

Olasılık ve İstatistiğe Giriş

Dr. Öğr. Üyesi Hüseyin DEMİR

7. Baskı





Dr. Öğr. Üyesi Hüseyin Demir

OLASILIK VE İSTATİSTİĞE GİRİŞ

ISBN 978-605-318-470-6

DOI 10.14527/ 9786053184706

Kitap içeriğinin tüm sorumluluğu yazarına aittir.

© 2021, PEGEM AKADEMİ

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. A.Ş.'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten **uluslararası akademik bir yayınevi**dir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan **WorldCat** ve ayrıca Türkiye'de kurulan **Turcademy.com** tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

1. Baskı: Eylül 2016, Ankara

7. Baskı: Ekim 2021, Ankara

Yayın-Proje: Zeynep Güler

Dizgi-Grafik Tasarım: Tuğba Kaplan

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.

İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler - Ankara

Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 36306

Matbaa Sertifika No: 47865

İletişim

Macun Mah. 204. Cad. No: 141/A-33 Yenimahalle/ANKARA

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

Dr. Öğr. Üyesi Hüseyin DEMİR

Dr. Öğr. Üyesi Hüseyin DEMİR, 1955 yılında Iğdır'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Iğdır'da tamamlayarak, 1977 yılında Atatürk Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü'nü bitirdi. 1978 yılında Samsun Çarşamba Lisesi'nde öğretmen olarak göreve başladı. Sonra sırasıyla Bursa Eğitim Enstitüsü (Bursa Eğitim Fakültesi), Bursa İznik Lisesi, Samsun Bafra Lisesi, Samsun Ondokuzmayıs Lisesi'nde görevlerde bulundu. 1992 yılında Ondokuzmayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda yüksek lisansını tamamlayarak, 1994 yılında adı geçen üniversitenin Amasya Eğitim Fakültesi Matematik Eğitimi Bölümü'ne öğretim görevlisi olarak atandı. 1999 yılında da aynı üniversitenin Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda doktora ihtisasını tamamladı. Halen Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda öğretim üyesi olarak görev yapmaktadır. Yazarın ders kitabı olarak yayınlanmış. "OLASILIK" ikinci baskısı Ekim 2007'de ve "Teori ve Problemleriyle Analiz-I" kitabının ikinci baskısı Eylül 2014'de eğitim ve öğretime sunulmuştur.

Dr. Öğr. Üyesi Hüseyin DEMİR evli ve iki çocuk babasıdır.

ÖN SÖZ

Bu kitap, Eğitim Fakültelerinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında okutulan İstatistik ve Olasılık I-II derslerinin içeriği ile beraber, İlköğretim Fen Bilgisi Öğretmenliği programı, Okul Öncesi Öğretmenliği programı İstatistik ve ayrıca Rehberlik ve Psikolojik Danışmanlık programında okutulan İstatistik I-II derslerinde, Fen-Edebiyat Fakültelerinin Matematik bölümünde okutulmakta olan İstatistik derslerinin kimi konularında da yardımcı olabilecek niteliktedir.

Kitapta her bir konunun temel kavramları, açık bir biçimde verildikten sonra sade ve anlaşılır örneklerle desteklenmiş ve öğrenilenlerin daha iyi pekişmesi için her bölümün sonuna yeterli miktarda alıştırmaya yer verilmiştir.

Kitabın hazırlanması sırasında bana yardımcı olan, gerek dizgi gerek tasarım çalışmaları ile bu aşamalara önemli katkı sağlayan Ayşe Yağmur Kızılateşe ve yardımlarını esirgemeyen tüm çalışanlara içtenlikle teşekkürlerimi belirtmek istiyorum.

Dr. Öğr. Üyesi Hüseyin Demir

2. BASKI İÇİN ÖN SÖZ

2018-2019 yılından itibaren Eğitim Fakültelerinin ders programlarında yapılan değişikliklerden sonra bu kitap, İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında okutulacak olan Olasılık, İstatistik, Olasılık ve İstatistik Öğretimi derslerinde ders kitabı olarak, Fen-Edebiyat Fakültelerinin Matematik bölümünde okutulmakta olan Olasılık ve İstatistik derslerinin kimi konularında yardımcı olabilecek niteliktedir.

Kitapta her bir konunun temel kavramları, açık bir biçimde verildikten sonra sade ve anlaşılır örneklerle desteklenmiş ve öğrenilenlerin daha iyi pekiştirilmesi için her bölümün sonuna yeterli miktarda alıştırmaya yer verilmiştir.

Kitabın hazırlanması sırasında bana yardımcı olan, gerek dizgi gerek tasarım çalışmaları ile bu aşamalara önemli katkı sağlayan Ayşe Yağmur Kızılateşe, ikinci baskının düzenlenmesinde Tuğba Kuşcuoğlu'na ve yardımlarını esirgemeyen tüm çalışanlara içtenlikle teşekkürlerimi belirtmek istiyorum.

Dr. Öğr. Üyesi Hüseyin Demir

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM

SAYMANIN TEMEL İLKESİ

EŞLEME YOLUYLA SAYMA	1
TOPLAMA YOLUYLA SAYMA	1
ÇARPMA YOLUYLA SAYMA.....	3
FAKTÖRİYEL KAVRAM.....	5
PERMÜTASYON (SIRALI DİZİLİŞ)	7
Tekrarlı Permütasyon (Yinelemeli Permütasyon)	10
Dairesel Permütasyon.....	12
KOMBİNASYON (BİRLEŞİM)	13
Sıralı ve Sırasız Alt Parçalanmalar	18
BİNOM TEOREMİ	22
BÖLÜM ALIŞTIRMALARI	26

2. BÖLÜM

OLASILIK

GİRİŞ.....	31
OLASILIK KAVRAMI.....	36
ÇÖZÜMLÜ KISIM ÖRNEKLERİ.....	41
KOŞULLU OLASILIK	51
Koşullu Olasılığın Çarpım Kuralı	53
BAĞIMSIZ OLAYLAR	64
TOPLAM OLASILIK.....	70
BAYES FORMÜLÜ	74
BÖLÜM ALIŞTIRMALARI	78

3. BÖLÜM

RASTGELE DEĞİŞKENLER

GİRİŞ	83
OLASILIK FONKSİYONU	88
OLASILIK HESAPLAMALARI	93
OLASILIK YOĞUNLUK FONKSİYONU	97
DAĞILIM FONKSİYONU.....	102
X RASTGELE DEĞİŞKENİN BİR FONKSİYONU OLAN $Y=g(X)$ 'e AİT OLASILIK, OLASILIK YOĞUNLUK VE DAĞILIM FONKSİYONLARI.....	113
BİR RASTGELE DEĞİŞKEN İÇİN BEKLENEN DEĞER VE VARYANS	119
RASTGELE DEĞİŞKENİN FONKSİYONLARI İÇİN BEKLENEN DEĞER.....	121
BİR RASTGELE DEĞİŞKEN İÇİN VARYANS VE STANDART SAPMA.....	126
MOMENT KAVRAMI	132
Momentlerle Yapılan İşlemler.....	133
Momentler Arasındaki İlişkiler	134
Momentlere Göre İncelenebilen Ölçüler.....	134
MOMENT ÜRETEN FONKSİYON.....	137
MOMENT ÜRETEN FONKSİYONU VE MOMENTLER İLİŞKİSİ.....	139
BÖLÜM ALIŞTIRMALARI.....	144

4. BÖLÜM

KESİKLİ DAĞILIMLAR

BERNOULLİ DAĞILIMI.....	149
BİNOM DAĞILIMI	152
ÇOK TERİMLİ DAĞILIM.....	161
GEOMETRİK DAĞILIM.....	164
NEGATİF BİNOM DAĞILIMI	168
HİPERGEOMETRİK DAĞILIM.....	174
POISSON DAĞILIMI.....	179
BÖLÜM ALIŞTIRMALARI.....	185

5. BÖLÜM

SÜREKLİ RASTGELE DAĞILIMLAR

NORMAL DAĞILIM.....	189
STANDART NORMAL DAĞILIM.....	192
BİNOM DAĞILIMINA NORMAL DAĞILIM YAKLAŞIMI.....	215
BÖLÜM ALIŞTIRMALARI.....	218

6. BÖLÜM

ÖRNEKLEMLER VE VERİLERİN DÜZENLENMESİ

GİRİŞ.....	221
ÖRNEKLEME VE ÖRNEKLEM SEÇİMİ	222
Keyfi Seçim	223
Rastgele Örneklemeler.....	224
VERİLERİN DÜZENLENMESİ.....	226
Verilerin Frekans Tablosu	226
Verilerin Grafikselsel Gösterimi.....	230
BÖLÜM ALIŞTIRMALARI.....	233

7. BÖLÜM

GÖZLEMLERİN MERKEZİL ÖLÇÜLERİ

GİRİŞ.....	235
ARİTMETİK ORTALAMA	235
KARELİ ORTALAMA.....	243
GEOMETRİK ORTALAMA.....	245
HARMONİK ORTALAMA	249
MEDYAN (ORTANCA).....	251
MOD (TEPE DEĞER).....	261
YÜZDELİKLER.....	264
BÖLÜM ALIŞTIRMALARI.....	269

8. BÖLÜM

GÖZLEMLERİN DEĞİŞİM (DAĞILIM) ÖLÇÜLERİ

GİRİŞ.....	273
DEĞİŞİM GENİŞLİĞİ (Ranj).....	274
ÇEYREK SAPMA.....	275
ORTALAMA MUTLAK SAPMA	277
STANDART SAPMA VE VARYANS.....	280
DEĞİŞİM KATSAYISI (Varyasyon)	288
Ölçülerin Dağılımı ile Standart Sapma-Değişim Katsayısı İlişkisi.....	288
BÖLÜM ALIŞTIRMALARI	292

9. BÖLÜM

REGRESYON VE KORELASYON

GİRİŞ.....	295
EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ	296
REGRESYON DOĞRU DENKLEMİ	297
REGRESYON EĞRİ DENKLEMİ (Parabol eğrisi).....	302
KORELASYON.....	303
Lineer Korelasyon Katsayısı	304
BÖLÜM ALIŞTIRMALARI	314
TABLO 1 - POISSON OLASILIK DAĞILIMI e^λ DEĞERLERİ ÇİZELGELERİ	315
TABLO 2 - STANDART NORMAL EĞRİ ALTINDAKİ ALANLAR.....	316
TABLO 3 - RASGELE SAYILAR TABLOSU	317
TABLO 4 - $1 \leq n \leq 100$ aralığındaki sayıların logaritması.....	318
KAYNAKÇA.....	319

1. BÖLÜM

SAYMANIN TEMEL İLKESİ

1.1 EŞLEME YOLUYLA SAYMA

Bir çokluğun (küme, nesnelere topluluğu v.b) elemanları ile sayma sayıları kümesinin elemanları arasında kurulan bire bir eşleşmeyle çokluğun eleman sayısını tespit etmeye eşleme yoluyla sayma denir.

İnsanoğlunun sayılarla tanışmasından çok çok önceleri kullandığı ilk sayma işlemi denilebilir; şöyleki çok eski devirlerin insanı mağaradan çıkardığı hayvanların herbiri için çömleğe bir taş koyup, döndüklerinde de her biri için çömlekten bir taş çıkararak taşlarla hayvanlar arasında bire bir eşleme yaparak hayvanlarının eksik olup olmadığını kontrol etmiş oluyordu.

1.2 TOPLAMA YOLUYLA SAYMA

Sonlu ve herbiri birbirinden ayrı iki veya daha çok kümenin (grup, topluluk) elemanlarını bir araya getirerek oluşturulan birleşim kümesinin eleman sayısını bulma işlemine toplama yoluyla sayma denir.

Örneğin birbirinden ayrı A kümesinin eleman sayısı n_1 , B kümesinin eleman sayısı n_2 , C kümesinin eleman sayısı n_3 ise A, B, C kümelerinin elemanlarının bir araya gelmesiyle oluşan kümenin eleman sayısı ise

$$n_1 + n_2 + n_3$$

olur.

Açıklamayı günlük hayat ile ilişkilendirerek genişletelim.

Diyelim ki A işi n_1 farklı şekilde, B işi n_2 farklı şekilde yapabiliyorsa A veya B işi $n_1 + n_2$ farklı şekilde yapılabilir.

Örnek 1.2.1:

Bir kişinin 6 kravatı, 8 gömleği vardır. Bunlar arasından bir kravat veya bir gömleği kaç yolla seçebilir.

Çözüm:

1 kravatı $n_1 = 6$ farklı yolla, 1 gömleğinde $n_2 = 8$ farklı yolla seçebileceğinden;

1 kravat veya 1 gömleği

$$n_1 + n_2 = 6 + 8 = 14$$

farklı yolla seçebilir.

Uyarı:

İkişer ikişer ayrık, yani herhangi ikisi aynı anda gerçekleşmeyen A_1, A_2, \dots, A_r tane farklı olay olsun. A_1 olayı n_1 farklı şekilde, A_2 olayı n_2 farklı şekilde, ... A_r olayı n_r farklı şekilde gerçekleşiyorsa A_1 veya A_2 veya A_3, \dots , veya A_r olayı $n_1 + n_2 + \dots + n_r$ farklı yolla gerçekleşebilir.

Örnek 1.2.2:

6 Kitap, 4 kalem ve 5 defter arasından yalnız bir kitap veya yalnız bir kalem veya yalnız bir defteri bir öğrenci kaç farklı şekilde alabilir.

Çözüm:

1 kitap alma olayı A_1 ve $n_1 = 6$

1 kalem alma olayı A_2 ve $n_2 = 4$

1 defter alma olayı A_3 ve $n_3 = 5$

farklı şekilde olur. O halde A_1 veya A_2 veya A_3 olayının gerçekleşme sayısı

$$n_1 + n_2 + n_3 = 6 + 4 + 5 = 15$$

olur.