

Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme

Araştırmacılar, Eğitimciler ve
Öğrenciler İçin

Editör: Prof. Dr. Esra BUKOVA GÜZEL

5. Baskı





Editör: Prof. Dr. Esra BUKOVA GÜZEL

MATEMATİK EĞİTİMİNDE MATEMATİKSEL MODELLEME
Araştırmacılar, Eğitimciler ve Öğrenciler İçin

ISBN 978-605-318-544-4

Kitap içeriğinin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© 2024, PEGEM AKADEMİ

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz, dağıtılamaz. Bu kitap T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayinevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten **uluslararası akademik bir yayinevi**dir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan **WorldCat** ve ayrıca Türkiye'de kurulan **Turcademy.com** tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

1. Baskı: Eylül 2016, Ankara

5. Baskı: Şubat 2024, Ankara

Yayın-Proje: Zeynep Güler

Dizgi-Grafik Tasarım: Tuğba Kaplan

Kapak Tasarım: Pegem Akademi

Baskı: Ada Matbaacılık Yayın San. Tic. Ltdi. Şti.

Ostim OSB Mah. 1578. Cd. No: 21

Yenimahalle/Ankara

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 44093

İletişim

Macun Mah. 204. Cad. No: 141/A-33 Yenimahalle/ANKARA

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme adlı kitabımızda matematiksel modellemeyi çok yönlü ele alarak başta matematik eğitimcileri, araştırmacılar ve öğrenciler olmak üzere geniş bir kitleye hitap etmeye çalıştık. Gerçek yaşam ile matematiğin ilişkilendirilmesini sağlayan matematiksel modellemenin her düzeyde önemli olduğu fikrini yansıtan bu kitap, ortaokul, lise ve lisans seviyeleri için modelleme uygulamaları örneklerini içermektedir. Diğer yandan, matematiksel modelleme alanında araştırmalar yürütmek isteyenlere kuramsal bir taban sunarken matematik öğretmenlerine ve matematik öğretmeni adaylarına da uygulamaya dönük deneyim kazanacakları altyapı sağlamaktadır. Matematiksel modellemeyi kavramak ve modelleme uygulamalarını gerçekleştirmek için okuyuculara ışık tutacak olan bu kitap alan yazına da önemli katkılar sağlayacaktır. Kitabın içeriğini belirleme ve yazma sürecinde uzun yıllardır yürüttüğüm Matematiksel Modelleme Ders'i'nden edindiğim deneyimlerim ve diğer yazarlarla birlikte matematik öğretmenlerine ve öğrencilere yönelik 2011 yılından itibaren her yıl düzenli olarak gerçekleştirdiğimiz çalıştaylardan edindiğimiz deneyimler bize yol gösterdi. Bazen alan yazındaki çalışmalara atıf yaparak okuyucuları bilgilendirmeye çalışırken bazen okuyucuları sıkmamak adına deneyimlerimize dayalı edindiğimiz bilgilere yer verdik. Kitapta; matematiksel modelleme, matematiksel modelleme süreci, modelleme yeterlikleri ve gelişimi, modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi, modelleme etkinliklerinin öğretimde kullanımı ve modelleme problemleri örneklerini ele aldık.

Uzun süreli bir emeğin ürünü olan kitabımızın hazırlık sürecinden itibaren bizleri sabırla destekleyen eşlerimize, kendisinden edindiğim bilgi ve deneyimlerle her zaman bana ışık tutmuş Sayın Hocam Prof. Dr. Hüseyin ALKAN'a ve kitabın hazırlanma sürecinde hızla büyüyen bebeğimiz Erdem DEDE'ye ve biricik oğlum Alp GÜZEL'e teşekkürlerimizi sunuyorum.

Editör

Prof. Dr. Esra BUKOVA GÜZEL

YAZARLAR

Prof. Dr. Esra BUKOVA GÜZEL

Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi

Doç. Dr. Ayşe TEKİN DEDE

Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi

Doç. Dr. Çağlar Naci HİDİROĞLU

Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi

Doç. Dr. Semiha KULA ÜNVER

Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi

Doç. Dr. Aytuğ ÖZALTUN ÇELİK

Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi

İÇİNDEKİLER

Ön Söz.....	iii
Yazarlar	iv

1. BÖLÜM

Matematiksel Modellemeye Giriş.....	1
1.1. Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme	9
1.2. Matematiksel Modelleme Perspektifleri.....	12

2. BÖLÜM

Matematiksel Modelleme Süreci	17
-------------------------------------	----

3. BÖLÜM

Modelleme Yeterlikleri ve Gelişimi.....	35
---	----

4. BÖLÜM

Modelleme Etkinliklerinin Öğretimde Kullanımı	45
4.1. Modelleme Uygulamalarına İlişkin Alan Öğretimi Modelleri.....	47
4.2. Modelleme Etkinliklerinin Özellikleri	48
4.3. Modelleme Uygulaması İçin Bir Örnek: Model Oluşturma Etkinlikleri	50
4.3.1. Bir MOE Örneği: Büyük Ayak Problemi	54
4.4. Modelleme Etkinliklerinin Öğretim Sürecine Entegrasyonu İçin Yaklaşımlar	58
4.5. Matematik Derslerinde Modelleme Etkinliklerinden Yararlanma Önerileri.....	59
4.6. Modelleme Etkinliklerinin Uygulama Süreci.....	65
4.7. Modelleme Uygulamalarında Karşılaşılabilecek Zorluklar ve Öğretmen Müdahaleleri.....	75

5. BÖLÜM

Matematiksel Modelleme Problemleri	83
5.1. Salıncak Problemi.....	84
5.1.1. Salıncak Problemi'nin GeoGebra ile Desteklenen Çözüm Örneği	85
5.2. Boy-Ayak Uzunluğu Problemi.....	89

5.3. Stat Problemi.....	91
5.3.1. Stat Problemi'nin Çözüm Örneği.....	92
5.3. Stat Problemi.....	91
5.3.1. Stat Problemi'nin Çözüm Örneği.....	92
5.4. Buca Arena Stadyumu Problemi.....	97
5.4.1. Buca Arena Stadyumu Problemi'nin Çözüm Örneği.....	98
5.5. Obezite Problemi.....	100
5.5.1. Obezite Problemi'nin Çözüm Örneği.....	102
5.6. Atatürk Rölyefi Problemi.....	104
5.6.1. Atatürk Rölyefi Problemi'nin Çözüm Örneği.....	105
5.7. Adım Problemi.....	107
5.7.1. Adım Problemi'nin Çözüm Örneği.....	108
5.8. Antik Tiyatro Problemi.....	110
5.8.1. Antik Tiyatro Problemi'nin Çözüm Örneği.....	111
5.9. Atlet Problemi.....	114
5.10. Kargo Problemi.....	115
5.11. Sultan Kösen Problemi.....	116
5.12. Piramit Problemi.....	117
5.12.1. Piramit Problemi'nin Çözüm Örneği.....	118
5.12.2. Piramit Problemi'nin Lisans Öğrencilerine Ait Çözüm Örneği.....	120
5.13. Yakıt Problemi.....	123
5.13.1. Yakıt Problemi'nin Çözüm Örneği.....	124
5.14. Düşme Problemi (Uzaydan Dünya'ya Atlayış).....	127
5.15. Tiyatro Problemi.....	130
5.15.1. Tiyatro Probleminin Örnek Çözümü.....	132
5.16. Köprü Problemi (Yavuz Sultan Selim Köprüsü).....	140
5.16.1. Köprü Problemi'nin Çözüm Örneği.....	142
5.17. İzmir Saat Kulesi Problemi.....	149
5.18. Karşıyaka Vapur İskelesi Problemi.....	151
5.19. Yatak Problemi.....	152
5.19.1. Yatak Problemi'nin 6. Sınıf Öğrencilerine Ait Çözüm Örneği.....	153
5.19.2. Yatak Problemi'nin Lisans Öğrencilerine Ait Çözüm Örneği.....	154

5.20. Saman Balyası Problemi	155
5.21. Adenauer Problemi	156
5.21.1. Adenauer Problemi'nin Çözüm Örneği.....	157
5.22. Akaryakıt İstasyonu Problemi	160
5.23. Pisa Kulesi Problemi	161
5.23.1. Pisa Kulesi Problemi'nin Lisans Öğrencilerine Ait Çözüm Örneği	162
5.24. Deniz Feneri Problemi	165
5.24.1. Deniz Feneri Problemi'nin Çözüm Örneği	166
5.25. Elmalı Turta Problemi	168
5.25.1. Elmalı Turta Problemi'nin Çözüm Örneği.....	169
5.26. Eşme Kilim Problemi.....	170
5.26.1. Eşme Kilim Problemi'nin Çözüm Örneği	171
5.27. Merdiven Problemi	175
5.27.1. Merdiven Problemi'nin Çözüm Örneği.....	176
5.27.2. Merdiven Problemi'nin Lisans Öğrencilerine Ait Çözüm Örneği	177
5.28. Okulda Zaman Problemi.....	179
5.29. Dış Fırçalama Problemi.....	180
5.30. Futbol Sahası Problemi.....	181
5.30.1. Futbol Sahası Problemi'nin Çözüm Örneği	182
Kaynakça	185

Şekiller Listesi

Şekil 2.1. Modelleme Sürecinin Yapısı (Müller ve Wittmann,1984).....	19
Şekil 2.2. Modellemedeki Temel Basamaklar (Mason, 1988)	20
Şekil 2.3. Modelleme Döngüsü (Berry ve Davies,1996)	20
Şekil 2.4. Modelleme Süreci (Doerr, 1997).....	21
Şekil 2.5. Matematiksel Modelleme Döngüsü (Abrams, 2001)	21
Şekil 2.6. Matematiksel Modelleme Sürecindeki Temel Etkenler (Blomhøj ve Jensen, 2003; 2006).....	23
Şekil 2.7. Matematiksel Modelleme Sürecinin Akış Diyagramı (Voskoglou, 2006).....	23
Şekil 2.8. Modelleme Süreci (Lema, 2006)	24
Şekil 2.9. Bilişsel Perspektif Altında Modelleme Döngüsü (Borromeo Ferri, 2006)	25
Şekil 2.10. Modelleme Süreci (Galbraith ve Stillman, 2006)	25
Şekil 2.11. Modelleme Süreci (Mousoulides, 2007)	28
Şekil 2.12. Matematiksel Modelleme Süreci (Cheng, 2010).....	28
Şekil 2.13. Matematiksel Modelleme Sürecinin Temel Yapısı (Hıdıroğlu, 2012)	29
Şekil 2.14. Saman Balyası Problemi	30
Şekil 2.15. Dört Basamaklı Döngüye Göre Çözüm Yaklaşımı.....	31
Şekil 4.1. Moelerin Özellikleri	51
Şekil 4.2. Moelerin Temel Bileşenleri.....	51
Şekil 4.3. Modelleme Uygulamaları Rehberi (Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2016)...	67

Tablolar Listesi

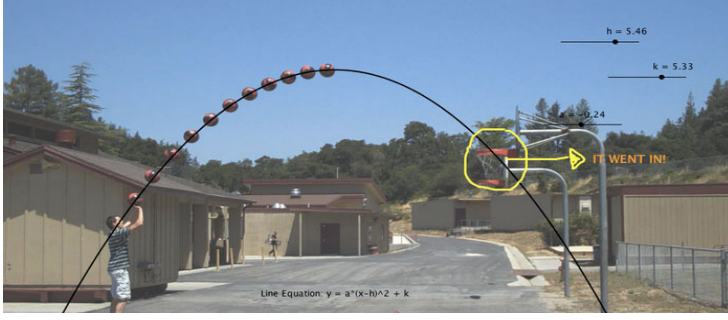
Tablo 1.1. Günlük Yaşam Örnekleri ve İlgili Matematik Konuları	4
Tablo 1.2. Matematiksel Modelleme Perspektiflerinin Sınıflandırılması.....	12
Tablo 2.1. Öğrencilerin Modelleme Sürecindeki Bilişsel Eylemleri.....	26
Tablo 3.1. Matematiksel Modelleme Sürecindeki Üst Bilişsel Eylem Yapıları.....	40
Tablo 4.1. MOE Prensipleri	54
Tablo 4.2. Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği	73

1. BÖLÜM

MATEMATİKSEL MODELLEMeye GİRİŞ

Yaşamımızdaki pek çok duruma veya olaya matematik sayesinde anlam kazandırabiliriz. Bu durumları, mimarıktan dansa, coğrafyadan iktisada, müzikten spora vb. alanlara yayılan geniş bir yelpazede görebiliriz. Örneğin, spor ile ilgili akla gelebilecek örneklerden biri, bir basketbol topunun potaya atılması halinde gerçekleşen hareketinin parabol ile ilişkilendirilmesidir. Basketbol oynayan kişinin, potaya olan uzaklığı, boy uzunluğu ve potanın yerden yüksekliği şüphesiz parabolün neye benzeyeceği hakkında bir fikir verecektir. Bir diğer husus ise atıştaki topu potaya atarken kolun açısının nasıl ayarlanacağıdır ki bu sayede parabolün kollarının açıklığı da şekillenecektir.





Benzer şekilde bir futbol maçında topun kaleye ulaşmasında şutu çeken oyuncunun yeri, kaleye uzaklığı, hangi açı ile topa vurması gerektiği durumu da matematiğin yaşamdaki bir yansıması olarak düşünülebilir. Bıllardoda, bir topa hangi açıdan kaç defa vurulması sonucunda, topun istenen deliğe isabet etme durumu da matematiksel hesaplama ile bulunabilir. Biliriz ki bilardo topu hangi açı ile vuruldu ise o açiya eş bir açı ile banttan sekerek yoluna devam eder.



Seneye doğum gününüzün hangi gün olacağı, “45 gün sonra ödevlerinizi getirin!” diyen bir öğretmene ödevinizi hangi gün teslim edeceğiniz gibi durumlar modüler aritmetiğin yaşamımıza yansımaları olarak düşünülebilir. Bir ressamın çizimini tamamlarken tuvalinin büyüklüğüne göre ölçeklendirme yapmasında ve belli oranları kullanmaya çalışmasında da matematiğin izlerini görürüz.

Görüldüğü gibi matematik yaşamımıza anlam kazandırmada önemli bir yere sahiptir. Matematik sayesinde akıl yürütme becerisine sahip oluruz. Matematiksel akıl yürütmeye sahip bir kişi günlük yaşamda karşılaştığı problemleri çözerken matematiksel mantığını kullanabilir. Örneğin, evinize yaptıracağınız bir kütüphanenin nasıl olması gerektiği aslında bir matematik problemi olarak düşünülebilir. Öncelikle ne tür kitaplarınız, ne kadar yeriniz ve ne kadar paranız var soruları problem çözümü için başlangıç noktanızdır. Çünkü mevcut olan bu bilgiler sonraki adımlarınızı şekillendireceği için önemlidir. Eğer kitapları gruplayarak yerleştire-