	122
5.11 Haydi Oyun Oynayalım!	126
5.12 Biyopsi Kararı	128
5.13 Sabit Trafik.....	131
5.14 Boru Hattı Problemi	133
5.15 Otoyol Ücreti	137
5.16 Yeni Nesil Dart Oyunu.....	141
5.17 Mısır Külahı	143
5.18 Teknoloji Yarışı.....	146
5.19 Yüzük Problemi.....	150
5.20 Gül Suyu-Yağı.....	157
5.21 Kablo Toplama Tamburu	161
5.22 Sporcu Diyeti.....	166
5.23 Şifreyi Kırma/ Enigma	170
5.24 Uzun Atlama.....	175
5.25 Şirket Bilançosu	179

5.26 Var Mısın Yok Musun?.....	188
5.27 Veri Kaybı Sorunu.....	191
5.28 Çıldır Gölü Sarı Sazanı Yok Olma Tehlikesi Altında.....	196
5.29 Küçük Ölçekli Bir Süt Üreticisi	200
5.30 Panço Örnek	205
5.31 Damlaya Damlaya Yok Olur	212
KAYNAKLAR.....	219

1. BÖLÜM

MATEMATİK VE GERÇEK HAYAT

1.1 Matematiğin Doğası

Matematik, insan faaliyetlerinin bir sonucu olarak günlük yaşam ihtiyaçlarından doğmuş; zamanla sanat, bilim, endüstri ve tarım gibi uğraşların gerçekleştirilmesinde kullanılan etkili bir araç haline gelmiştir. Başlangıçta, basit sayma ve ölçme işlemlerinde kullanılan matematik; zamanla bilimsel uygulama alanlarında güçlü bir anlatım ve çıkarsama aracı olarak yerini almıştır.

"Matematik nedir?" sorusunun cevabının kapsamı bireylerin matematiğe atfettiği değere göre farklılık gösterebilmektedir. Aslında matematiğin en temel anlamı "sayı bilimi" olmasıdır. Matematiğin diğer işlevlerine nazaran hayatımızda daha çok hesaplamayla yer bulduğunu düşünürsek, tanımının sayılardan ayrı düşünülmesinin imkansız olduğu görülmektedir. Peki, matematik yalnızca sayılarla mı uğraşır? Elbette hayır! En genel anlamda matematik, ölçülebilen niceliklerle ilgilenen mantıksal bir sistemdir. Nokta, küme gibi diğer soyut nesnelere ve bu tür nesnelere yapılarını, özelliklerini ve bu yapılar arasındaki ilişkileri akıl ve bilim yoluyla inceleyen; sayı bilgisi, cebir ve uzay bilim gibi dallara ayrılan bir bilim şeklinde tanımlanmaktadır. Bu bağlamda, matematiğe nicelik ve uzay bilimi olarak da bakılmaktadır. Bunun yanında matematik, nesnelere özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri ortaya çıkarma, genelleme ve ulaştığı sonuçları kanıtlanma çabası içindedir. Bu amacına ulaşma yolunda, kendine özgü bir dil ve notasyonlar sistemi kullanır. Bu durum, matematiğe bir iletişim aracı olma özelliği de kazandırmaktadır.



Pek çok bilim dalı tarafından bir hesaplama aracı ve kendi problemlerine yönelik modeller oluşturmada kullanılan matematik, bizi doğruya ve kesin bilgiye götüren bir düşünme sistemidir. Öte yandan matematiğin bir keşif mi yoksa icat mı olduğu sorusuna çeşitli felsefi yaklaşımlarla cevap aranmaktadır. Matematiği keşif olarak görenler, matematikte deneysel bilimlerde olduğu gibi olguları doğrudan gözleme ve test etme şanslarının olmadığını savunurlar. Onlara göre, matematikle uğraşanlar önce sezgi ve akıl yürütme yoluyla doğada bazı örüntüler keşfedip genellemelere ulaşırlar; sonra da bu genellemelerin kanıtını yaparlar. Eflatun'a göre, matematikçilerin sezgileri yoluyla keşfettiği ve kanıtladığı örüntüler doğada zaten vardır ve matematik, onları keşfetmenin bir yoludur. Bu düşünce yapısı, matematiğin doğadaki ilişkiler ve örüntülerin bir yansıtıcısı olduğu fikrini doğrulamaktadır. Bu bağlamda, matematiğin ortaya koyduğu bilgiler kuşku duyulmayacak düzeyde güvenilirdir.

Kemeny (1959), matematiksel bilgilerin güvenilirliğini önermelerin niteliğine bağlar. Örnek olarak, “Doğru, iki nokta arasındaki en kısa yoldur” veya “ $0 + 2 = 2$ ” argümanlarını ele alalım. *A priori* adını alan bu argümanlar deneyimden bağımsız yalnızca akıldan ve aklın faaliyetlerinden türetilen bilgiye bağlıdır. Bu argümanlar gözlem sonuçları ne olursa olsun yanlıılanamazdır. Matematik de bu örneklerde olduğu gibi, doğruluk ya da yanlışlığına duyumsal ya da içsel deneyimden bağımsız olarak karar verilen inanç, yargı ve önermeler, nedenden sonuca doğru giden akıl yürütmeler içerir. Bu argümanların kullanılması matematiği deneysel bilimlerden kesin bir çizgiyle ayırmak demektir.

Matematiği icat olarak görenlere göre matematiksel bilgi, tamamlanmamış ve sürekli gelişme halindedir. Bu nedenle, onun mükemmelliğinden, kesinliğinden ve güvenilirliğinden bahsetmek oldukça zordur. Çünkü onlara göre matematik henüz doğruluğuna karar verilemeyen bilgiler içermektedir. Dahası, matematik insan zihninin bir ürünü olduğundan, matematikçiler icat ettikleri temsilleri geliştirebilirler, değiştirebilirler ve her an dünyamız için yeni temsiller icat edebilirler.

Öklid'in “Elementler” adlı eseri ile serüvenine başlayan ve iki bin yıllık bir koşullanma yaratan Öklid geometrisinin yaşadığı bunalım ve sarsıntı, matematiği icat olarak görenlerin önemli dayanakla-

rından biri olmuştur. Öklid geometrisi, inşa edilmeye başlanmasından itibaren tek doğru geometri olduğu inancını matematik camiasına öyle bir yerleştirmiştir ki; uzunca bir süre başka bir geometrinin olabileceğini en ünlü matematikçiler bile düşünmeye cesaret edememiştir. Öklid geometrisini insan aklının yapısal özelliğine bağlayan filozofların olduğu bu dönemde, Öklid dışı geometrilerin inşa edilmesi, matematiğe yüklenen yanlışlanamazlık özelliğinin de büyük darbe almasına yol açmıştır. Sonrasında matematiğe atfedilen dogmatik özellik; yani kaynağı her ne olursa olsun mutlak ve tartışılmaz nihai bir güç olarak kabul edilmesi ve ona akli olmayan bir tarzda bağlanması durumu eleştirilmeye başlanmıştır. Hatasız bir girişim olduğu, metodolojisinin kusursuz biçimde ortaya konabileceği ve gelişiminin formel ve evrensel bir sistemle formüle edilebileceği varsayımı sorgulanmıştır.

Matematiğin dogmatik olup olmadığına yönelik tartışmalar sürerken, tarihsel akış içinde, matematiğin iki temel alanda gelişimini sürdürdüğü görülmektedir: Aritmetik ve geometri. Aslında bu durum, matematiğin niceliklerle ve uzay bilimleri ile ilgili olmasının doğal bir sonucudur. Tarihsel akış sürecinde; nicelikler aritmetiğin, uzay bilimleri ise geometrinin ortaya çıkmasını sağlamıştır. Geometrinin konusu, doğru, düzlem, eğri ve yüzey gibi sürekli büyüklükler iken aritmetik; sayı, işlem gibi daha çok ayırık büyüklükleri konu edinmektedir. Aritmetik, farklı özelliklere sahip sayılar ve sayılar üzerinde gerçekleştirilen toplama, çıkarma gibi işlemlerdeki kurallarla ilgili olup; bu işlemlerin günlük yaşamda kullanıldığı durumları ele alır. Dünyada sayılarla ilgili bilinen en eski kaynak Mısırlılara aittir. Yaklaşık 5 bin yıl önce sayılar için temsiller geliştirdikleri, ilkel düzeyde sayma şeklinde aritmetiğe başladıkları ve sonrasında bu sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemi yaptıkları bilinmektedir. Geometri ise uzamsal ölçümlerle ilgilidir. Örneğin paralelkenarın köşegenlerinin birbirini ortalamaya kesmesi veya üçgenlerde kenarortayların belli bir noktada kesişmesi gibi bilgiler verir. Bir zeminin eşkenar üçgen ya da altıgen şeklindeki taşlarla kaplanabileceğini ancak düzgün beşgen biçimindeki taşlarla kaplanamayacağını öğretir.

Mezopotamya'da yerleşik hayata geçilmesi ve tarımla uğraşmaya başlanması ile birlikte Sümerler, Babiller ileri mühendislik gerektiren yapıtlar yapmışlardır. Sulama kanallarını ve asma bahçelerini yaparken de Mezopotamyalılar matematiğin gücünden yararlanmaya



ihtiyaç duymuşlardır. Aynı dönemde Çin, Hindistan ve Mısır'da da insanların günlük ihtiyaçlarını karşılamak amacıyla matematiğe başvurdukları görülmektedir. Sular çekildikten sonra Nil nehrinin kıyılarında tarım yapmak için Mısırlılar, her yıl tarlalarını ölçme ihtiyacı duymuşlar ve bu durum onları geometri yapmaya zorlamıştır. Belli düzeyde ölçme bilgisine özellikle de yer ölçme bilgisine ihtiyaç duymuşlardır. Yaptıkları bu ölçme etkinliklerine “yer ölçme” anlamına gelen geometri adını vermişlerdir. Çin, Mezopotamya, Hindistan ve Mısır'daki bu gelişmeler, matematikte ilkel sayma becerisini ve dört işlemi aşan, geometri adı altında yeni bir alanın oluşmaya başladığını göstermektedir.

Diğer yandan, bu iki alanın tarihi gelişimleri itibariyle farklı dönemlerde farklı süreçler geçirdiği görülmektedir. Antik Yunan öncesi Babiller döneminde daha çok aritmetik ön plana çıkarken, eski Mısır uygarlığında geometri daha çok gelişim göstermiştir. Antik Yunan döneminde ise matematik neredeyse tümüyle geometri anlamına gelmektedir. Öyle ki, Eflatun'un (M.Ö. 429-348) Atina'daki akademisinin kapısında “Geometri bilmeyen giremez” yazmaktadır. Öklid, temelini geometrinin oluşturduğu “Elementler” adlı on üç ciltlik eserini ise bu dönemde (yaklaşık M.Ö. 300) yazmıştır.

Aritmetik ve geometri zaman zaman birbiriyle çatışmış, ancak bu çatışmaların sonrasında bir uzlaşma ve işbirliği dönemi doğmuştur. Sayı denilince yalnızca pozitif tamsayıların anlaşıldığı bu dönemde, dik kenar uzunlukları bir birim olan ikizkenar dik üçgenin hipotenüsünün uzunluğunun bir tamsayı ile ifade edilememesinin oluşturduğu hayal kırıklığı ve çatışma döneminin ardından yaşananlar bu duruma güzel bir örnektir. Tamsayılardan ve rasyonel sayılardan farklı olan $\sqrt{2}$ gibi sayıların varlığının ortaya çıkması sayesinde, bu çatışma dönemi aşılmış ve bu iki alan arasında işbirliği dönemi başlamıştır. Dik kenar uzunlukları a ve b , uzun kenarı da c sayısı ile temsil edilen bir dik üçgende sağlandığı bilinen ünlü Pisagor Teoremi $a^2 + b^2 = c^2$, sadece bir geometrik özelliği değil, aynı zamanda sayılar arasında sağlanan bir aritmetik özelliği de ifade etmektedir. Pisagor Teoremi, matematiğin bu iki alanı arasındaki somut ilişkiyi sağlayan ilk ve en önemli teorem olarak görülmektedir.

Öklid'in “postulat” adını verdiği beş temel varsayım üzerine inşa ettiği geometri, Öklid'in Elementler adlı eseri ile başlayan tekeline

19. yüzyılın ortalarına kadar sürdürmüştür (Sezen, 2007). Bazı matematikçilerin Öklid'in paralellik postulatını diğer postulatlarından farklı görmesi ve bu postulatı bir teorem olarak kanıtlama ya da daha temel ve açık görülen eşdeğer bir önerme ile değiştirme ihtiyacı duyması üzerine, Öklid dışı geometriler ortaya çıkmıştır. Elbette bin yıllık tekeli bozmak ve Öklid geometrisinin tek doğru geometri olduğu inancını kırmak kolay olmamıştır. Öklid dışı geometrileri kurma konusunda ilk adımı atan ünlü matematikçi Gauss, fikirlerini açıklama cesaretini gösterememiştir. İkinci büyük adımı bir matematik profesörünün oğlu olan Bolyai atmış ve "Hiç yoktan son derece garip, yeni bir dünya oluşturdum" diyerek çalışmasını yayınlamıştır. Diğer yandan Lobachevsky, Bolyai'den yaklaşık iki yıl önce Rusya'da paralellik postulatını değiştirerek kurduğu yeni geometri ile ilgili bir çalışma yayınlamış ancak gereken ilgiyi görememiştir. 1868'de İtalyan matematikçi Beltrami, paralellik postulatının kanıt sorununa kesin bir çözüm getirerek yüzyılın kuşku ve tedirginliğini sona erdirmiştir. Tüm bunlara rağmen Öklid geometrisinin öneminden fazla bir şey kaybetmediğini ve geometri dünyasındaki seçkin yerini koruduğunu söylemek mümkündür.

Günümüzde, geometri matematiğin diğer alanları ile iç içe geçerek cebirsel geometri, diferensiyel geometri gibi değişik adlarla gelişimini sürdürmektedir. Matematiğin diğer kolu olan aritmetik ise sayılar, sayılar ile yapılan işlemler ve bunların günlük yaşamın değişik alanlardaki uygulamaları ile başlayan serüvenini, limit kavramının ortaya çıkmasıyla "analiz" adı altında devam ettirmiştir. 19. yüzyıl ortalarına kadar denklemlerin köklerini, daha sonraları ise soyut yapılar ve soyut işlemleri konu edinerek "cebir" adını almıştır. Sonrasında matematiğin geometri dışında kalan, sayılar teorisinden analize kadar tüm konuları geniş anlamda cebir adı altında toplanmıştır. Matematik, halihazırda cebir ve geometri olmak üzere iki ana alanda çalışmalarını sürdürmektedir.

Tarihsel gelişim itibariyle bunca farklı aşamadan geçmiş olan matematik bilimi ile uğraşan bilim insanlarının da uğraş alanları doğal olarak zaman içinde değişime uğramıştır. Matematik hakkında bilinenlerin gün geçtikçe artması ve onun gizemli dünyasının kapılarının açılması matematik yapmayı daha anlaşılır hale getirmiştir.