

DGS
2026

VİDEO DERS
HEDİYELİ

DGS

KONU ANLATIMLI



Video derslere, çözümlü testlerin
çözümlerine ve kitabın baskı
tarihinden sonraki güncellemelere
erişebilmek için
QR kodu okutunuz.



PEGEM AKADEMİ



Komisyon

**DGS KONU ANLATIMLI
SÖZEL VE SAYISAL YETENEK**

ISBN 978-625-6652-68-2

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

14. Baskı: 2025, Ankara

Proje-Yayın Yönetmeni: Pegem

Dizgi-Grafik Tasarım: Arzu Orhan Kaya

Kapak Tasarımı: Pegem

İletişim

Pegem Akademi:Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: yayinevi@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

Baskı: Ankara Özgür Matbaacılık

1250. Cad. No: 25 Ostim Yenimahalle/Ankara

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 46821

ÖN SÖZ

Değerli Dikey Geçiş Sınavı (DGS) Adayları,

50 Sözel Yetenek, 50 Sayısal Yetenek olmak üzere toplam 100 sorudan oluşan Dikey Geçiş Sınavı (DGS) uzun soluklu bir sınavdır (135 dk). Sınavda, öğrencilerin sözel ve sayısal akıl yürütme becerileri yanında, soru çözüm hızlarının da sonuç üzerinde son derece etkili olduğu dikkate alındığında öğrencinin iyi bir performans göstermesi gerektiği daha iyi anlaşılacaktır. DGS KONU ANLATIMLI yayınıımız, öğrencilere sınava hazırlık süresince eşlik edecek kapsamlı bir çalışmadır. Konu anlatımları ve soru çözümleri doyurucu bir şekilde yapılmış, öğrencinin olası hatalarını engelleyecek uyarılarla önemli noktaların altı çizilmiştir. İçerdiği soru sayısı itibarıyla, bir konu anlatım kitabı olmanın ötesinde bir Soru Bankası özelliği de taşıyan kitap, verdiği uyarılar ve açıklamalarla rehber bir kitaptır. Çözümlü testlerin çözümleri için aşağıda bulunan kare kodu okutabilir veya link üzerinden çözümlere ulaşabilirsiniz.

Arti-Yapay Zekâ teknolojisi ile kitaplarımıza artık cebinizden veya tabletinizden ulaşarak teknolojinin avantajlarından çalışmalarınızda da faydalanabileceksiniz.

Kitapla ilgili görüş ve önerileriniz bu ürünün niteliğini daha da arttıracaktır. Değerli görüş ve önerilerinizi pegem@pegem.net aracılığıyla ya da **0538 594 92 40** numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

Tüm adaylara başarı dileklerimizle...

Pegem Akademi

TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

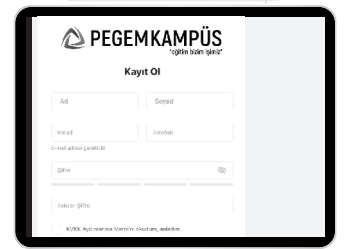


Detaylı anlatım için
QR kodu okutunuz.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden aktivasyon kodunuzu aktif edebilmek ve içeriklere erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:

1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna **arti.pegemkampus.com** yazarak web sitemiz üzerinden üyeliğinizi gerçekleştirebilirsiniz.

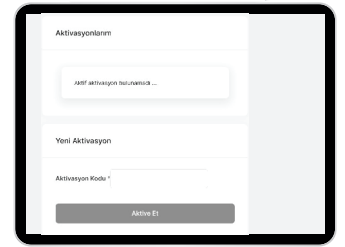


2. Adım Aktivasyon

Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan **“Aktivasyonlarım”** sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.



Yırtmayınız
Kazıyınız



3. Adım Ürünlerim

“Hibrit Kitap” sekmesinden kitabınızın konu anlatımına ve video derslere, **“Ölçme İstasyonu”** sekmesinden konu sonu testlerine erişim sağlayabilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın iç kapağında yer almaktadır. Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.12.2026 tarihine kadar geçerlidir.



Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

MATEMATİK

SAYILAR

Sayı Kümeleri	2
Doğal Sayılar	3
Tam Sayılar	6
Tek ve Çift Tam Sayılar	7
Pozitif ve Negatif Sayılar	9
Ardışık Sayılar	11
Asal Sayı	16
Aralarında Asal Sayılar	17
Basamak Analizi	18
Çözümleme	23
Faktöriyel	25
Çözümlü Test 1-7	29

BÖLME - BÖLÜNEBİLME KURALLARI

Bölme	44
Bölünebilme Kuralları	48
Çözümlü Test 1-2	55

ASAL ÇARPANLARA AYIRMA EBOB-EKOK

Asal Çarpanlara Ayırma	60
Bir Tam Sayının Bölenleri	61
En Büyük Ortak Bölen (EBOB)	64
En Küçük Ortak Kat (EKOK)	67
Çözümlü Test 1-2	73

BİRİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler	78
Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler	81
Denklem Sistemi	82
Özel Denklemler	84
Çözümlü Test	87

RASYONEL SAYILAR

Kesir ve Kesir Türleri	90
Rasyonel Sayılarda Dört İşlem	93
Ondalık Kesir	96
Rasyonel Sayılarda Sıralama	100
İki Rasyonel Sayı Arasındaki Sayıları Yazma	102
Çözümlü Test 1-2	103

ÜSLÜ SAYILAR

Üslü Sayılar	108
Üslü Sayılarda Dört İşlem	111
Çözümlü Test	117

KÖKLÜ SAYILAR

Köklü Sayılar	120
Köklü Sayılarda Dört İşlem	124
Kök Dışındaki Bir Sayının Kök İçine Alınması	129
Eşlenik	129
İç İç Sonlu Kökler	131
$\sqrt{A \mp 2\sqrt{B}}$ İfadesinin Kök Dışına Çıkarılması	133
Köklü Sayılarda Sıralama	134
Köklü Sayılarda Denklem Çözme	135
Çözümlü Test	137

ÇARPANLARA AYIRMA

Çarpanlara Ayırma	140
Özdeşlikler	143
III. Dereceden Özdeşlikler	148
Çözümlü Test	150

EŞİTSİZLİK - MUTLAK DEĞER

Eşitsizlikler	153
Reel (Gerçek) Sayı Aralıkları	157
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler	157
Eşitsizlikler ve İşaret İncelemesi	159
Mutlak Değer	161
Çözümlü Test 1-2	166

ORAN - ORANTI

Oran - Orantı	171
Orantı Türleri	174
Ortalamalar	178
Aritmetik Ortalama	178
Geometrik Ortalama	180
Çözümlü Test 1-2	182

PROBLEMLER

Denklem Kurma Problemleri	187
Yaş Problemleri	194
Yüzde Problemleri	197
Kâr - Zarar Problemleri	198
Karışım Problemleri	201
İşçi Problemleri	204
Hareket Problemleri	206
Çözümlü Test 1-9	212
Karma Test 1-4	230

KÜMELER

Küme	239
Kümelerde İşlemler	241
Alt Küme	245
Küme Problemleri	246
Çözümlü Test	249

FONKSİYON - İŞLEM - MODÜLER ARİTMETİK

Bağıntı	252
Fonksiyon	252
İşlem	259
Modüler Aritmetik	265
Çözümlü Test 1-4	267

PERMÜTASYON - KOMBİNASYON - OLASILIK

Saymanın Temel Kuralları	275
Permütasyon (Sıralama)	277
Kombinasyon (Gruplama)	281
Olasılık	286
Çözümlü Test 1-3	293

TABLO VE GRAFİKLER

Tablo ve Yorumlama	300
Grafik ve Yorumlama	303
Çözümlü Test 1-3	312
Cevaplı Test	318

SAYISAL MANTIK

Sayısal Mantık Problemleri (Diziler)	322
Sayısal Mantık Problemleri (Tablo ve Şekil)	326
Akıl Yürütme	334
Görsel Yetenek	340
Cevaplı Test 1-4	347
Çözümlü Test 1-2	363

GEOMETRİ

GEOMETRİK KAVRAMLAR VE DOĞRUDA AÇILAR

Geometrik Kavramlar	370
Açılar	370
Açı Çeşitleri	371
Açıortay	371
Tümler Açılar	372
Bütünler Açılar	372
Ters Açılar	373
Paralel İki Doğrunun Bir Kesen ile Yaptığı Açılar	373
Paralel İki Doğrunun Birden Çok Kesen ile Meydana Getirdiği Açılar	373
Kenarları Paralel Açılar	375
Kenarları Dik Açılar	375
Üçgenler	378
Üçgen Çeşitleri	378
Üçgende Temel ve Yardımcı Elemanlar	379
Üçgende Açılar ile İlgili Özellikler	380
Dik Üçgen	384
Üçgende Açıortay Teoremleri	389
Üçgende Kenarortay Teoremleri	393
İkizkenar Üçgen	397
Eşkenar Üçgen	399
Üçgende Alan	403
Üçgende Benzerlik	408
Üçgende Açı - Kenar Bağlılıkları	416
Üçgen Eşitsizliği	416
Cevaplı Test 1-17	421

ÇOKGENLER VE DÖRTGENLER

Çokgenler	456
Dörtgenler	462
Paralelkenar	465
Eşkenar Dörtgen	469
Dikdörtgen	470
Kare	472
Yamuk	474
Deltoid	479
Cevaplı Test 1-5	480

ÇEMBER VE DAİRE

Çemberde Açı	491
Çemberde Yardımcı Elemanlar	491
Çemberde Yay ve Açı Özellikleri	492
Çemberde Kiriş Yay Özellikleri	496
Kirişler Dörtgen	496
Çemberde Uzunluk	497
İki Çemberin Ortak Teğetleri	500
İki Çemberin Birbirine Göre Durumları	502
Üçgenin Çemberleri	502
Teğetler Dörtgeni	503
Dairede Alan	504
Cevaplı Test 1-3	508

ANALİTİK GEOMETRİ

Noktanın Analitik İncelenmesi	515
Doğrunun Analitik İncelenmesi	522
Simetriler	532
Eşitsizlikler	537
Cevaplı Test	539

KATI CİSİMLER

Prizma	542
Dikdörtgenler Prizması	543
Küp	545
Silindir	545
Piramit	548
Küre	552
Cevaplı Test 1-2	553

TÜRKÇE

SÖZCÜKTE ANLAM

Sözcüğün Anlam Özellikleri	558
Sözcüklerde Anlam İlişkileri	563
Sözcüklerde Anlam Olayları	565
Kalıplaşmış Söz Öbekleri	570
Çözümlü Test 1-2	576
Cevaplı Test	584

CÜMLEDE ANLAM

Cümlelerin Yorumu	588
Cümlelerin Yapısı	595
Cümlelerin Anlamı	599
Çözümlü Test 1-2	614
Cevaplı Test	622

ANLATIM BİÇİMLERİ

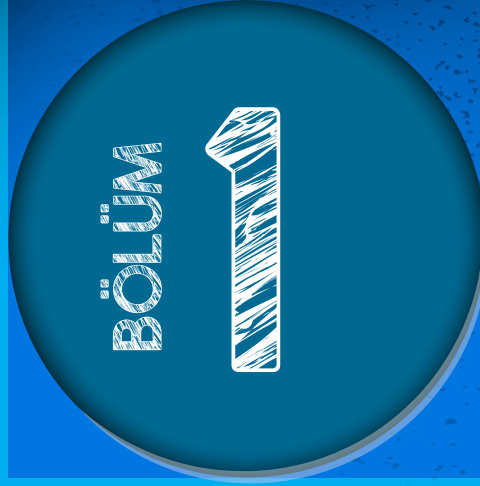
Anlatım Biçimleri	627
Öyküleyici Anlatım	627
Betimleyici Anlatım	627
Açıklayıcı Anlatım	628
Tartışmacı Anlatım	628
Düşünceyi Geliştirme Yolları	629
Anlatım Nitelikleri	631
Çözümlü Test	633
Cevaplı Test	637

PARAGRAF

Paragraf	642
Paragrafın İçeriği	643
Paragrafta Konu	643
Paragrafta Başlık	644
Paragrafta Ana Düşünce	644
Paragrafta Yardımcı Düşünceler	645
Paragrafta Tanıtılan Kişiyle İlgili Sorular	648
Parçaya (Metne) Dayalı Sorular	648
Tek Sorulu Paragraflar	649
İki Sorulu Paragraflar	650
Üç Sorulu Paragraflar	652
Dört Sorulu Paragraflar	655
Paragrafın Yapısı	656
Çözümlü Test 1-2	666
Cevaplı Test	677

SÖZEL MANTIK

Sözel Mantık	682
Soru Çözümünde Yararlanılabilecek Yöntemler	683
Sözel Mantık Soru Tipleri ve Örnek Çözümleri	690
Çıkarım Soruları	690
Şifreleme Soruları	691
Sıralama Soruları	692
Yer-Konum Bildiren Sorular	693
Yer-Yön Bildiren Sorular	696
Özne-Nesne İlişkili Sorular	697
Tablo Yorumlama Soruları	698
Çözümlü Test	701
Cevaplı Test	705



SAYILAR

Sayı Kümeleri
Doğal Sayılar
Tam Sayılar
Tek ve Çift Sayılar
Pozitif ve Negatif Sayılar
Ardışık Sayılar
Asal Sayı
Aralarında Asal Sayılar
Basamak Analizi
Çözümleme
Faktöriyel
Çözümlü Testler 1-7

SAYILAR

RAKAM: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 gibi tek haneli sembolere **rakam** denir.

SAYI: Rakamların tek başlarına veya bir çokluk oluşturacak şekilde bir araya gelmesiyle oluşan ifadeler **sayı** denir.

Örnek

7 bir rakam aynı zamanda bir sayıdır.

36 iki rakamdan oluşan bir sayıdır.

712 üç rakamdan oluşan bir sayıdır.

-5391 dört rakamdan oluşan negatif bir sayıdır.

SAYI KÜMELERİ

1. Sayma Sayıları Kümesi

$\{1, 2, 3, \dots\}$ kümesine **sayma sayıları kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına bir **sayma sayısı** denir. Sayma sayıları kümesi " $\mathbb{N}^+$ " sembolü ile gösterilir.

2. Doğal Sayılar Kümesi

$\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesine **doğal sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına bir **doğal sayı** denir. Doğal sayılar kümesi " $\mathbb{N}$ " sembolü ile gösterilir.

3. Tam Sayılar Kümesi

$\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesine **tam sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına bir **tam sayı** denir. Tam sayılar kümesi " $\mathbb{Z}$ " sembolü ile gösterilir.

Tam sayılar kümesi üç parçaya ayrılır.

a) Negatif Tam Sayılar Kümesi

Sıfırdan küçük (sıfırın solunda olan) sayıların oluşturduğu kümeye **negatif tam sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına **negatif tam sayı** denir. Negatif tam sayılar kümesi " $\mathbb{Z}^-$ " sembolü ile gösterilir.

" $\mathbb{Z}^-$ " = $\{\dots, -3, -2, -1\}$ dir.

Negatif tam sayılar sıfıra yaklaştıkça büyürler. Dolayısıyla en büyük negatif tam sayı " -1 " dir.

b) Pozitif Tam Sayılar Kümesi

Sıfırdan büyük (sıfırın sağında olan) sayıların oluşturduğu kümeye **pozitif tam sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına **pozitif tam sayı** denir. Pozitif tam sayılar kümesi " $\mathbb{Z}^+$ " sembolü ile gösterilir. " $\mathbb{Z}^+$ " = $\{1, 2, 3, \dots\}$ dir.

Pozitif tam sayılar sıfıra yaklaştıkça küçülürler. Dolayısıyla en küçük pozitif tam sayı " 1 " dir.

c) Sıfır bir tam sayıdır, fakat işaretsizdir. Yani pozitif ya da negatif tam sayı değildir.

4. Rasyonel Sayılar Kümesi

a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olsun. $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayıların oluşturduğu kümeye **rasyonel sayılar kümesi** bu kümenin her bir elemanına bir **rasyonel sayı** denir.

Rasyonel sayılar kümesi " $\mathbb{Q}$ " sembolü ile gösterilir.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\} \text{ dir.}$$

Örnek

$\frac{3}{8}, -\frac{12}{17}, 4, -25, \dots$ birer rasyonel sayıdır.

5. İrrasyonel Sayılar Kümesi

Rasyonel olmayan sayılara yani iki tam sayının bölümü şeklinde yazılamayan sayıların kümesine **irrasyonel sayılar kümesi** bu kümenin her bir elemanına bir **irrasyonel sayı** denir. İrrasyonel sayılar kümesi " $\mathbb{Q}$ " sembolü ile gösterilir.

Örnek

$\sqrt{10}, \sqrt[3]{-7}, \frac{\sqrt{13}}{5}, \dots$ birer irrasyonel sayıdır.

6. Reel (Gerçel, Gerçek) Sayılar Kümesi

Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşim kümesine **reel sayılar kümesi** bu kümenin her bir elemanına bir **reel sayı** denir.

Reel sayılar kümesi " $\mathbb{R}$ " sembolü ile gösterilir.

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^c$ şeklinde ifade edilir.

Örnek

a ve b birer rakam olmak üzere, $3a + 4b$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 65 B) 63 C) 60 D) 57 E) 54

Çözüm

İfadede kullanılacak rakamların farklı olup olmadığına dikkat edilmelidir. a ve b birbirinden farklı rakamlar denilmediğinden $3a + 4b$ ifadesinde en büyük değeri elde etmek için $a = 9$ ve $b = 9$ seçilmelidir. Böylece $3a + 4b = 3 \cdot 9 + 4 \cdot 9 = 27 + 36 = 63$ bulunur.

Örnek

a, b ve c birbirinden farklı rakamlar olmak üzere, $5a + 6b + 3c$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 115 B) 110 C) 105 D) 100 E) 95

Çözüm

Verilen ifadede rakamların farklı olması istendiğinden ve en büyük değer sorulduğundan en büyük üç rakam 7, 8 ve 9 seçilmelidir.

İfadede toplamın en büyük değeri sorulduğundan katsayısı en büyük olan bilinmeyene en büyük rakam değeri verilir.

O hâlde $a = 8$, $b = 9$, $c = 7$ seçilirse

$$\begin{aligned} 5a + 6b + 3c &= 5 \cdot 8 + 6 \cdot 9 + 3 \cdot 7 \\ &= 40 + 54 + 21 \\ &= 115 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

x , y ve z birbirinden farklı rakamlar olmak üzere, $4x + 2y + 7z$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

Verilen ifadede rakamların farklı olması istendiğinden ve en küçük değer sorulduğundan en küçük üç rakam 0, 1 ve 2 seçilmelidir.

Küçük değer elde etmek için bu değerler katsayılarının büyüklük sırası ile ters olacak şekilde seçilmelidir.

Yani $x = 1$, $y = 2$, $z = 0$ seçilirse

$$\begin{aligned} 4x + 2y + 7z &= 4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 7 \cdot 0 \\ &= 4 + 4 + 0 \\ &= 8 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

x , y ve z birbirinden farklı rakamlardır.

Buna göre, $4x + 3y - 8z$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -72 B) -69 C) -68 D) 7 E) 10

Çözüm

Soruda rakamların farklı olması istendiğinden ve en küçük değer sorulduğundan katsayısı pozitif olan bilinmeyenlere küçük, katsayısı negatif olan bilinmeyenlere büyük değer verilmelidir. Yani, $x = 0$, $y = 1$ ve $z = 9$ seçilmelidir.

$$\begin{aligned} 4x + 3y - 8z &= 4 \cdot 0 + 3 \cdot 1 - 8 \cdot 9 = 3 - 72 = -69 \\ &\text{bulunur.} \end{aligned}$$

DOĞAL SAYILAR

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesine **doğal sayılar kümesi** denir. En küçük doğal sayı "0" dir.

$\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ kümesine **pozitif doğal sayılar kümesi** denir.

En küçük pozitif doğal sayı veya sayma sayısı "1" dir.

Not:

$x, y \in \mathbb{N}$ ifadesi x ve y doğal sayı, $x, y \in \mathbb{N}^+$ ifadesi x ve y pozitif doğal sayı veya sayma sayısı şeklinde okunur.

Örnek

a , b ve c birbirinden farklı doğal sayılar olmak üzere, $a + 4b + 2c$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm

$a + 4b + 2c$ ifadesinin alabileceği en küçük değer bulunurken, denklemde verilen bilinmeyenlere kat sayılarının büyüklüğü ile ters olacak şekilde küçük doğal sayı değerleri verilir.

En büyük katsayı "b" nin olduğu için $b = 0$ sonra en büyük katsayı "c" nin olduğu için $c = 1$ ve son olarak $a = 2$ seçilir.

Böylece; $a + 4b + 2c = 2 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 4$ bulunur.

Örnek

x , y ve z pozitif tam sayıdır.

$3x + 2y + 4z$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 0 B) 7 C) 9 D) 13 E) 16

Çözüm

x , y ve z pozitif tam sayılarının birbirinden farklı olduğu belirtilmediğinden ifadede aynı değer bütün bilinmeyenlere verilebilir. Burada kat sayılarının büyüklüğünün bir önemi yoktur.

Böylece $x = 1$, $y = 1$ ve $z = 1$ seçilirse

$$3x + 2y + 4z = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 9 \text{ bulunur.}$$

Sayılar

Örnek

a ve b doğal sayılardır.

$a + b = 19$ olduğuna göre, a'nın alabileceği kaç değer vardır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

Çözüm

Toplamları sabit olduğundan bilinmeyenlerin birisine değer verilip diğer bilinmeyenlerin değeri hesaplanır.

$$\begin{aligned} \text{Yani } \Rightarrow a &= 0, b = 19 \\ \Rightarrow a &= 1, b = 18 \\ \Rightarrow a &= 2, b = 17 \\ &\vdots \\ \Rightarrow a &= 19, b = 0 \end{aligned}$$

Dolayısıyla a'nın alabileceği 20 değer vardır.

Örnek

x ve y sayma sayıdır.

$x + y = 23$ olduğuna göre, y'nin alabileceği kaç değer vardır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

Çözüm

Toplamları sabit olduğundan bilinmeyenlerin birisine değer verilip diğer bilinmeyenlerin değeri hesaplanır.

$$\begin{aligned} \text{Yani, } \Rightarrow x &= 1, y = 22 \\ \Rightarrow x &= 2, y = 21 \\ &\vdots \\ \Rightarrow x &= 22, y = 1 \end{aligned}$$

Dolayısıyla y'nin alabileceği 22 değer vardır.

Örnek

a ve b pozitif doğal sayılardır.

$a + b = 20$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 119 B) 115 C) 109 D) 107 E) 100

Çözüm

Toplamları sabit olan iki pozitif doğal sayının çarpımının en büyük ve en küçük değeri bulunurken birbirine yakın (duruma göre eşit seçilebilir) değerler ile birbirinden uzak değerler seçilmelidir.

$$a + b = 20 \Rightarrow a = 10, b = 10 \text{ seçilirse } a \cdot b = 100$$

$$a = 1 \quad b = 19 \text{ seçilirse } a \cdot b = 19 \text{ olur.}$$

Dolayısıyla $a \cdot b$ 'nin en büyük değeri 100, en küçük değeri 19 olur. Buradan $a \cdot b$ 'nin alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı $100 + 19 = 119$ bulunur.

Örnek

x ve y doğal sayılar olmak üzere,

$x + y = 27$ olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 208 B) 201 C) 198
D) 186 E) 182

Çözüm

Toplamları sabit olduğundan x ve y'nin birbirine yakın ve birbirinden uzak değerlerine bakılacak olursa,

$$\begin{aligned} x + y = 27 \Rightarrow x &= 13 \quad y = 14 \text{ seçersek } x \cdot y = 182 \\ \Rightarrow x &= 0 \quad y = 27 \text{ seçersek } x \cdot y = 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Dolayısıyla $x \cdot y$ 'nin alabileceği en büyük değer 182 ve en küçük değer 0 olur. Bu değerlerin toplamı ise $182 + 0 = 182$ bulunur.

Örnek

Toplamları 18 olan farklı iki doğal sayının çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 77 B) 78 C) 79 D) 80 E) 81

Çözüm

Toplamları 18 olan iki sayı x ve y seçilirse x ile y birbirinden farklı doğal sayılar olduğundan $x = 10$ ve $y = 8$ seçilir. Böylece $x \cdot y = 80$ olur.

Örnek

a ve b doğal sayılardır.

$a \cdot b = 64$ olduğuna göre, $a + b$ toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 82 B) 81 C) 80 D) 79 E) 78

Çözüm

Çarpımları sabit olan iki doğal sayının toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerler bulunurken sayılar birbirine yakın veya birbirinden uzak seçilmelidir.

Sayılar

Yani $a \cdot b = 64 \Rightarrow a = 8, b = 8$ seçilirse $a + b = 16$
 $a = 1, b = 64$ seçilirse $a + b = 65$ olur.
 Dolayısıyla $a + b$ toplamının alabileceği en büyük
 değer 65, en küçük değer 16 olur. Bu değerlerin
 toplamı ise $65 + 16 = 81$ bulunur.

Örnek

**Çarpımları 48 olan iki doğal sayının toplamının
 alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin
 toplamı kaçtır?**

- A) 63 B) 62 C) 61 D) 60 E) 59

Çözüm

Çarpımları 48 olan iki doğal sayı x ve y olsun.

$$x \cdot y = 48 \Rightarrow x = 8, y = 6 \text{ seçilirse } x + y = 14$$

$$\Rightarrow x = 1, y = 48 \text{ seçilirse } x + y = 49$$

Dolayısıyla $x + y$ toplamının alabileceği en büyük
 değer 49, en küçük değer 14 olur. Buradan bu
 değerlerin toplamı $14 + 49 = 63$ bulunur.

Örnek

**x, y ve z birer doğal sayı olmak üzere, $x + z = 5y$
 olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı aşağıdakilerden
 hangisi olabilir?**

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 27 E) 32

Çözüm

$x + y + z$ toplamında $x + z$ değeri yerine $5y$ yazılırsa
 $x + y + z = \underbrace{x + z}_{5y} + y = 5y + y = 6y$ bulunur.

Dolayısıyla toplamın sonucu 6'nın katları olmalıdır.
 Seçenekler incelenirse 6'nın katı olan tek seçenek 24
 olur.

Örnek

**$a, b, c \in \mathbb{N}^+$ ve $3a = 4b, 5b = 6c$ olmak üzere,
 $a + b + c$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?**

- A) 19 B) 27 C) 38 D) 57 E) 76

Çözüm

Verilen iki eşitlikte ortak bilinmeyen " b " olduğundan
 " a " ve " c " nin değerleri " b " değişkenine bağlı olarak
 yazılacak olursa

$$3a = 4b \Rightarrow a = \frac{4b}{3}$$

$$5b = 6c \Rightarrow c = \frac{5b}{6} \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan } a + b + c = \frac{4b}{3} + \frac{b}{1} + \frac{5b}{6} = \frac{8b + 6b + 5b}{6}$$

$$= \frac{19b}{6}$$

Dolayısıyla;

$$b = 6 \text{ için } a + b + c = 19$$

$b = 12$ için $a + b + c = 38$ 'dir. b değerleri değiştikçe
 $a + b + c$ toplamı 19 ve 19'un katı olmaya devam
 edecektir. Seçenekler incelenirse 27, 19'un katı
 olmadığından $a + b + c$ toplamı 27 olamaz.

Örnek

**x ve y doğal sayı $x + \frac{9}{y} = 6$ olduğuna göre, x 'in
 alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm

$$x + \frac{9}{y} = 6 \text{ denkleminde paydada verilen bilinmeyene;}$$

pay kısmındaki sayıyı bölecek şekilde değerler verilip
 diğer değişkenin değerleri bulunur.

Burada $y = 1, 3, 9$ değerlerini alabilir.

$$\text{O hâlde } x + \frac{9}{y} = 6 \Rightarrow y = 9 \text{ için } x + 1 = 6 \Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow y = 3 \text{ için } x + 3 = 6 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow y = 1 \text{ için } x + 9 = 6 \Rightarrow x = -3$$

x ve y doğal sayı olduğundan x in alabileceği değerler
 $x = 5$ ve $x = 3$ 'tür.

Bu değerlerin toplamı ise $5 + 3 = 8$ bulunur.

Örnek

**a ve b doğal sayılar olmak üzere, $a = \frac{6b + 10}{b}$
 olduğuna göre, b 'nin alabileceği değerler toplamı
 kaçtır?**

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

Çözüm

Verilen ifade aşağıdaki gibi düzenlenecek olursa,

$$a = \frac{6b + 10}{b} = \frac{6b}{b} + \frac{10}{b} \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan } a = 6 + \frac{10}{b} \text{ dir.}$$

a ve b doğal sayı olduğundan $b, 10$ 'u bölen sayılar
 olmalıdır. O hâlde b 'nin alabileceği değerler toplamı
 $1 + 2 + 5 + 10 = 18$ bulunur.

Sayılar

Örnek

x ve y doğal sayıdır.

$5x + 6y = 125$ eşitliğini sağlayan kaç tane (x, y) ikilisi vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$5x + 6y = 125$ eşitliğinde eşitliği sağlayan x ve y değişkenlerinin ilk değerleri bulunur. Daha sonra x'in değerleri bulunurken y'nin katsayısı kadar artırılır (veya azaltılır), y'nin değerleri bulunurken x'in katsayısı kadar artırılır (veya azaltılır).

Yani $5x + 6y = 125 \Rightarrow x = 1$ ve $y = 20$ olur.

$$\Rightarrow x = 7 \text{ ve } y = 15$$

$$\Rightarrow x = 13 \text{ ve } y = 10$$

$$\Rightarrow x = 19 \text{ ve } y = 5$$

$$\Rightarrow x = 25 \text{ ve } y = 0 \text{ olur.}$$

Dolayısıyla (1, 20), (7, 15), (13, 10), (19, 5), (25, 0) olmak üzere 5 tane sıralı ikili bulunur.

TAM SAYILAR

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ kümesine **tam sayılar kümesi** denir. Tam sayılar kümesi negatif tam sayılar kümesi, pozitif tam sayılar kümesi ve $\{0\}$ kümesinin elamanlarının birleşimidir.

1) Negatif Tam Sayılar:

$\mathbb{Z}^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$ kümesine **negatif tam sayılar kümesi** denir.

Negatif tam sayılar kümesi sıfıra yaklaştıkça büyür.

En büyük negatif tam sayı "-1" dir.

2) Pozitif Tam Sayılar:

$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ kümesine **pozitif tam sayılar kümesi** denir.

Pozitif tam sayılar kümesi sıfıra yaklaştıkça küçülür.

En küçük pozitif tam sayı "1" dir.

3) Sıfır (0) pozitif tam sayı veya negatif tam sayı değildir.

Örnek

x, y ve z negatif tam sayıdır.

$4x + 3y + 5z$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 0 B) -8 C) -10
D) -12 E) -22

Çözüm

x, y ve z birbirinden farklı olmadığından alabilecekleri en büyük negatif tam sayı değeri -1'dir.

$x = -1$, $y = -1$ ve $z = -1$ seçilirse

$$4x + 3y + 5z = 4(-1) + 3(-1) + 5(-1) = -12 \text{ bulunur.}$$

Örnek

a, b ve c negatif tam sayıdır.

$$a - b = 9$$

$$b - c = 13$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı en çok kaçtır?

- A) -34 B) -30 C) -27
D) -24 E) -21

Çözüm

Verilen denklemler alt alta toplanarak ortak olan bilinmeyen (yani b) yok edilecek olursa

$$\begin{array}{r} a - b = 9 \\ + b - c = 13 \\ \hline a - c = 22 \end{array}$$

$$a - c = 22 \Rightarrow a = c + 22 \text{ olur.}$$

$$c = -23 \text{ seçilirse } a = -1 \text{ ve } b = -10 \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan } a + b + c = -1 - 10 - 23 = -34 \text{ bulunur.}$$

Örnek

x, y ve z pozitif tam sayıdır.

$3x + 2y + z = 19$ olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı en az kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm

$x + y + z$ 'nin en küçük değeri alabilmesi için katsayısı büyük olan bilinmeyene alabileceği en büyük değer verilerek işlem yapılır.

$$x = 5 \text{ seçilirse } 2y + z = 4$$

$y = 1$ seçilirse $z = 2$ olur. $x + y + z = 5 + 1 + 2 = 8$ bulunur.

($x = 4, y = 3$ ve $z = 1$ seçilirse de eşitlik korunur ve $x + y + z = 4 + 3 + 1 = 8$ olur x, y, z 'ye verilebilecek diğer değerlerde toplam değeri büyür.)

Örnek

a, b ve c farklı pozitif tam sayılardır.

$5a + 3b + c = 36$ olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı en çok kaçtır?

- A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

Çözüm

$a + b + c$ 'nin en büyük değeri alabilmesi için katsayısı büyük olan bilinmeyene alabileceği en küçük değer verilerek işlem yapılır.

$$a = 1 \text{ seçilirse } 3b + c = 31$$

$$b = 2 \text{ seçilirse } c = 25 \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan } a + b + c = 1 + 2 + 25 = 28 \text{ bulunur.}$$

Örnek

x ve y tam sayılardır.

$x \cdot y = 25$ olduğuna göre, $x + y$ toplamı en az kaçtır?

- A) 26 B) 10 C) 0 D) -10 E) -26

Çözüm

x ve y tam sayı olduğundan ifadenin en küçük değerini bulabilmek için x ve y negatif tam sayılar seçilmelidir.

$$\text{O hâlde } x = -1 \text{ ve } y = -25 \text{ seçilirse}$$

$$x + y = -1 - 25 = -26 \text{ bulunur.}$$

Örnek

$x, y, z \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$x \cdot y = 15$$

$$y \cdot z = 20$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı en az kaçtır?

- A) -12 B) -20 C) -24 D) -36 E) -39

Çözüm

x, y ve z tam sayı olduğundan $x + y + z$ toplamının en az olabilmesi için ortak olan bilinmeyene, en büyük negatif tam sayı değeri verilmelidir.

$$\text{O hâlde } y = -1 \text{ seçilirse } x = -15 \text{ ve } z = -20 \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan } x + y + z = -15 - 1 - 20 = -36 \text{ bulunur.}$$

Örnek

x ve y tam sayılardır.

$$x = \frac{15}{y+1} \text{ olduğuna göre, } y \text{'nin alabileceği}$$

değerler toplamı kaçtır?

- A) -8 B) -2 C) 0 D) 4 E) 8

Çözüm

x in tam sayı olabilmesi için $(y + 1)$ in 15 i bölen bir tam sayı olması gerekir.

O hâlde

$$y + 1 = 15 \Rightarrow y = 14 \quad y + 1 = -15 \Rightarrow y = -16$$

$$y + 1 = 5 \Rightarrow y = 4 \quad y + 1 = -5 \Rightarrow y = -6$$

$$y + 1 = 3 \Rightarrow y = 2 \quad y + 1 = -3 \Rightarrow y = -4$$

$$y + 1 = 1 \Rightarrow y = 0 \quad y + 1 = -1 \Rightarrow y = -2$$

Buradan y 'nin alabileceği tam sayı değerleri toplamı $14 + 4 + 2 + 0 + (-16) + (-6) + (-4) + (-2) = -8$ bulunur.

TEK VE ÇİFT
TAM SAYILAR

Çift Tam Sayı

Birler basamağı 0, 2, 4, 6, 8 rakamlarından oluşan tam sayılara **çift tam sayı** denir.

"n" tam sayı olmak üzere çift tam sayılar " $2n$ " ile gösterilir. Çift tam sayılar kümesi

$$\{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots, 2n, \dots\} \text{ şeklinde gösterilir.}$$

Örnek

216, 48, -380, -54, 58792 birer çift tam sayıdır.

Tek Tam Sayı

Birler basamağı 1, 3, 5, 7, 9 rakamlarından oluşan tam sayılara **tek tam sayı** denir.

"n" tam sayı olmak üzere tek tam sayılar " $2n - 1$ " ile gösterilir. Tek tam sayılar kümesi

$$\{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots, 2n - 1, \dots\}$$

şeklinde gösterilir.

Örnek

21, 483, 5475, -647, -1239 birer tek tam sayıdır.