



# ALES

KONU ANLATIMLI

Arti - Yapay  
Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme  
Ayak İzi

Hibrit Kitap  
Teknolojisi



Hibrit kitaba erişebilmek  
için QR kodu okutunuz.





Komisyon

## ALES Tüm Adaylar İçin Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6810-38-9

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılmaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

### 11. Baskı: Ankara

Proje-Yayın Yönetmeni: Nilay Balın

Dizgi-Grafik Tasarım: Gülnur Öcalan

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Koza Yayın Dağıtım AŞ

Saray Mah. 205 cadde No: 4/2

Kahramankazan/ANKARA

Tel: (0312) 385 91 91

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 45553

## İLETİŞİM



Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara



Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60



[www.pegem.net](http://www.pegem.net)



[pegem@pegem.net](mailto:pegem@pegem.net)



0538 594 92 40



[pegemakademi](https://www.instagram.com/pegemakademi)

**Değerli Adaylar,**

Akademik yayın alanında 30 yıllık lider bir kurum olan PEGEM AKADEMİ, Akademik Lisansüstü Eğitimi Giriş Sınavı'nın (ALES) ilk yıllarından bu yana yurt çapındaki en önemli başvuru kaynağıdır. Bu güven ve birikimle yürütülen çalışmalardan biri olan ALES Tüm Adaylar İçin Konu Anlatımlı kitabımız, YÖK tarafından 11.06.2018 tarihinde açıklanan yılda üç kez yapılacağı doğrultusunda en son güncellemeler ile sınav sistemine uygun olarak hazırlanmıştır. Adaylara Sözel Yetenek bölümünde 50 ve Sayısal Yetenek bölümünde de 50 sorudan oluşan toplamda 100 soruluk sınav uygulanacaktır. Sınav süresi 150 dakika olarak belirlenmiştir.

Kitap, bu testleri etkili bir şekilde çözebilmeniz amacıyla, sınavın uygulanmaya başladığı ilk yıllardan günümüze kadarki süreçte konuyla ilgili tüm gelişmeleri yakından takip eden ve bu sınava yönelik çalışmalar yapan uzman eğitimcilerce hazırlanmıştır.

Bu kitap, uzun bir birikimin ve yoğun bir emeğin ürünüdür. Kitapla ilgili görüş ve önerileriniz bu ürünün niteliğini daha da arttıracaktır. Değerli görüş ve önerilerinizi [pegem @ pegem.net](mailto:pegem@pegem.net) aracılığıyla ya da **0538 594 92 40** numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

Karekod okutmak için tavsiye edilen uygulamalar



QR Droid



Qrafter

Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak ulaşabilirsiniz.



<https://depo.pegem.net/ales-ka-guncellemeler.pdf>

Soruların çözümleri için QR kodu okutunuz.



<https://depo.pegem.net/ales-ka-cozumler.pdf>

## TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

### Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



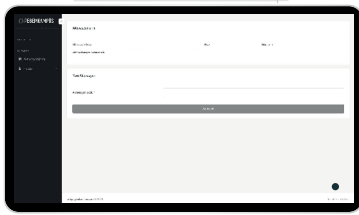
- Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
- Konu sonu testlerini çözebilir.



Detaylı anlatım için  
QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılıklarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

### Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:



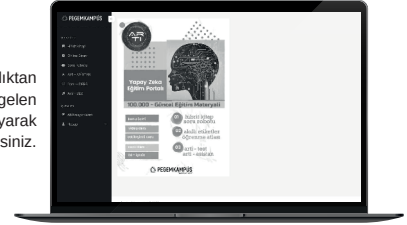
Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna [arti.pegemkampus.com](http://arti.pegemkampus.com) yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.



Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "Aktivasyonlarım" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.



Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "Hibrit Kitap" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



**Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.  
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.12.2024 tarihine kadar geçerlidir.**



**Pegem Kampüs İletişim Hattı  
0312 418 51 55**

## MATEMATİK

## SAYILAR

Sayı Kümeleri .....	2
Doğal Sayılar .....	3
Tam Sayılar .....	6
Tek ve Çift Tam Sayılar .....	7
Pozitif ve Negatif Sayılar .....	9
Ardışık Sayılar .....	11
Asal Sayı .....	16
Aralarında Asal Sayılar .....	17
Basamak Analizi .....	18
Çözümleme .....	23
Faktöriyel .....	25
<b>Çözümlü Test 1-8 .....</b>	<b>29</b>

## BÖLME - BÖLÜNEBİLME KURALLARI

Bölme .....	44
Bölünebilme Kuralları .....	48
<b>Çözümlü Test 1-2 .....</b>	<b>55</b>

## ASAL ÇARPANLARA AYIRMA EBOB-EKOK

Asal Çarpanlara Ayırma .....	60
Bir Tam Sayının Bölenleri .....	61
En Büyük Ortak Bölen (EBOB) .....	64
En Küçük Ortak Kat (EKOK) .....	67
<b>Çözümlü Test 1-2 .....</b>	<b>73</b>

## BİRİNCİ DERECE DENKLEMLER

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler .....	78
Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler .....	81
Denklemler Sistemi .....	82
Özel Denklemler .....	84
<b>Çözümlü Test .....</b>	<b>87</b>

## RASYONEL SAYILAR

Kesir ve Kesir Türleri .....	90
Rasyonel Sayılarda Dört İşlem .....	93
Ondalık Kesir .....	96
Rasyonel Sayılarda Sıralama .....	100
İki Rasyonel Sayı Arasındaki Sayıları Yazma .....	102
<b>Çözümlü Test 1-2 .....</b>	<b>103</b>

## ÜSLÜ SAYILAR

Üslü Sayılar .....	108
Üslü Sayılarda Dört İşlem .....	111
<b>Çözümlü Test .....</b>	<b>117</b>

## KÖKLÜ SAYILAR

Köklü Sayılar .....	120
Köklü Sayılarda Dört İşlem .....	124
Kök Dışındaki Bir Sayının Kök İçine Alınması .....	129
Eşlenik (Paydayı Kökten Kurtarma) .....	129
İç İçe Sonlu Kökler .....	131
İç İçe Sonsuz Kökler .....	133
$\sqrt{A \mp 2\sqrt{B}}$ İfadesinin Kök Dışına Çıkarılması .....	134
Köklü Sayılarda Sıralama .....	135
Köklü Sayılarda Denklem Çözme .....	136
<b>Çözümlü Test .....</b>	<b>138</b>

## ÇARPANLARA AYIRMA

Çarpanlara Ayırma .....	141
Özdeşlikler .....	144
III. Dereceden Özdeşlikler .....	149
<b>Çözümlü Test .....</b>	<b>151</b>

**EŞİTSİZLİK - MUTLAK DEĞER**

Eşitsizlikler .....	154
Reel (Gerçel) Sayı Aralıkları .....	158
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler .....	158
Eşitsizlikler ve İşaret İncelemesi .....	160
Mutlak Değer .....	162
<b>Çözümlü Test 1-2 .....</b>	<b>167</b>

**ORAN - ORANTI**

Oran - Orantı .....	172
Orantı Türleri .....	175
Ortalamalar .....	179
Aritmetik Ortalama .....	179
Geometrik Ortalama .....	181
<b>Çözümlü Test 1-2 .....</b>	<b>183</b>

**PROBLEMLER**

Denklem Kurma Problemleri .....	188
Yaş Problemleri .....	195
Yüzde Problemleri .....	198
Faiz Problemleri .....	199
Kâr - Zarar Problemleri .....	201
Karışım Problemleri .....	204
İşçi Problemleri .....	206
Havuz Problemleri .....	208
Hareket Problemleri .....	210
<b>Çözümlü Test 1-10 .....</b>	<b>216</b>

**KÜMELER**

Küme .....	245
Kümelerde İşlemler .....	247
Alt Küme .....	251
Küme Problemleri .....	252
<b>Çözümlü Test .....</b>	<b>255</b>

**FONKSİYON - İŞLEM - MODÜLER ARİTMETİK**

Bağıntı .....	258
Fonksiyon .....	258
İşlem .....	265
Modüler Aritmetik .....	271
<b>Çözümlü Test 1-2 .....</b>	<b>277</b>

**PERMÜTASYON - KOMBİNASYON - OLASILIK**

Saymanın Temel Kuralları .....	286
Permütasyon (Sıralama) .....	288
Kombinasyon (Gruplama) .....	292
Olasılık .....	297
<b>Çözümlü Test 1-3 .....</b>	<b>304</b>

**TABLO VE GRAFİKLER**

Tablo ve Yorumlama .....	311
Grafik ve Yorumlama .....	314
<b>Çözümlü Test 1-2 .....</b>	<b>323</b>

**SAYISAL MANTIK**

Sayısal Mantık Problemleri (Diziler) .....	331
Sayısal Mantık Problemleri (Tablo ve Şekil) .....	335
Akıl Yürütme .....	343
Görsel Yetenek .....	349
<b>Cevaplı Test 1-4 .....</b>	<b>356</b>

## GEOMETRİ

GEOMETRİK KAVRAMLAR VE  
DOĞRUDA AÇILAR

Geometrik Kavramlar .....	379
Açılar .....	379
Açı Çeşitleri .....	380
Açıortay .....	380
Tümler Açılar .....	381
Bütünler Açılar .....	381
Ters Açılar .....	382
Paralel İki Doğrunun Bir Kesen ile Yaptığı Açılar .....	382
Paralel İki Doğrunun Birden Çok Kesen ile Meydana Getirdiği Açılar .....	382
Kenarları Paralel Açılar .....	384
Kenarları Dik Açılar .....	384
Üçgenler .....	387
Üçgen Çeşitleri .....	387
Üçgende Temel ve Yardımcı Elemanlar .....	388
Üçgende Açılar ile İlgili Özellikler .....	389
Dik Üçgen .....	393
Üçgende Açıortay Teoremleri .....	398
Üçgende Kenarortay Teoremleri .....	402
İkizkenar Üçgen .....	406
Eşkenar Üçgen .....	408
Üçgende Alan .....	412
Üçgende Benzerlik .....	417
Üçgende Açı - Kenar Bağıntıları .....	425
Üçgen Eşitsizliği .....	425
<b>Cevaplı Test 1-17 .....</b>	<b>430</b>

## ÇOKGENLER VE DÖRTGENLER

Çokgenler .....	465
Dörtgenler .....	471
Paralelkenar .....	474
Eşkenar Dörtgen .....	478
Dikdörtgen .....	479
Kare .....	481
Yamuk .....	483
Deltoid .....	488
<b>Cevaplı Test 1-5 .....</b>	<b>489</b>

## ÇEMBER VE DAİRE

Çemberde Açı .....	500
Çemberde Yardımcı Elemanlar .....	500
Çemberde Yay ve Açı Özellikleri .....	501
Çemberde Kiriş Yay Özellikleri .....	505
Kirişler Dörtgeni .....	505
Çemberde Uzunluk .....	506
İki Çemberin Ortak Teğetleri .....	509
İki Çemberin Birbirine Göre Durumları .....	511
Üçgen Çemberleri .....	511
Teğetler Dörtgeni .....	512
Dairede Alan .....	513
<b>Cevaplı Test 1-3 .....</b>	<b>517</b>

## ANALİTİK GEOMETRİ

Noktanın Analitik İncelenmesi .....	524
Doğrunun Analitik İncelenmesi .....	531
Simetriler .....	541
Eşitsizlikler .....	546
<b>Cevaplı Test .....</b>	<b>548</b>

## KATI CİSİMLER

Prizma .....	551
Dikdörtgenler Prizması .....	552
Küp .....	554
Silindir .....	554
Piramit .....	557
Küre .....	561
<b>Cevaplı Test 1-2 .....</b>	<b>562</b>

## TÜRKÇE

## SÖZCÜKTE ANLAM

Sözcüğün Anlam Özellikleri .....	567
Sözcüklerde Anlam İlişkileri .....	572
Sözcüklerde Anlam Olayları .....	574
Kalıplaşmış Söz Öbekleri .....	579
<b>Çözümlü Test .....</b>	<b>585</b>
<b>Cevaplı Test .....</b>	<b>592</b>

## CÜMLEDE ANLAM

Cümlenin Yorumu .....	596
Cümlenin Yapısı .....	603
Cümlenin Anlamı .....	607
<b>Çözümlü Test .....</b>	<b>622</b>
<b>Cevaplı Test .....</b>	<b>630</b>

## ANLATIM BİÇİMLERİ

Anlatım Biçimleri .....	635
Öyküleyici Anlatım .....	635
Betimleyici Anlatım .....	635
Açıklayıcı Anlatım .....	636
Tartışmacı Anlatım .....	636
Düşünceyi Geliştirme Yolları .....	637
Anlatım Nitelikleri .....	639
<b>Çözümlü Test .....</b>	<b>641</b>
<b>Cevaplı Test .....</b>	<b>645</b>

## PARAGRAF

Paragraf .....	651
Paragrafın İçeriği .....	652
Paragrafta Konu .....	652
Paragrafta Başlık .....	653
Paragrafta Ana Düşünce .....	653
Paragrafta Yardımcı Düşünceler .....	654
Paragrafta Tanıtılan Kişiyle İlgili Sorular .....	657
Parçaya (Metne) Dayalı Sorular .....	657
Tek Sorulu Paragraflar.....	658
İki Sorulu Paragraflar.....	659
Üç Sorulu Paragraflar .....	661
Dört Sorulu Paragraflar .....	664
Paragrafın Yapısı .....	665
<b>Çözümlü Test .....</b>	<b>675</b>
<b>Cevaplı Test .....</b>	<b>686</b>

## SÖZEL MANTIK

Sözel Mantık .....	691
Soru Çözümünde Yararlanılabilecek Yöntemler .....	692
Sözel Mantık Soru Tipleri ve Örnek Çözümleri .....	699
Çıkarım Soruları .....	699
Şifreleme Soruları .....	700
Sıralama Soruları .....	701
Yer-Konum Bildiren Sorular .....	702
Yer-Yön Bildiren Sorular .....	705
Özne-Nesne İlişkili Sorular .....	706
Tablo Yorumlama Soruları .....	707
<b>Çözümlü Test .....</b>	<b>710</b>
<b>Cevaplı Test .....</b>	<b>715</b>



- *Sayı Kümeleri*
- *Doğal Sayılar*
- *Tam Sayılar*
- *Tek ve Çift Sayılar*
- *Pozitif ve Negatif Sayılar*
- *Ardışık Sayılar*
- *Asal Sayılar*
- *Aralarında Asal Sayılar*
- *Basamak Analizi*
- *Çözümleme*
- *Faktöriyel*
- *Çözümlü Testler 1-7*

**RAKAM:** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 gibi tek haneli sembollere **rakam** denir.

**SAYI:** Rakamların tek başlarına veya bir çokluk oluşturacak şekilde bir araya gelmesiyle oluşan ifadelere **sayı** denir.

#### Örnek

- 7 bir rakam aynı zamanda bir sayıdır.
- 36 iki rakamdan oluşan bir sayıdır.
- 712 üç rakamdan oluşan bir sayıdır.
- 5391 dört rakamdan oluşan negatif bir sayıdır.

## SAYI KÜMELERİ

### 1. Sayma Sayıları Kümesi

{1,2,3,...} kümesine **sayma sayıları kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına bir **sayma sayısı** denir. Sayma sayıları kümesi " $\mathbb{N}^+$ " sembolü ile gösterilir.

### 2. Doğal Sayılar Kümesi

{0,1,2,3,...} kümesine **doğal sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına bir **doğal sayı** denir. Doğal sayılar kümesi " $\mathbb{N}$ " sembolü ile gösterilir.

### 3. Tam Sayılar Kümesi

{....., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, .....} kümesine **tam sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına bir **tam sayı** denir. Tam sayılar kümesi " $\mathbb{Z}$ " sembolü ile gösterilir.

Tam sayılar kümesi üç parçaya ayrılır.

#### a) Negatif Tam Sayılar Kümesi

Sıfırdan küçük (sıfırın solunda olan) sayıların oluşturduğu kümeye **negatif tam sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına **negatif tam sayı** denir. Negatif tam sayılar kümesi " $\mathbb{Z}^-$ " sembolü ile gösterilir.

" $\mathbb{Z}^-$ " = {....., -3, -2, -1} dir.

Negatif tam sayılar sıfıra yaklaştıkça büyürler. Dolayısıyla en büyük negatif tam sayı "-1" dir.

#### b) Pozitif Tam Sayılar Kümesi

Sıfırdan büyük (sıfırın sağında olan) sayıların oluşturduğu kümeye **pozitif tam sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına **pozitif tam sayı** denir. Pozitif tam sayılar kümesi " $\mathbb{Z}^+$ " sembolü ile gösterilir. " $\mathbb{Z}^+$ " = {1,2,3,.....} dir.

Pozitif tam sayılar sıfıra yaklaştıkça küçülürler. Dolayısıyla en küçük pozitif tam sayı "1"dir.

c) Sıfır bir tam sayıdır, fakat işaretsizdir. Yani pozitif ya da negatif tam sayı değildir.

### 4. Rasyonel Sayılar Kümesi

a ve b birer tam sayı ve  $b \neq 0$  olsun.  $\frac{a}{b}$  şeklinde yazılabilen sayıların oluşturduğu kümeye **rasyonel sayılar kümesi** bu kümenin her bir elemanına bir **rasyonel sayı** denir.

Rasyonel sayılar kümesi "Q" sembolü ile gösterilir.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\} \text{ dir.}$$

#### Örnek

$\frac{3}{8}, -\frac{12}{17}, 4, -25$  ..... birer rasyonel sayıdır.

### 5. İrrasyonel Sayılar Kümesi

Rasyonel olmayan sayılara yani iki tam sayının bölümü şeklinde yazılamayan sayıların kümesine **irrasyonel sayılar kümesi** bu kümenin her bir elemanına bir **irrasyonel sayı** denir. İrrasyonel sayılar kümesi "Q" sembolü ile gösterilir.

#### Örnek

$\sqrt{10}, \sqrt[3]{-7}, \frac{\sqrt{13}}{5}, \dots$  birer irrasyonel sayıdır.

### 6. Reel (Gerçel, Gerçek) Sayılar Kümesi

Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşim kümesine **reel sayılar kümesi** bu kümenin her bir elemanına bir **reel sayı** denir.

Reel sayılar kümesi "R" sembolü ile gösterilir.

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^c$  şeklinde ifade edilir.

#### Örnek

**a ve b birer rakam olmak üzere,  $3a + 4b$  ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?**

- A) 65    B) 63    C) 60    D) 57    E) 54

#### Çözüm

İfadede kullanılacak rakamların farklı olup olmadığına dikkat edilmelidir. a ve b birbirinden farklı rakamlar denilmediğinden  $3a + 4b$  ifadesinde en büyük değer elde etmek için a = 9 ve b = 9 seçilmelidir. Böylece  $3a + 4b = 3 \cdot 9 + 4 \cdot 9 = 27 + 36 = 63$  bulunur.

#### Örnek

**a, b ve c birbirinden farklı rakamlar olmak üzere,  $5a + 6b + 3c$  ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?**

- A) 115    B) 110    C) 105    D) 100    E) 95

## Çözüm

Verilen ifadede rakamların farklı olması istendiğinden ve en büyük değer sorulduğundan en büyük üç rakam 7, 8 ve 9 seçilmelidir.

İfadede toplamın en büyük değeri sorulduğundan katsayısı en büyük olan bilinmeyene en büyük rakam değeri verilir.

O hâlde  $a = 8$ ,  $b = 9$ ,  $c = 7$  seçilirse

$$\begin{aligned} 5a + 6b + 3c &= 5 \cdot 8 + 6 \cdot 9 + 3 \cdot 7 \\ &= 40 + 54 + 21 \\ &= 115 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## Örnek

$x$ ,  $y$  ve  $z$  birbirinden farklı rakamlar olmak üzere,  $4x + 2y + 7z$  ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

## Çözüm

Verilen ifadede rakamların farklı olması istendiğinden ve en küçük değer sorulduğundan en küçük üç rakam 0, 1 ve 2 seçilmelidir.

Küçük değer elde etmek için bu değerler katsayılarının büyüklük sırası ile ters olacak şekilde seçilmelidir.

Yani  $x = 1$ ,  $y = 2$ ,  $z = 0$  seçilirse

$$\begin{aligned} 4x + 2y + 7z &= 4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 7 \cdot 0 \\ &= 4 + 4 + 0 \\ &= 8 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## Örnek

$x$ ,  $y$  ve  $z$  birbirinden farklı rakamlardır.

Buna göre,  $4x + 3y - 8z$  ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -72      B) -69      C) -68      D) 7      E) 10

## Çözüm

Soruda rakamların farklı olması istendiğinden ve en küçük değer sorulduğundan katsayısı pozitif olan bilinmeyenlere küçük, katsayısı negatif olan bilinmeyenlere büyük değer verilmelidir. Yani,  $x = 0$ ,  $y = 1$  ve  $z = 9$  seçilmelidir.

$$\begin{aligned} 4x + 3y - 8z &= 4 \cdot 0 + 3 \cdot 1 - 8 \cdot 9 = 3 - 72 = -69 \\ &\text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## DOĞAL SAYILAR

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  kümesine **doğal sayılar kümesi** denir. En küçük doğal sayı "0" dir.

$\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$  kümesine **pozitif doğal sayılar kümesi** denir.

En küçük pozitif doğal sayı veya sayma sayısı "1" dir.

## Not:

$x, y \in \mathbb{N}$  ifadesi  $x$  ve  $y$  doğal sayı,  $x, y \in \mathbb{N}^+$  ifadesi  $x$  ve  $y$  pozitif doğal sayı veya sayma sayısı şeklinde okunur.

## Örnek

$a$ ,  $b$  ve  $c$  birbirinden farklı doğal sayılar olmak üzere,  $a + 4b + 2c$  ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 0      B) 4      C) 6      D) 8      E) 10

## Çözüm

$a + 4b + 2c$  ifadesinin alabileceği en küçük değer bulunurken, denklemde verilen bilinmeyenlere kat sayılarının büyüklüğü ile ters olacak şekilde küçük doğal sayı değerleri verilir.

En büyük katsayı "b" nin olduğu için  $b = 0$  sonra en büyük katsayı "c" nin olduğu için  $c = 1$  ve son olarak  $a = 2$  seçilir.

Böylece;  $a + 4b + 2c = 2 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 4$  bulunur.

## Örnek

$x$ ,  $y$  ve  $z$  pozitif tam sayıdır.

$3x + 2y + 4z$  ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 0      B) 7      C) 9      D) 13      E) 16

## Çözüm

$x$ ,  $y$  ve  $z$  pozitif tam sayılarının birbirinden farklı olduğu belirtilmediğinden ifadede aynı değer bütün bilinmeyenlere verilebilir. Burada kat sayılarının büyüklüğünün bir önemi yoktur.

Böylece  $x = 1$ ,  $y = 1$  ve  $z = 1$  seçilirse

$$3x + 2y + 4z = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 9 \text{ bulunur.}$$

## Örnek

a ve b doğal sayılardır.

$a + b = 19$  olduğuna göre, a'nın alabileceği kaç değer vardır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

## Çözüm

Toplamları sabit olduğundan bilinmeyenlerin birisine değer verilip diğer bilinmeyen değeri hesaplanır.

$$\begin{aligned} \text{Yani } \Rightarrow a = 0, b = 19 \\ \Rightarrow a = 1, b = 18 \\ \Rightarrow a = 2, b = 17 \\ \vdots \\ \Rightarrow a = 19, b = 0 \end{aligned}$$

Dolayısıyla a'nın alabileceği 20 değer vardır.

## Örnek

x ve y sayma sayısıdır.

$x + y = 23$  olduğuna göre, y nin alabileceği kaç değer vardır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

## Çözüm

Toplamları sabit olduğundan bilinmeyenlerin birisine değer verilip diğer bilinmeyen değeri hesaplanır.

$$\begin{aligned} \text{Yani, } \Rightarrow x = 1, y = 22 \\ \Rightarrow x = 2, y = 21 \\ \vdots \\ \Rightarrow x = 22, y = 1 \end{aligned}$$

Dolayısıyla y'nin alabileceği 22 değer vardır.

## Örnek

a ve b pozitif doğal sayılardır.

$a + b = 20$  olduğuna göre,  $a \cdot b$  çarpımının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 119 B) 115 C) 109 D) 107 E) 100

## Çözüm

Toplamları sabit olan iki pozitif doğal sayının çarpımının en büyük ve en küçük değeri bulunurken birbirine yakın (duruma göre eşit seçilebilir) değerler ile birbirinden uzak değerler seçilmelidir.

$$a + b = 20 \Rightarrow a = 10, b = 10 \text{ seçilirse } a \cdot b = 100$$

$$a = 1 \quad b = 19 \text{ seçilirse } a \cdot b = 19 \text{ olur.}$$

Dolayısıyla  $a \cdot b$ 'nin en büyük değeri 100, en küçük değeri 19 olur. Buradan  $a \cdot b$ 'nin alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı  $100 + 19 = 119$  bulunur.

## Örnek

x ve y doğal sayılar olmak üzere,

$x + y = 27$  olduğuna göre,  $x \cdot y$  çarpımının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 208 B) 201 C) 198  
D) 186 E) 182

## Çözüm

Toplamları sabit olduğundan x ve y nin birbirine yakın ve birbirinden uzak değerlerine bakılacak olursa,

$$\begin{aligned} x + y = 27 \Rightarrow x = 13 \quad y = 14 \text{ seçersek } x \cdot y = 182 \\ \Rightarrow x = 0 \quad y = 27 \text{ seçersek } x \cdot y = 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Dolayısıyla  $x \cdot y$ 'nin alabileceği en büyük değer 182 ve en küçük değer 0 olur. Bu değerlerin toplamı ise  $182 + 0 = 182$  bulunur.

## Örnek

Toplamları 18 olan farklı iki doğal sayının çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 77 B) 78 C) 79 D) 80 E) 81

## Çözüm

Toplamları 18 olan iki sayı x ve y seçilirse x ile y birbirinden farklı doğal sayılar olduğundan  $x = 10$  ve  $y = 8$  seçilir. Böylece  $x \cdot y = 80$  olur.

## Örnek

a ve b doğal sayılardır.

$a \cdot b = 64$  olduğuna göre,  $a + b$  toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 82 B) 81 C) 80 D) 79 E) 78

## Çözüm

Çarpımları sabit olan iki doğal sayının toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerler bulunurken sayılar birbirine yakın veya birbirinden uzak seçilmelidir.