

Oyun Teorisi

Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem ÖZARI
Dr. Öğr. Üyesi Kemal Kağan TURAN
Prof. Dr. Veysel ULUSOY

5. Baskı





Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem ÖZARI
Dr. Öğr. Üyesi Kemal Kağan TURAN
Prof. Dr. Veysel ULUSOY

Karikatürler: Pelin BİLİT
Düzenleyen: Esra DEMİR EROL

OYUN TEORİSİ (İŞLETME, EKONOMİ VE FİNANS ÖĞRENCİLERİ İÇİN)

ISBN 978-605-318-413-3
DOI 10.14527/9786053184133

Kitap içeriğinin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© 2020, PEGEM AKADEMI

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. A.Ş. ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz, dağıtılamaz. Bu kitap T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten **uluslararası akademik bir yayınevi**dir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan **WorldCat** ve ayrıca Türkiye’de kurulan **Turcademy.com** ve **Pegemindex.net** tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000’in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilmektedir.

1. Baskı: Mart 2016, Ankara
5. Baskı: Haziran 2020, Ankara

Yayın-Proje: Şehriban Türüldür
Dizgi-Grafik Tasarım: Tuğba Kaplan
Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler - Ankara
(0312 341 36 67)

Yayıncı Sertifika No: 36306
Matbaa Sertifika No: 25931

İletişim

Karanfil 2 Sokak No: 45 Kızılay/ANKARA
Yayınevi: 0312 430 67 50 - 430 67 51
Dağıtım: 0312 434 54 24 - 434 54 08
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60
İnternet: www.pegem.net
E-ileti: pegem@pegem.net
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Karar verme sürecinin önceki aşamasını oyun teorisinin değişkenleri ve yöntemi oluşturur. Bunun bilinciyle yola çıkıp yazdığımız kitabın temel çatısı bu iki teori üzerine inşa edilmiştir: Oyun Teorisi ve Karar Teorisi. Von Neuman ve Nash'in yaklaşımlarıyla oluşan oyun teorisi özellikle 1980'lerden sonra hemen hemen bütün disiplinlerde, özellikle de ekonomi ve siyaset bilimleri disiplinlerinde uygulama alanı bulmuştur.

Bu kitap söz konusu teorilerin hem matematik alt yapısını hem de dar kalıba sıkıştırılmış teorik yapıyı kıran örneklere ağırlık verme kapsamında diğer benzer kitaplardan farklı bir yapıdadır. Kitap ilk bölümde, özellikle oyun teorisinde önemli bir yer oluşturan olasılık ve beklenen değer kavramlarına örneklerle yer vermiştir. Bunu yaparken de uygulama alanları ve teorisinin gelişimini bir ön bilgi olarak sunmuştur. Oyun teorisi süreci diğer birimlere dair edinilen bilgi seviyesi -tam veya kısmi- ile uygulanan kademeli veya dinamik stratejilerle karar verme ile son bulur. İlgili sonuçların ölçü birimi, olumlu gruplar için "en iyileştirme" olumsuzlar için ise "zarar minimizasyonu" olarak şekil bulur. Bu bilgileri çok ve kapsamlı-örnekli oyun ve karar teorileri takip etmektedir.

Genellikle üniversitelerin son sınıflarına sığdırılmaya çalışılan oyun ve karar teorileri, bu kitap ile öğretim sürecinin ikinci yılından itibaren özellikle mikro ve makro ekonomik teoriler ile eş anlı olarak işlenebilecektir. Siyaset bilimi ve uluslararası ilişkiler disiplinlerinde de aynı süreç siyaset bilimi ve kamu politikaları temel dersleri sonrası vücut bulabilecektir. Geleceğin karar alma birimleri olacak öğrencilerimizin Türkiye'nin politik ve ekonomik konumunu bir de dinamik oyun teorisi ve karar alma kapsamda irdeleyip öğrenmesinin faydasını ölçmeye gerek yoktur.

Hayırlı Olsun!

Not: Bu çalışmanın ortaya çıkmış olmasında emeği çok olan öğrencilerimize buradan teşekkür ederiz. Eksiğimiz çok olmakla birlikte, kitapta yer alan hatalar tamamen bize aittir. Kitabın basımında emeği geçen PEGEM mensuplarına ayrıca teşekkür ederiz.

YAZARLAR

Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem ÖZARI,

Ekonomi ve Finans, İktisadi İdari Bilimler Fakültesi, İstanbul Aydın Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Kemal Kağan TURAN,

Bankacılık ve Finans, İktisadi İdari Bilimler Fakültesi, Beykent Üniversitesi

Prof. Dr. Veysel ULUSOY,

Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yeditepe Üniversitesi

KARİKATÜRLER

Pelin BİLİT,

Uluslararası İktisat (Tezli) Yüksek Lisans Öğrencisi, İstanbul Aydın Üniversitesi

DÜZENLEYEN

Esra DEMİR EROL,

Uluslararası İktisat Yüksek Lisans, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul Aydın Üniversitesi

İÇİNDEKİLER

0. BÖLÜM BASİT MATEMATİKSEL YÖNTEMLER.....	1
0.1 DOĞRUSAL FONKSİYONLARIN GRAFİĞİ NASIL ÇİZİLİR?	7
0.2 OLASILIK (PROBABILITY)	9
0.3 BEKLENEN DEĞER KAVRAMI VE BU KAVRAMI ANLAYABİLMEK İÇİN GEREKLİ TANIMLAR	12
0.3.1 Kesikli Rastgele Değişken (Discrete Random Variable)	12
0.3.2 Kesikli Rastgele Değişkenlerin Olasılık Kütle Fonksiyonu (Probability Mass Function).....	12
0.3.3 Kesikli Rastgele Değişkenlerin Beklenen Değeri (Expected Value of Discrete Random Variables).....	14
1. BÖLÜM OYUN TEORİSİ	21
1.1 OYUN TEORİSİNDE KULLANILAN TEMEL KAVRAM VE TANIMLAR	24
1.1.1 Oyun Teorisi (Game Theory).....	24
1.1.2 Oyun (Game)	24
1.1.3 Oyuncular (Players)	25
1.1.4 Rasyonellik (Rationality).....	25
1.1.5 Fayda (Utility).....	26
1.1.6 Getiri/Çıktı (Outcome).....	26
1.1.7 Beklenen Değer (Expected Value).....	26
1.1.8 Stratejiler (Strategies)	26
1.1.9 Ödemeler Matrisi (Payoff Matrix)	26
1.1.10 Baskın Strateji (Dominant Strategy).....	27
1.1.11 Nash Dengesi (Nash Equilibrium)	27
1.2 OYUN TEORİSİ & KARAR TEORİSİ.....	28
Örnek 1.1: Bencillik Oyunu	29
Örnek 1.2: Not İhalesi Oyunu	36
Örnek 1.3: Korkak Tavuk Oyunu.....	41
Örnek 1.15: Tutuklular İkilemi (Prisoner's Dilemma).....	60

Örnek 1.16: Genişletilmiş Tutuklular İkilemi	65
Örnek 1.18: Güven Oyunu	69
Örnek 1.25: Cinsiyetler Savaşı.....	80
Örnek 1.29: Yazı-Tura Oyunu	86
Örnek 1.34: Kâğıt-Taş-Makas Oyunu	97
Örnek 1.42.....	119

2. BÖLÜM KARAR TEORİSİ 151

2.1 Karar Ölçütleri	153
2.1.1 Belirsizlik Ortamında Karar Verme	153
2.1.1.A Laplace Ölçütü	153
2.1.1.B Minimaks Ölçütü.....	156
2.1.1.C Maksimaks Ölçütü.....	157
2.1.1.D Minimaks Pişmanlık Ölçütü.....	160
2.1.1.E Hurwicz (Uzlaşma) Ölçütü.....	167

JOHN VON NEUMAN (1903-1957) 170

JOHN F. NASH..... 171

REINHARD SELTEN 172 |

JOHN HARSANYI..... 173

MURAT RAUF SERTEL..... 174

KAYNAKÇA 176

YAZARLARIN ÖZGEÇMİŞLERİ..... 179

0. BÖLÜM

BASİT MATEMATİKSEL YÖNTEMLER

“İktisat teorisinin bir dalı olarak mikro iktisat, kendi olanakları çerçevesinde karar veren ve alacağı kararlar doğrultusunda **kazancını maksimize etmeye çalışan bireylerin davranışlarını** inceler. Bir başka bakış açısıyla; mikroekonomik teori, akılcı bireylerin çeşitli bilgi ortamlarında, değişik kişisel kararlar alarak şekillendirdikleri sözleşmelerin biçimini inceleyerek değişimleri analiz eder. En genel ifadesi ile de **akılcı bireysel davranışları ve bunlar arasındaki etkileşimleri** inceler. Fakat makro göstergeler (para, büyüme vb.) ile ilgili temel sorunlarla ilgilenmez.”¹ Bu açıdan bakıldığında birey davranışları bakımından sahip olunan olanaklar ve bu olanaklar çerçevesinde belirlenen ihtiyaçların giderilmesi şeklinde iki önemli durum ön plana çıkar. Söz konusu olanakların temel çerçevesini bireylerin mali yetenekleri belirler ve buradan hareketle malların satın alınması ve hizmetlerin elde edilmesi süreci modellenenir. Modellemelerde bütçe kısıtı çerçevesinde faydayı maksimize edebilen mal sepetinin belirlenmesi mikro iktisadın temel varsayımı olup, rasyonel davranış açısından önem arz eder.² Firmalar açısından yapılan modellemelerde ise teknolojik yapı, piyasa şartları ve yasal prosedürler gibi unsurların firma stratejilerinin belirlenmesinde önemli etkilere sahip olduğu bilinir. Firmalar, söz konusu unsurlardan hareketle fiyat, üretim, maliyet ve diğer politikalarını belirlemekle birlikte, bu politikalarda sürekli olarak kârlarını maksimize edebilecek stratejileri ararlar.³

Bireyler açısından faydanın, benzer şekilde firmalar açısından ise kârın maksimizasyonu, mikro iktisat analizlerinin en önemli önceliğini oluşturur. Bu bağlamda mikro iktisat teorisinin ikinci önemli boyutu; dengeyi oluştururken, denge olmaksızın teorik yaklaşımlarla açıklanmasının mümkün olmamasıdır. Bu ne-

1 Deniz Giz, “Oyun Teorisine Doğru”, Sosyal Siyaset Konferansları Dergisi, Sayı: 46, 2003.

2 Şevket Alper Koç, Murat Hücümen, Oyun Teorisi Modelleri Çerçevesinde Firmaların Stratejik Davranışlarının Analizi, Mevzuat Dergisi, Yıl:11, Sayı: 11, Ocak 2008.

3 Orhan Çoban, Endüstri İktisadı ve Oyun Teorisi, Bursa: Ekin Kitapevi, s. 21, 2003.

denle **denge**, iktisat teorisinin metodolojik bir unsuru olarak kabul edilir. Denge yardımıyla ihtimal dâhilindeki çeşitli durumlar sınırlandırılabilen, bireylerin veya firmaların eş zamanlı davranışları açıklanabilmektedir. İktisat teorisine göre bu sınırlandırmalardan hareketle denge çözümü elde edilir. Yapılan sınırlandırmalar neticesinde hiçbir birey veya firmanın kendi davranışı ile denge durumunu değiştiremeyeceği varsayılır. Fakat, tek kişilik karar verme süreci söz konusu olduğunda, sadece çevre şartlarına optimal derecede uyumlu bir denge süreci dikkate alınabilir. Bu bağlamda mikro iktisatta yer alan monopol bir firma, ürünün fiyatını yükseltme veya arzını azaltma yoluyla kârını arttırma çabası içine girebilir.⁴

Bu konularla ilgili temel varsayımları bunlardan niçin ve neden bahsettiğimizi oyun kavramını öğrendikten ve denge kavramını sadece tanımla değil sezgisel olarak özümlediğiniz zaman kavrayabileceksiniz. Konu çok basit olmakla birlikte kavramsal olarak anlaşılması zaman almaktadır. Bu kitap herhangi bir kişi için iktisat, finans ya da bu konular için gerekli olan temel matematik konularını bilen bilmeyen herkes için yazılmıştır. Bu kitap çalışmasında teorik bilgiden çok popüler oyunlarla konunun önemini ve ne kadar fazla kullanım alanı olduğunu vurgulamak istedik.

Oyun teorisi, kendine has özellikleri olan ve insan davranışlarını inceleyen disiplinler arası bir yaklaşımdır. Oyun teorisi stratejik durumları incelemektedir. Grup içerisindeki her birey tarafından yapılan tercihler vasıtasıyla etkilenen bütün insan gruplarındaki durumları gösteren oyun teorisinin odak noktası “**karşılıklı işbirliği**”dir (Dutta, 2001:3).

Oyun teorisi, karar mekanizmasının kazançlarının, diğer karar verenlere karşı **en stratejik, en kazançlı kararı alınabilecek durumları inceleyen ve modellenen bir uygulamalı matematik dalıdır**. Oyun teorisi en çok matematik bilimine yakın görülmüştür. Fakat günümüzde ekonomi biliminde de kullanılmaya başlanmış ve iktisat bilimi ile de özdeşleşmiş bir durumdadır. Uluslararası ilişkiler, siyaset bilimi, biyoloji gibi bilim alanlarında da oyun teorisi kullanılarak modelleme yapılmaktadır.

Oyun teorisine konu olan işletme problemlerinde örnekler, rekabete dayanan problemler veya doğaya karşı verilecek karar problemleri:⁵

- ◆ Teklif verme politikalarının saptanması,
- ◆ Reklam ve bütçe planlamaları,

4 Şevket Alper Koç, Murat Hücümen, *Oyun Teorisi Modelleri Çerçevesinde Firmaların Stratejik Davranışlarının Analizi*, *Mevzuat Dergisi*, Yıl:11, Sayı: 11, Ocak 2008.

5 Osman Halaç, *Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması)*, 4.b., s:73, Alfa Basım Yayım Dağıtım, İstanbul, 1995.

- ◆ Satın alma politikalarının belirlenmesi,
- ◆ Yeni ürünler arasından seçim yapma,
- ◆ Araştırma stratejilerinin belirlenmesi,
- ◆ Talebin belirsiz olması halinde üretim programlama,
- ◆ Fiyatlama.

Oyun kavramı bağlamında kuşkusuz oyuncular arasındaki etkileşimde sadece bir oyun söz konusu olmayıp, oligopoller arasındaki rekabet durumunda ve firmalar arasındaki öncü firma olma çabalarında olduğu gibi uygulama açısından da farklı süreçler ortaya çıkmaktadır. Oyun teorisinin bireyler ve firmalar açısından dikkate alınan iki önemli unsuru aşağıda sıralanmaktadır.⁶

Bütün oyuncular fayda veya kârlarını maksimize etme çabası içindedirler.

Strateji kombinasyonları açısından her strateji, diğer oyuncunun stratejisine karşılık verdiği sürece dengenin oluşumuna katkıda bulunur.

Oyun teorisinde olay ve olguları modellerken içinde bulunulan duruma göre çeşitli stratejiler belirlenmektedir. Bu stratejiler, varsayımlardan ve ihtimallerden yola çıkarak kişilerin hangi strateji gruplarını seçebileceklerini belirlemektedir. Genel yapıya bakıldığında, bireylerin strateji grupları zamanla dengeye ulaşmakta, hiçbir bireyin kendi davranışı ile oluşan bu strateji kombinasyonunu değiştirememesi ve tek taraflı olarak kendi faydasını arttıramaması durumunda, farklı birey stratejileri dengesi elde edilmiş olmaktadır. Bu denge, oyun teorisi alanında yapmış olduğu çalışmalardan dolayı John Nash'e itafen “**Nash dengesi**” olarak adlandırılmaktadır.⁷

“Bırakınız yapsınlar, bırakınız geçsinler” şeklinde formüle edilen doğal düzen felsefesinin gerisinde, bireysel çıkarlarla toplumsal çıkarların çatışmayacaklarına duyulan inanç yatmaktadır. Öyle ki, bu düşünceye göre bir toplumun bireyleri kendi çıkarlarının peşinde koşacak olurlarsa, ortaya çıkan sonuç toplum için de iyi olacaktır.⁸ Oyun teorisinin yirminci asırdaki gelişmesi bize böyle olmadığını göstermiştir.⁹

6 Şevket Alper Koç, Murat Hücümen, Oyun Teorisi Modelleri Çerçevesinde Firmaların Stratejik Davranışlarının Analizi, Mevzuat Dergisi, Yıl:11, Sayı: 11, Ocak 2008.

7 Şevket Alper Koç, Murat Hücümen, Oyun Teorisi Modelleri Çerçevesinde Firmaların Stratejik Davranışlarının Analizi, Mevzuat Dergisi, Yıl:11, Sayı: 11, Ocak 2008.

8 Coşkun Can Aktan ve Abdullah Burhan Bahçe, “Kamu Tercihi Perspektifinden Oyun Teorisi”, Seçkin Yayınları, 2007.

9 Bakınız Örnek 1.1.Bencil Ve Düşünceli Örneği (Bu örnek aynı zamanda tutuklular ikilemi oyunu formatında)

Adam Smith'e göre "rasyonel birey kendi çıkarını maksimize etmek için uğraşan birey" olarak tanımlanır. John Nash'e göre bu tanımlama yanlış olmakla birlikte sadece eksik olarak belirtilmiş ve Nash'e göre "rasyonel birey hem kendisinin hem de içinde bulunduğu grubun çıkarını maksimize etmeye çalışan birey" olarak tanımlanmıştır. Günümüzde Nash dengesi, oyunlar kuramının ana kavramlarından biridir. Modern oyunlar kuramı, 1940'lı yıllarda büyük matematikçi John von Neumann tarafından geliştirildi. Amacı, savaştan piyasada rekabete kadar her konuda stratejik etkileşimin genel mantığını kavramaktı. Von Neumann, ekonomist Oscar Morgenstern ile birlikte hem oyunları matematiksel olarak temsil etmenin genel bir yöntemini buldu, hem de oyuncuların çıkarlarının birbirine taban tabana zıt olduğu, yani birinin kazandığı diğerinin kaybettiği oyunlar için sistematik bir yaklaşım biçimi sundu. Ne var ki iktisatçıları ilgilendiren oyunların çoğu bu biçimde değildir. Nitekim, eğer iki kişi özgür iradeleriyle birbirleriyle ticari anlaşma yaparsa, ikisi de genel olarak bundan kârlı çıkar. Bu tür oyunları ele almalarına karşın, Von Neumann ve Morgenstern'ün analizi, sıfır-toplam oyunların analizi kadar tatmin edici olmadı. Bunun ötesinde, bu iki oyun türünü incelemek için kullandıkları yöntemler birbirinden tamamen farklıydı.¹⁰



Çok kişili karar verme durumlarında, çevre şartlarının yanı sıra bireyler arasındaki çeşitli etkileşimler de dikkate alınır ve interaktif karar sorununda bireylerin kâr veya faydaları diğer bireylerin davranışlarına bağlı olarak şekillendirilir. Bu tür interaktif durumları dikkate alan analizlerde son yıllarda önemli ilerlemeler kaydedilmiştir. İnteraktif karar sorunu oyun anlamına gelirken, interaktif karar teorisi şeklinde betimlenen teori ise interaktif karar sorununun tahminine ve açıklanmasına olanak sağlayan bununla birlikte oyun teorisi olarak adlandırılan bir yapıyı oluşturur.

Neoklasik teorisyenlere göre, makroekonomiyi kişisel davranışlar üzerine yerleştirmeye çalışırken bazıları da oyun teorisine yönelmişlerdir. Böylelikle oyun teorisi neoklasik teoriyle aynı gelişme seyrini izlemiştir. Neoklasik teori ile oyun teorisi arasındaki önemli fark, oyun teorisinde her modelin bir çözüme sahip olmasıdır. Oyun teorisi etkileşen bireylerin bu etkileşimin farkında olarak seçim yaptıkları veya karar verdikleri her türlü durumu inceler. Ortaya çıkan bu çözüm kavramları arasında Nash¹¹ (Nash; 1951; 289-295) dengesine ulaşılır. Bir başka deyişle her bir oyuncunun diğerine en iyi cevabı olan stratejisi **Nash dengesinin strateji çiftini** belirler. O halde, Neoklasik teori modelleri de oyun teorisindeki oyunlar gibi düşünülebilir.¹²

Oyun Teorisi **akılcılık** ilkesine dayanır. Her bir oyuncu kendi kazancının en yüksek olması için uğraşır. Bunun için oyuncuların, stratejik karar anında sahip oldukları bilgi esastır.¹³ Oyunlar kuramı, “mükemmel mantıklı” oyuncuların, başka “mükemmel mantıklı” oyunculara karşı oynadıklarında her birinin nasıl oynaması gerektiğini çözümler. Sorun, işte bu “mükemmel mantıklılık” varsayımı. Gerçek hayatta çoğu insan – iktisatçılar bile – mükemmel mantıklı değiller!!!¹⁴

Teorisyenler, kişisel seçimlerin karşılıklı etkileşim problemini ortadan kaldırmaya yönelik kökten bir yaklaşımla, oyuncuların önce tam bir bilgiye sahip olduklarını varsayarlar. Yani herkes sadece kendine ait değil ötekilerine de ait olan her şeyi bilmektedir. Özellikle de oyunun olası tüm sonuçlarına ilişkin farklı kazançların ne olacağını bilirler.¹⁵

Kesin bilgiye sahip olunan durumlarda oyuncunun soracağı soru şudur; diğer oyuncular ne yapacak? Bu durumda bir oyuncunun diğer oyuncuların kararını nasıl vereceği hakkındaki düşüncesi önemli rol oynamaktadır.¹⁶

11 John NASH, “Noncooperative Games”, Annals of Mathematics, vol.54, 1954, s.289-295.

12 Deniz GİZ, “Oyun Teorisine Doğru”, Sosyal Siyaset Konferansları Dergisi, Sayı: 46, 2003.

13 Deniz GİZ, “Oyun Teorisine Doğru”, Sosyal Siyaset Konferansları Dergisi, Sayı: 46, 2003.

14 Hal R. Varian, Çeviren: Aslı Nesin, Matematik Dünyası, Güz, 2004.

15 Deniz GİZ, “Oyun Teorisine Doğru”, Sosyal Siyaset Konferansları Dergisi, Sayı: 46, 2003.

16 Deniz GİZ, “Oyun Teorisine Doğru”, Sosyal Siyaset Konferansları Dergisi, Sayı: 46, 2003.

0.1 Doğrusal Fonksiyonların Grafiği Nasıl Çizilir?

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \rightarrow y = f(x) \text{ fonksiyonu verilsin.}$$

Bu fonksiyonu sağlayan tüm (x, y) noktalarının oluşturduğu grafiğe, $f(x)$ fonksiyonunun grafiği denir.

$$f(x) : ax + b \text{ a ve b reel sayı olsun.}$$

Bu tip fonksiyonların grafikleri çizildiğinde, uzayda bir “**doğru**” belirtir. Bu nedenle bu formattaki denklemler, doğru denklemi olarak da adlandırılır. Bir fonksiyona ait grafik çizilirken:

Birinci Adım: Doğrunun x ve y eksenlerini kestiği noktalar belirlenir.

Fonksiyonda: $x = 0$ verilerek, doğrunun y eksenini kestiği nokta bulunur. $(0, y_0)$
 $y = 0$ verilerek, doğrunun x eksenini kestiği nokta bulunur. $(x_0, 0)$

İkinci Adım: Elde edilen bu iki noktadan geçen doğru çizilir.

Örnek O.1

$y : f(x) = 2x - 4$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Cevap:

Öncelikle doğrunun eksenleri kestiği noktalar belirlenir:

$$x = 0 \text{ için: } y = 2 \cdot 0 - 4 = -4, \text{ yani doğrunun } y \text{ eksenini kestiği nokta: } (0, -4)$$

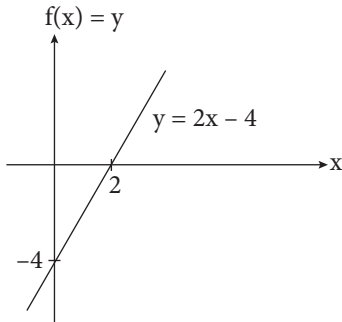
$$y = 0 \text{ için: } 0 = 2x - 4$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

Yani doğrunun x eksenini kestiği nokta: $(2, 0)$

Bu noktalar kullanılarak, aşağıdaki şekilde fonksiyonun grafiği çizilir.



Örnek 0.2

$y : f(x) = -0,5x + 4$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Cevap:

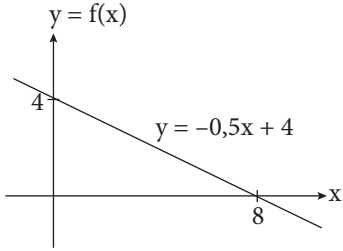
Doğrunun eksenleri kestiği noktalar belirlenir:

$x = 0$ için: $y = -0,5 \times 0 + 4 = 4$, yani doğrunun y eksenini kestiği nokta: $(0, 4)$

$y = 0$ için: $0 = -0,5x + 4$
 $0,5x = 4$
 $x = 8$

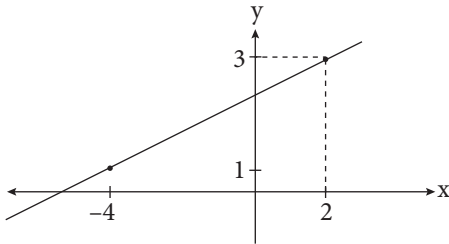
Yani doğrunun x eksenini kestiği nokta: $(8, 0)$

Bizden grafiğini çizilmesi istenen doğru $(0, 4)$ ve $(8, 0)$ noktalarından geçmektedir. Bu noktalar kullanılarak, aşağıdaki şekilde fonksiyonun grafiğini çizilir.

**Örnek 0.3**

$(-4, 1)$ ve $(2, 3)$ noktalarından geçen doğrunun grafiğini çizelim.

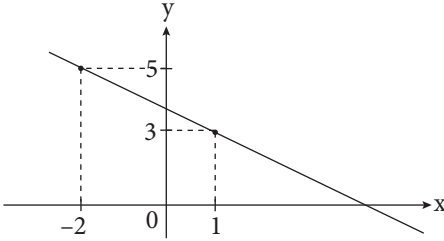
Cevap:



Örnek 0.4

(1, 3) ve (-2, 5) noktalarından geçen doğrunun grafiğini çizelim.

Cevap:



0.2 Olasılık (Probability)

E bir deney için örnek uzay olsun, aşağıdaki her üç koşulu sağlayan P fonksiyonu **olasılık fonksiyonu (probability function)** olarak adlandırılır.

- $\forall i, A_i \subseteq E, 0 \leq P(A_i) \leq 1$
- $P(E) = 1$
- $\forall i, A_i \subseteq E, A_i \cap A_j = \emptyset, i \neq j, A = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i, P(A) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$

Olasılık fonksiyonunun sağlaması gereken yukarıda tanımlanan üç özellik aşağıdaki sonuçları oluşturmak için yeterlidir.

- $P(\emptyset) = 0$
- $P(A^c) = 1 - P(A)$
- $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Tüm olayların gerçekleşme olasılığı eşitse, E örnek uzayı **eşit olasılıklı uzay** olarak adlandırılır.

E sonlu eşit olasılıklı bir uzay olsun, $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ bir olay ise herhangi bir $i = 1, 2, \dots, n$ için $P(A_i) = \frac{s(A_i)}{s(E)}$ olur.

Burada $s(A_i)$, A_i 'deki sonuçların sayısı, $s(E)$ E'deki sonuçların sayısını göstermektedir.