KPSS
2024
ÖABT

VİDEO DESTEKLİ

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

LİSE MATEMATİK

ANALİZ
DİFERANSİYEL DENKLEMLER
KONU ANLATIMLI

Arti - Yapay Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme Ayak İzi

Hibrit Kitap Teknolojisi

kitaptan çok daha fazlası

3D içerik - etkileşimler - quizler - konu anlatımları - videolar -

ARTI

Hibrit kitaba erişebilmek için QR kodu okutunuz.

PEGEM AKADEMİ

Komisyon

ÖABT Lise Matematik Analiz Diferansiyel Denklemler Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6890-83-1

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere http://pegem.net adresinden ulaşılabilmektedir.

11. Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balin
Dizgi-Grafik Tasarım: İlknur Öztürk
Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara
Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818
Matbaa Sertifika No: 47865

İletişim

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.
No: 141/33, Yenimahalle/Ankara
Yayınevi: 0312 430 67 50
Dağıtım: 0312 434 54 24
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60
İnternet: www.pegem.net
E-ileti: pegem@pegem.net
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "Lise Matematik Öğretmenliği 1. Kitap" adlı yayınımız Analiz ve Diferansiyel Denklemler bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) Lise Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır. Sorunuz en kısa sürede ekibimiz tarafından cevaplandırılacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...

Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak ulaşabilirsiniz.

https://depo.pegem.net/2024oabt-lisemat-ka-guncelleme.pdf

TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;

1. Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
2. Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
3. Konu sonu testlerini çözebilir.

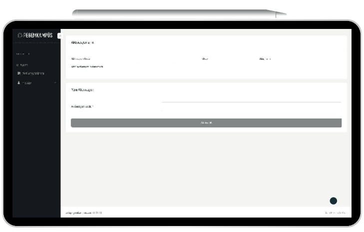
Detaylı anlatım için QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:

1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna **arti.pegemkampus.com** yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.

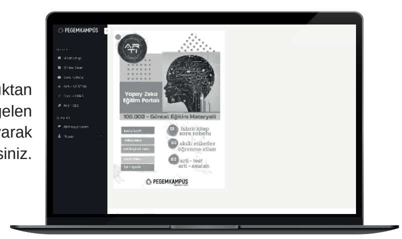


2. Adım Aktivasyon

Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan **"Aktivasyonlarım"** sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.

3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen **"Hibrit Kitap"** sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.

Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM

FONKSİYONLAR

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR

LİMİT

TÜREV

İNTEGRAL

ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLAR

KUTUPSAL KOORDİNATLAR

DİZİLER – SERİLER

2. BÖLÜM

DİFERANSİYEL DENKLEMLER

DEĞİŞKENLERİNE AYRILABİLİR DENKLEMLER

BİRİNCİ MERTEBEDEN n. DERECEDEN DİFERANSİYEL DENKLEMLER

YÜKSEK MERTEBEDEN LİNEER DİFERANSİYEL DENKLEMLER

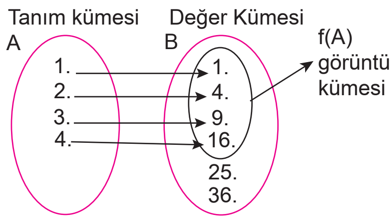
FONKSİYONLAR

A ve B boş olmayan kümeleri için "A'nın" her elemanını "B'nin" bir ve yalnız bir elemanına eşleyen f bağıntısına A'dan B'ye fonksiyon denir.

Ya da;

$\forall x_1, x_2 \in A$ için $x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$ f'ye A'dan B'ye bir fonksiyon denir. Ayrıca bu tanıma fonksiyonun iyi tanımlılığı denir.

$f : A \longrightarrow B$ veya $x \longrightarrow y = f(x)$ biçiminde gösterilir. Burada x'e bağımsız değişken y'ye x'e bağlı bağımlı değişken denir.



Fonksiyon Kümelerinde İşlemler

$f : A \longrightarrow B$, $g : C \longrightarrow D$ fonksiyonları için

$\forall x \in A \cap C$ için

- $f(x) \pm g(x) = (f + g)(x)$
- $f(x) \cdot g(x) = (f \cdot g) \cdot (x)$
- $\dfrac{f(x)}{g(x)} = \left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$, $g(x) \neq 0$

Yani iki fonksiyonda işlem yapılırken iki fonksiyonun tanım kümelerinin kesişimi alınır.

Örnek

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 5\}$ **kümeleri için**

$f : A \longrightarrow R$, $y = f(x) = x^2$

$g : B \longrightarrow R$, $y = g(x) = x + 1$

şeklinde tanımlanıyor. Buna göre

A) $(f + g)(x)$

B) $(f \cdot g)(x)$
tanım ve görüntü kümelerini bulalım.

Çözüm

f için $\{(1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$
$x \longrightarrow x^2$
g için $\{(2, 3)\ (4, 5), (5, 6)\}$
$x \longrightarrow x + 1$ olur.
Şimdi $(f + g)(x)$ $A \cap B = \{2\}$ olduğundan
$(f \cdot g)(x)$
$(f + g)(2) = f(2) + g(2)$
$= 4 + 3$
$= 7$

Yani $\{(2, 7)\}$ olur.
$(f \cdot g)(2) = f(2) \cdot g(2)$
$= 4 \cdot 3$
$= 12$ olur.
Yani $\{(2, 12)\}$ olur.

Örnek

$f : [-1, 2) \longrightarrow R$

$f(x) = x^2 - 2x + 5$

fonksiyonunun görüntü kümesini bulalım.

Çözüm

$f(x) = x^2 - 2x + 5$ kartezyen koordinatlarda parabol belirtir.

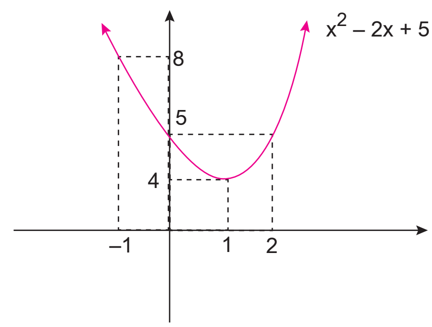
T(r, k) tepe noktası koordinatları olup

$r = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-2}{2} = 1$ apsis

$f(r) = k \longrightarrow f(1) = 1 - 2 + 5 =$ ordinat

$x = 0$ için $y = 5$ olur.

$x^2 - 2x + 5 = 0$ için $\Delta < 0$ olduğundan denklemin reel kökü yoktur dolayısıyla x eksenini kesmez.



$f(-1) = 1 + 2 + 5 = 8$

$f(2) = 4 - 4 + 5 = 5$

$f(1) = 4$ olduğundan Ç.K = [4, 8] olur.

Ya da;

Bu tarz sorularda uç değerler bulunur.

$f(-1) = 8$

$f(2) = 5$

Sonra tanım kümesi içinde kalan ekstremum noktalar bulunur.

$f'(x) = 2x - 2 = 0$ $\quad x = 1$ olur.

$f(1) = 4$ olur. Görüntü kümesi bulunur.

[4, 8] dir.

Örnek

$f : (-2, 4) \longrightarrow R$

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$

fonksiyonunun görüntü kümesini bulalım.

Çözüm

$$f(-2) = -\frac{8}{2} - 4 + 6 + 1$$

$$= 3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$$

$$f(4) = \frac{64}{3} - 16 - 12 + 1$$

$$= -27 + \frac{64}{3}$$

$$= -\frac{17}{3}$$

$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x - 3) \cdot (x + 1) = 0$

$x_1 = 3 \quad x = -1$ Tanım kümesi aralığında olduğunda

$$f(1) = \frac{1}{3} - 1 - 3 + 1$$

$$= -3 + \frac{1}{3} = -\frac{8}{3}$$

Ç. K = $\left[-8, \frac{1}{3} \right]$ olarak bulunur.

FONKSİYON ÇEŞİTLERİ

Birebir Fonksiyon

A, B $\neq \varnothing$ olmak üzere;

$f : A \longrightarrow B$ fonksiyon olsun.

$\forall x_1, x_2 \in A$ için;

$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ oluyorsa f fonksiyonuna birebir fonksiyon denir.

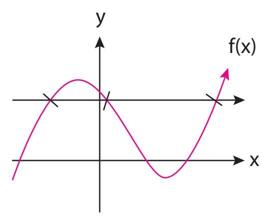
Ayrıca; $p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$ olduğundan

$\forall x_1, x_2 \in A$ için

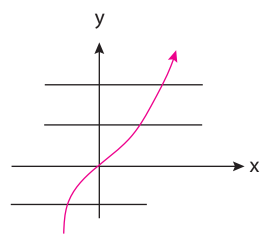
$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ koşulu da fonksiyonun birebirliğini belirtir.

Uyarı !

Grafiği verilen fonksiyon birebir olup olmadığı araştırılırken x eksenine paralel doğru çizilir. Paralel doğrular grafiği tek noktada kesiyorsa fonksiyon birebir, birden fazla noktada kesiyorsa birebir değildir.



$f : R \longrightarrow R$
Birebir değil.



$g : R \longrightarrow R$
Birebirdir.

A ve B sonlu iki küme olmak üzere;

NOT

$f : A \rightarrow B$ fonksiyon olsun;

- $s(A) > s(B)$ ise f birebir değildir.
- $s(A) = m$, $s(B) = n$ ve $m \leq n$ olmak üzere $f : A \rightarrow B$ birebir fonksiyon sayısı $P(m, n)$'dir.
- $g : R \rightarrow R$ fonksiyon olsun.
- Sabit fonksiyonlar birebir değildir.
- Çift fonksiyonlar birebir değildir.
- Periyodik fonksiyonlar (sinx, cosx) birebir olmaz.
- Fonksiyonun ekstremum noktası varsa birebir olmaz.
- Bir fonksiyon daima artan ya da daima azalan ise birebirdir.

KPSS 2024 ÖABT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

VİDEO DESTEKLİ

LİSE MATEMATİK

SOYUT CEBİR
LİNEER CEBİR

KONU ANLATIMLI

Arti - Yapay Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme Ayak İzi

Hibrit Kitap Teknolojisi

kitaptan çok daha fazlası

3D içerik - etkileşimler - quizler - konu anlatımları - videolar

ARTI

Hibrit kitaba erişebilmek için QR kodu okutunuz.

PEGEM AKADEMİ

Komisyon
ÖABT Lise Matematik Soyut Cebir - Lineer Cebir Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6890-83-1

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere http://pegem.net adresinden ulaşılabilmektedir.

11. Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balin
Dizgi-Grafik Tasarım: İlknur Öztürk
Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara
Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818
Matbaa Sertifika No: 47865

İletişim

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.
No: 141/33, Yenimahalle/Ankara
Yayınevi: 0312 430 67 50
Dağıtım: 0312 434 54 24
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60
İnternet: www.pegem.net
E-ileti: pegem@pegem.net
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "Lise Matematik Öğretmenliği Soyut Cebir - Lineer Cebir 2. Kitap" adlı yayınımız Soyut Cebir - Lineer Cebir bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) Lise Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır. Sorunuz en kısa sürede ekibimiz tarafından cevaplandırılacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...

Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak ulaşabilirsiniz.

https://depo.pegem.net/2024oabt-lisemat-ka-guncelleme.pdf

TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;

1. Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
2. Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
3. Konu sonu testlerini çözebilir.

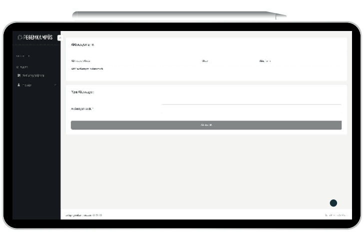
Detaylı anlatım için QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:

1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna **arti.pegemkampus.com** yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.

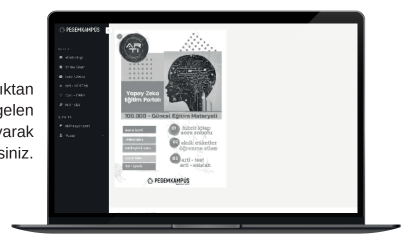


2. Adım Aktivasyon

Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan **"Aktivasyonlarım"** sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.

3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen **"Hibrit Kitap"** sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.

Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

İÇİNDEKİLER

SOYUT CEBİR

LİNEER CEBİR

SOYUT CEBİR

1. Sayılar ve Özellikleri

Rakam

Sayıları yazmaya yarayan sembollere rakam denir. Kullandığımız onluk sistemdeki rakamların kümesi {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} dur.

Rakamlarla oluşturulan ifadelere sayı denir.

Sayma Sayıları

{1, 2, 3, 4, ...} kümesi sayma sayılar kümesidir.

Doğal Sayılar

N = {0, 1, 2, 3, ...} kümesidir. N^+ = {1, 2, 3, ...} pozitif doğal sayılar kümesini ifade eder.

Tam Sayılar

Z = {..., –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...} kümesidir.
Tam sayılar kümesi üç ana bölümden oluşur. Negatif tam sayılar (Z^-), pozitif tam sayılar (Z^+) ve {0} kümesidir. Ayrıca $Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$ dır.

Aralarında Asallık

p ve q sıfırdan farklı iki pozitif tam sayı olsun. p ve q sayılarını ortak olarak bölen en büyük pozitif tam sayı 1 ise p ve q aralarında asaldır denir.

Rasyonel Sayılar

$Q = \{\frac{p}{q}$: p ve q aralarında asal, $q \neq 0\}$ kümesidir.

İrrasyonel Sayılar

I = Q´ sembolleriyle gösterilir yukarıda tanımlanan $\frac{p}{q}$ tipinde yazılamayan sayılardan oluşur. Yani rasyonel olmayan reel sayılara irrasyonel sayı denir.

Reel Sayılar

Rasyonel ve irrasyonel sayıların birleşim kümesidir. R ile gösterilir. $R = Q \cup Q´$ dür.

Örnek

x, y, z ∈ Z olmak üzere,

$x \cdot y = 12$, $y \cdot z = 4$ ve $x \cdot z = 3$

eşitliklerini sağlayan x, y, z sayılarının en büyük toplamı en küçük toplamından kaç fazladır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm

$\frac{x \cdot y}{y \cdot z} = \frac{12}{4} \Rightarrow \frac{x}{z} = 3 \Rightarrow x = 3 \cdot z$ bulunur.

Bu ifade x·z = 3 eşitliğinde yerine yazılırsa

$3z^2 = 3 \Rightarrow z = \mp 1$ bulunur.

z = 1 için x = 3 ve y = 4 olup x + y + z = 8

z = –1 için x = –3 ve y = –4 olup x + y + z = –8 bulunur.

8 – (–8) = 16 dır. Doğru seçenek C olarak elde edilir.

Örnek

a, b, c ∈ N **olmak üzere**

3a + 6b – c = 24 **eşitliğini sağlayan a, b ve c değerleri için** a + b + c **toplamının <u>en küçük</u> değeri kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm

Katsayısı büyük olana büyük değer verilir.

Sayılar aynı olabileceğinden a = 0 = c seçilirse b = 4 bulunur.

a + b + c = 4 olur.

Örnek

a ve b doğal sayılardır.

$56 \cdot a = b^3$

eşitliğini sağlayan <u>en küçük</u> b değeri kaçtır?

Çözüm

Önce sayı asal çarpanlarına ayrılır.

$56 = 2^3 \cdot 7$

$56 \cdot a = 2^3 \cdot 7 \cdot a = b^3$ tür.

Buradan $a = 7^2$ seçilirse $b = 2 \cdot 7 = 14$ bulunur.

Tek ve Çift Sayılar

2 ile kalansız bölünebilen tam sayılara çift tam sayı, 2 ile tam bölünemeyen tam sayılara tek tam sayı denir. Çift sayılar 2n, tek tam sayılar 2n – 1 ile gösterilir (n ∈ Z).

Tek ve Çift Tam Sayılar İle İlgili Özellikler

1) $T \mp T = Ç$
2) $Ç \mp Ç = Ç$
3) $T \mp Ç = T$
4) $T \cdot Ç = Ç$
5) $Ç \cdot Ç = Ç$
6) $T \cdot T = T$
7) n ∈ N olmak üzere $T^n = T$
8) $n \in N^+$ olmak üzere $Ç^n = Ç$ dir.

NOT!

Tek ve çift sayılarda bölme işlemine ait kural tanımlanamaz. Örneğin 60, 40 ve 2 sayıları çift sayıdır.

$\frac{40}{2} = Ç$, $\frac{40}{40} = T$, $\frac{40}{60}$ sayısı ne tek ne de çifttir.

Ardışık Sayılar

$n \in Z$ olmak üzere $n, n + 1, n + 2, \ldots$ sayılarına ardışık tam sayılar denir.

Kural:

$n \in Z^+$ için

$$1 + 2 + \ldots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2} \text{ dir.}$$

$n \in Z$ olmak üzere $2n - 1, 2n + 1, 2n + 3, \ldots$ sayılarına ardışık tek sayılar denir.

Kural:

$n \in Z^+$ için

$1 + 3 + 5 + \ldots + 2n - 1 = n^2$ dir.

$n \in Z$ olmak üzere $2n, 2n + 2, 2n + 4, \ldots$ sayılarına ardışık çift sayılar denir.

Kural:

$n \in Z^+$ için

$2 + 4 + \ldots + 2n = n(n + 1)$ dir.

Kural:

Ardışık terimleri arasındaki artış miktarı eşit olan dizide

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{\text{Son Terim} - \text{İlk Terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1$$

ve

$$\text{Terim Toplamı} = \frac{\text{Terim Sayısı}\cdot(\text{Son terim} + \text{İlk terim})}{2}$$

dir.

Negatif ve Pozitif Sayılar İle İlgili Özellikler

1) $(-)\cdot(-) = (+)$
2) $(-)\cdot(+) = (-)$
3) $(+)\cdot(+) = (+)$
4) $(+)\cdot(-) = (-)$
5) $(-) / (-) = (+)$
6) $(-) / (+) = (-)$
7) $(+) / (+) = (+)$
8) $(+) / (-) = (-)$
9) $n \in N$ olmak üzere $(-)^{2n} = (+)$ dır.
10) $n \in N$ olmak üzere $(-)^{2n-1} = (-)$ dir.
11) $n \in N$ olmak üzere $(+)^n = (+)$ dır.

Tam Sayılarda Bölünebilme

$m, n, r \in Z$ olmak üzere $m \cdot n = r$ olsun. Bu durumda m ve n ye r nin bölenleri (çarpanları) r ye de m ve n nin bir katı denir. m, r nin bir böleni ise bu durum $m \mid r$ ile, aksi takdirde $m \nmid r$ ile gösterilir.

2 ile bölünebilme: Çift tam sayılar 2 ile tam bölünür.

3 ile bölünebilme: Verilen sayının rakamları toplamı 3 veya 3 ün katı ise sayı 3 ile tam bölünür.

4 ile bölünebilme: Verilen sayının son iki basamağı (birler ve onlar basamağı) 4 ile tam bölünebiliyor ise verilen sayı 4 ile tam bölünür.

5 ile bölünebilme: Verilen sayının birler basamağı 0 veya 5 ise sayı 5 ile tam bölünür.

7 ile bölünebilme: Verilen sayının rakamları altına sağdan sola doğru sırasıyla 1, 2, 3 sayıları yazılır. Bu rakamlar altlarına yazdığımız sayılar ile çarpılır. Daha sonra sağdan sola üçerli gruplar hâlinde alınıp bu gruplar (+), (–) ile çarpılıp toplanır. Sonuç 7 veya 7'nin katı ise verilen sayı 7 ile tam bölünür.

8 ile bölünebilme: Verilen sayının son üç basamağı (birler, onlar ve yüzler basamağı) 8 ile bölünebiliyor ise sayı 8'e tam bölünür.

9 ile bölünebilme: Verilen sayının rakamları toplamı 9 veya 9 un katı ise sayı 9 ile tam bölünür.

10 ile bölünebilme: Verilen sayının birler basamağı 0 ise verilen sayı 10 ile tam bölünür.

11 ile bölünebilme: Verilen sayı sağdan sola doğru sırası ile (+), (–) ile çarpılıp toplanır. Sonuç 11 veya 11 in katı ise verilen sayı 11 ile tam bölünür.

Örnek

Hangi n doğal sayıları için $(n+1) \mid (n^2+1)$ dir.

Çözüm

$n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1)$ olduğundan $\forall\, n \in N$ için

$(n+1) \mid (n^2-1)$ dir.

$(n+1) \mid (n^2+1)$ ve $(n+1) \mid (n^2-1)$ olduğundan

$n+1 \mid [(n^2+1)-(n^2-1)] \Rightarrow n+1 \mid 2$ olur.

$n \in N$ olduğundan ve $n + 1 \le 2$ olması gerektiğinden

$n = 0, 1$ elde edilir.

Kural:

$[1, x]$ aralığında n ile bölünebilen doğal sayıların sayısı

$\left[\!\left[\frac{x}{n}\right]\!\right]$ dir.

Kural:

$a \in Z$ ve $m, n \in N$ olsun.

$n < m$ için $a^{2^n}+1 \mid a^{2^m}-1$ dir.

Kural:

$n \ge 2$ olmak üzere n ve k iki doğal sayı olsun.

$n-1 \mid n^k-1$ dir.

Kural:

n bir doğal sayı ve k bir tek sayı olsun.

$^{(1+2+\ldots+n)}|_{(1^k+2^k+\ldots+n^k)}$ dır.

Kural:

a, b ∈ Z olsun. a sayısı b ile bölündüğünde kalan r ise $2^a - 1$ sayısı $2^b - 1$ ile bölündüğünde kalan $2^r - 1$ dir.

Örnek

{1, 2, ..., 600} **dizisinde 13 ile bölünebilen kaç tane doğal sayı vardır?**

Çözüm

$\left\llbracket \frac{600}{13} \right\rrbracket = 46$ adettir.

Örnek

1000 den küçük kaç doğal sayı 17 ile bölünür?

Çözüm

[1, 1000] kümesinde

$\left\llbracket \frac{1000}{17} \right\rrbracket = 58$ ve $0 \in N$ için $^{17}|_0$ olup toplam 58 + 1 = 59

adet sayı 17 ile tam bölünür.

Örnek

N = 1·2 + 2·3 + ... + n(n + 1) **sayısının 41 ile bölünebilmesi için n <u>en az</u> kaç olmalıdır?**

Çözüm

$$\begin{aligned} N &= 1\cdot 2 + 2\cdot 3 + \ldots + n(n+1) \\ &= (1^2+1) + (2^2+2) + \ldots + (n^2+n) \\ &= (1^2+2^2+\ldots+n^2) + (1+2+\ldots+n) \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n\cdot(n+1)}{2} \\ &= \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \end{aligned}$$

sayısının 41 ile bölünebilmesi için n(n + 1) (n + 2) çarpanlarından en az biri 41 e bölünmelidir.

n + 2 = 41 ⇒ n = 39 olmalıdır.

Teorem:

m, n ve r tam sayı olmak üzere,

i) $\forall m \in Z$ iken $^{a}|_0$ dır.

ii) $\forall m \in Z$ için $^{\pm 1}|_m$ ve $^{\pm m}|_m$ dir.

iii) $^{m}|_{\pm 1} \Leftrightarrow m = \mp 1$ dir.

iv) $^{m}|_n$ ise $^{\pm m}|_{\pm n}$ dir.

v) $^{m}|_n$ ve $^{n}|_r$ ise $^{m}|_r$ dir.

vi) $^{m}|_n$ ve $^{n}|_m$ ise $m = \pm n$ dir.

vii) $c \neq 0$ olmak üzere $^{cm}|_{cn}$ ise $^{m}|_n$ dir.

viii) $^{m_1}|_{n_1}$ ve $^{m_2}|_{n_2}$ ise $^{m_1\cdot m_2}|_{n_1\cdot n_2}$ dir.

ix) $^{m}|_n$ ve $^{m}|_r$ ise $^{m}|_{n+r}$ dir.

Çıkmış Sorular

$^{k}|_m$ gösterimi k sayısının m sayısını tam böldüğünü ifade eder.

Buna göre a, b ve c tam sayıları için,

I. $^{c}|_{a\cdot b}$ ise $^{c}|_a$ ve $^{c}|_b$ dir.

II. $^{a\cdot b}|_c$ ise $^{a}|_c$ ve $^{b}|_c$ dir.

III. $^{a}|_b$ ve $^{b}|_c$ ise $^{a}|_c$ dir.

yargılarından hangileri <u>daima</u> doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) Yalnız III

Çözüm

c sayısı a·b yi bölüyor ise $^{c}|_a$ ve $^{c}|_b$ doğru olmayabilir, $^{6}|_{2\cdot 3}$ tür ama $^{6}|_2$ ve $^{6}|_3$ yanlıştır. II ve III. öncül doğrudur.

Cevap D

Tanım:

(Asal Sayı) : n > 1 tam sayısının kendisinden ve birden başka pozitif böleni yoksa n'ye asal (= prime) sayı denir.

Tanım:

(Bileşik Sayı): Asal olmayan sayılara bileşik (= combined) sayı denir.

Tanım:

Aralarındaki fark iki olan asal sayılara ikiz asallar denir.

Teorem:

Her bileşik sayının en az bir asal çarpanı vardır.

Teorem (Euclid):

Asal sayıların sayısı sonsuzdur.

Bir sayının tüm bölenlerinin sayısı pozitif bölenlerinin sayısının iki katıdır.

Uyarı !

Teorem (Bölme Algoritması):

$m, n \in Z$, $m, n \neq 0$ ise $m = q \,.\, n + r$; $0 < r < |n|$

olacak şekilde bir tek q ve r tam sayı ikilisi vardır.

En Büyük Ortak Bölen:

m ve n tam sayılar olmak üzere $k|m$ ve $k|n$ ise k ye m ve n nin bir ortak böleni denir.

m ve n yi bölen en büyük pozitif d tam sayısına m ve n nin en büyük ortak böleni (=obeb = ebob) denir.

$d = (m, n)$ ile gösterilir.

Uyarı

1) Tanıma göre d'nin m ve n'nin obeb'i olması için gerek ve yeter şart

i) $^{d}|_{m}$ ve $^{d}|_{n}$ olması,

ii) k, $^{k}|_{m}$ ve $^{k}|_{n}$ özelliğindeki bir başka ortak bölen iken $k|d$ olmasıdır.

2) İkiden fazla sayının obeb'i de benzer şekilde tanımlanır.

Uyarı

Obeb verilen tam sayıların pozitif lineer toplamlarının en küçüğüdür.

Teorem:

Sıfırdan farklı iki tam sayının obeb'i tektir.

Teorem: $(m,n) = d \Leftrightarrow \left(\frac{m}{d}, \frac{n}{d}\right) = 1$'dir.

Teorem:

$(a, b) = 1$ ve $(a, c) = 1$ ise $(a, b, c) = 1$'dir.

Teorem:

$\frac{a}{b} \cdot c$ ve $(a, b) = 1$ ise $\frac{a}{c}$ dir.

En Küçük Ortak Kat:

a, b sıfırdan farklı tam sayılar olsun.

a) $k \in N$ olmak üzere $^{a}|_{k}$ ve $^{b}|_{k}$ ise k'ye a ve b'nin bir ortak katı denir.

b) k, a ve b'nin bir ortak katı olsun. Eğer t; a ile b'nin bir başka ortak katı iken $^{k}|_{t}$ ise k'ye a ile b'nin en küçük ortak katı (ekok) denir ve $[a, b] = k$ ile gösterilir.

Teorem:

$a, b \neq 0$ iki tam sayı ise $(a, b) \cdot [a, b] = |a \cdot b|$ dir.

Örnek

$x \in N$ **olmak üzere** $p = x^2 - 1$ **olacak şekildeki tüm p asal sayılarını bulunuz.**

Çözüm

$P = (x - 1)(x + 1)$ sayısının çarpanları

$\left.\begin{array}{l} 1 \cdot p \\ p \cdot 1 \end{array}\right\}$ P asal olduğundan çarpanı 1 ve kendisidir.

$(-1) \cdot (-p)$

$(-p) \cdot (-1)$ tipindedir.

$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$, $p = 3$ asaldır.

$x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0$, $p = -1$ asal değil.

$x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0$, $p = -1$ asal değil

$x + 1 = -1 \Rightarrow x = -2$, $x = -2 \notin N$

Çözüm kümesi $p = \{3\}$ tür.

Örnek

$x \in N$ **olmak üzere** $p = x^3 - 1$ **şeklindeki tüm p asallarını bulunuz.**

Çözüm

$P = (x - 1)(x^2 + x + 1)$ sayısının çarpanları

$p \cdot 1$

$1 \cdot p$

$(-1) \cdot (-p)$

$(-p) \cdot (-1)$ tipindedir.

$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$, $p = 2^2 + 2 + 1 = 7$ asaldır.

$x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0$, $p = -1$ asal değildir.

$x^2 + x + 1 = 1 \Rightarrow x(x + 1) = 0$

$\Rightarrow x = 0$ veya $x = -1$

$p = -1$ asal değil $p = -2$ asal değil

$x^2 + x + 1 = -1 \Rightarrow x^2 + x + 2 = 0$

$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \mp \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2} \notin N$

Çözüm kümesi $x = \{7\}$ dir.

Örnek

$(a, 4) = 2$ **ve** $(b, 4) = 2$ **iken** $(a + b, 4)$ **nedir?**

KPSS
2024
ÖABT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

VİDEO DESTEKLİ

LİSE MATEMATİK

GEOMETRİ
İSTATİSTİK VE OLASILIK
KONU ANLATIMLI

Arti - Yapay Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme Ayak İzi

Hibrit Kitap Teknolojisi

kitaptan çok daha fazlası
3D içerik - etkileşimler - quizler - konu anlatımları - videolar
ARTI

Hibrit kitaba erişebilmek için QR kodu okutunuz.

PEGEM AKADEMİ

Komisyon
ÖABT Lise Matematik Geometri - İstatistik ve Olasılık Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6890-83-1

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere http://pegem.net adresinden ulaşılabilmektedir.

11. Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balin
Dizgi-Grafik Tasarım: İlknur Öztürk
Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara
Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818
Matbaa Sertifika No: 47865

İletişim

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.
No: 141/33, Yenimahalle/Ankara
Yayınevi: 0312 430 67 50
Dağıtım: 0312 434 54 24
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60
İnternet: www.pegem.net
E-ileti: pegem@pegem.net
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "Lise Matematik Öğretmenliği Geometri-İstatistik ve Olasılık 3. Kitap" adlı yayınımız Geometri - İstatistik ve Olasılık bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) Lise Matematik Öğretmenliği Alan Bilgisi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır. Sorunuz en kısa sürede ekibimiz tarafından cevaplandırılacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...

Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak ulaşabilirsiniz.

https://depo.pegem.net/2024oabt-lisemat-ka-guncelleme.pdf

TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;

1. Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
2. Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
3. Konu sonu testlerini çözebilir.

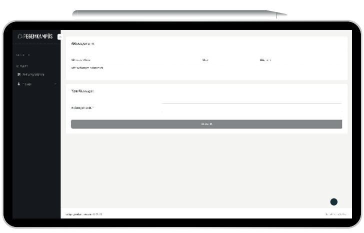
Detaylı anlatım için QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:

1. Adım
Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna **arti.pegemkampus.com** yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.

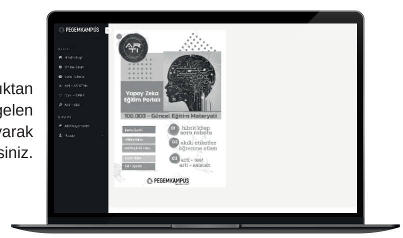


2. Adım
Aktivasyon

Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan **“Aktivasyonlarım”** sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.

3. Adım
Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen **”Hibrit Kitap”** sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.

Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM

UZAYDA VEKTÖRLER

UZAYDA DOĞRU ve DÜZLEM DENKLEMİ

YÜZEYLER

KONİKLER

ELİPS - HİPERBOL - PARABOL

PEGEM AKADEMİ

2. BÖLÜM

İSTATİSTİK VE OLASILIK

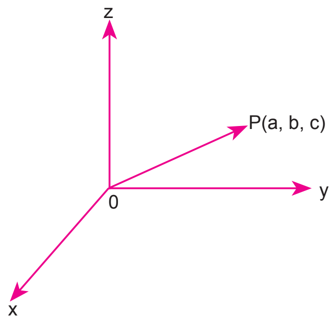
VERİNİN DÜZENLENMESİ VE MERKEZE EĞİLME ÖLÇÜLERİ

OLASILIK

OLASILIK DAĞILIMLARI

UZAYDA VEKTÖRLER

$R^3 = \{(x, y, z) : x, y, z \in R\}$ kümesine 3 boyutlu vektör uzayı denir. Vektörlerin başlangıç noktası orijin olmak üzere, R^3 ün her noktasına bir vektör karşılık gelir.



$\overrightarrow{OP} = (a, b, c)$ ise a, b, c sayılarına $\overrightarrow{OP}$ yer vektörünün bileşenleri denir. P noktasının orijine olan uzaklığına, $\overrightarrow{OP}$ vektörünün normu (uzunluğu) denir ve $\left|\overrightarrow{OP}\right|$ ile gösterilir.

$\overrightarrow{OP} = (a, b, c) \Rightarrow \left|\overrightarrow{OP}\right| = \left|\overrightarrow{P}\right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ dir.

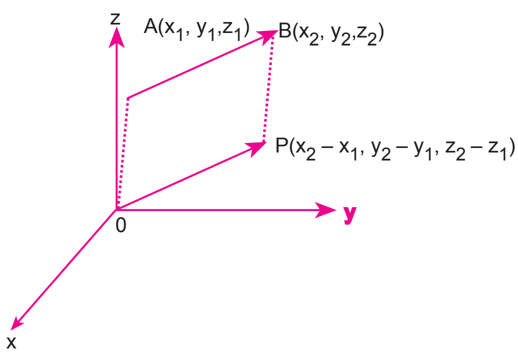
$\overrightarrow{AB}$ vektörüne eş, başlangıç noktası orijin olan $\overrightarrow{OP}$ vektörüne, $\overrightarrow{AB}$ vektörünün yer vektörü denir.

$A(x_1, y_1, z_1)$ ve $B(x_2, y_2, z_2)$ ise;

$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$

$$\left|\overrightarrow{OP}\right| = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Normu 1 olan vektöre birim vektör denir.



Çıkmış Sorular

Uzayda A(1, 2, 3), B(2, –1, –4) ve C(m, 2, –1) noktaları veriliyor.

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ **olduğuna göre, m kaçtır?**

A) –27 B) –29 C) 14 D) 29 E) 27

Çözüm

$\overrightarrow{AB} = (1, -3, -7)$ $\overrightarrow{AC} = (m - 1, 0, -4)$

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ dır.

$1(m - 1) + (-3) \cdot 0 + (-7)(-4) = 0$

$m + 27 = 0$

$m = -27$ olur.

Cevap A

Örnek

A(1, –1, 1) ve B(2, a, –3) noktaları veriliyor.

$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{26}$ **br olduğuna göre a sayısının alabileceği değerleri bulunuz.**

Çözüm

$\overrightarrow{AB} = (1, a + 1, -4)$

$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{26} \Rightarrow \sqrt{1^2 + (a + 1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{26}$

$\Rightarrow (a + 1)^2 + 17 = 26$

$\Rightarrow (a + 1)^2 = 9$

$\Rightarrow |a + 1| = 3 \Rightarrow a = 2$ veya $a = -4$

Çıkmış Sorular

Dik koordinat düzleminde verilen $\vec{u}$ ve $\vec{v}$ vektörleri için $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$, $\left\|\vec{u} + \vec{v}\right\| + \left\|\vec{u} - \vec{v}\right\| = 16$ olduğuna göre, $\left\|\vec{u} + \vec{v}\right\|$ değeri kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

Çözüm

$\left\|\vec{u} + \vec{v}\right\|^2 = \left\|\vec{u}\right\|^2 + \left\|\vec{v}\right\|^2 + 2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}$

$\left\|\vec{u} - \vec{v}\right\|^2 = \left\|\vec{u}\right\|^2 + \left\|v\right\|^2 + 2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}$

$\Rightarrow \left\|\vec{u} + \vec{v}\right\|^2 - \left\|\vec{u} - \vec{v}\right\|^2 = 4 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}$ olur.

Buna göre;

$\underbrace{\left(\left\|\vec{u} + \vec{v}\right\| + \left\|\vec{u} - \vec{v}\right\|\right)}_{16} \cdot \left(\left\|\vec{u} + \vec{v}\right\| - \left\|\vec{u} - \vec{v}\right\|\right) = 4 \cdot 8$

$$\begin{array}{rl} \left\|\vec{u} + \vec{v}\right\| - \left\|\vec{u} - \vec{v}\right\| = & 2 \\ + \ \left\|\vec{u} + \vec{v}\right\| + \left\|\vec{u} + \vec{v}\right\| = & +\ 16 \\ \hline 2 \cdot \left\|\vec{u} + \vec{v}\right\| \quad = & 18 \Rightarrow \left\|\vec{u} + \vec{v}\right\| = 9 \text{ olur.} \end{array}$$

Cevap B

İki Vektörün Paralelliği

$\vec{a}, \vec{b} \in R^3$, $k \neq 0$, $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$ olmak üzere,

$\vec{a} = k \cdot \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} // \vec{b}$ dir.

$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ ve $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ olmak üzere

$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$ dir.

Örnek

A(2, 4, 2) ve B(6, 2, 4) noktaları ile

$\vec{v} = (x - y, x + 2y, 1)$ vektörü veriliyor.

$\vec{AB} // \vec{v}$ **olduğuna göre,** (x, y) **ikilisini bulunuz.**

Çözüm

$\vec{AB} = (4, -2, 2)$

$\vec{v} = (x - y, x + 2y, 1)$

$\vec{AB} // \vec{v} \Rightarrow \frac{x-y}{4} = \frac{x+2y}{-2} = \frac{1}{2}$

$\left.\begin{array}{l} x - y = 2 \\ x + 2y = -1 \end{array}\right\} \Rightarrow (x, y) = (1, -1)$ olur.

Vektörlerin Lineer Bileşimi

$\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}, ..., \vec{V_n} \in R^3$ ve $k_1, k_2, k_3, ..., k_n \in R$

olmak üzere,

$\vec{u} = k_1 \cdot \vec{V_1} + k_2 \cdot \vec{V_2} + k_3 \cdot \vec{V_3} + ... + k_n \cdot \vec{V_n}$ vektörüne,

$\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}, ..., \vec{V_n}$ vektörlerinin lineer bileşimi denir.

Lineer Bağımlılık – Lineer Bağımsızlık

IR^3 de $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}, ... \vec{V_n}$ vektörleri verilsin.

$c_1 \cdot \vec{V_1} + c_2 \cdot \vec{V_2} + c_3 \cdot \vec{V_3} + ... + c_n \cdot \vec{V_n} = \vec{0}$ denklemi yalnız

$c_1 = c_2 = c_3 ... = c_n = 0$ için sağlanırsa bu vektörlere lineer bağımsız; $c_1 = c_2 = c_3 ... = c_n = 0$ değerlerinden en az biri sıfırdan farklı olacak şekilde sağlanırsa bu vektörlere lineer bağımlı denir.

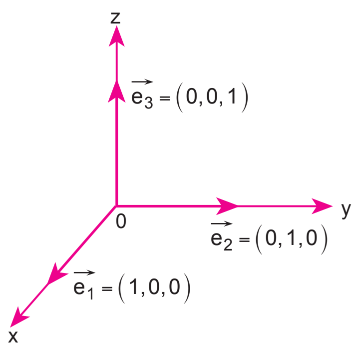
Uyarı!

$V = \{\vec{V_1}, \vec{V_2}, ... \vec{V_n}\}$, IR^3 uzayının bir alt kümesi olmak üzere $\det(\vec{V_1}, \vec{V_2}, ... \vec{V_n}) = A$ olsun.

I. A = 0 ⇔ V kümesi lineer bağımlı,

II. A ≠ 0 ⇔ V kümesi lineer bağımsızdır denir.

Standart Birim Vektörleri



R^3 vektör uzayında üzerinde bulunduğu eksen ile pozitif yönlü birim vektörlere, standart birim vektörler denir.

$\vec{e_1} = \vec{i} = (1, 0, 0)$

$\vec{e_2} = \vec{j} = (0, 1, 0)$

$\vec{e_3} = \vec{k} = (0, 0, 1)$

Vektörlerin İç (Skaler) Çarpımı

Her $\vec{A}, \vec{B} \in R^3$ için;

$\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$ olmak üzere,

$\vec{A} \cdot \vec{B} = \langle \vec{A}, \vec{B} \rangle = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

şeklinde tanımlanan işleme, "R^3 de Öklid iç çarpım işlemi" denir.

Özellikleri

1. $|\vec{A}| = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}}$, $|\vec{A}|^2 = \vec{A} \cdot \vec{A}$
2. $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ (değişme özelliği)
3. $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$ (çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliği)

Örnek

$\vec{A} = (3, a, -2)$ ve $\vec{B} = (a, 2, 10)$ vektörleri veriliyor.

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 5$ olduğuna göre a sayısının kaç olacağını bulunuz.

Çözüm

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 5$$
$$3a + 2a - 2 \cdot 10 = 5$$
$$5a = 25$$
$$a = 5$$

İki Vektör Arasındaki Açı

$\vec{A}, \vec{B} \in R^3$ verilsin. $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörleri arasındaki açının ölçüsü α olmak üzere,

$\boxed{\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\alpha}$ olur.

$\vec{A} \perp \vec{B}$ ise $\alpha = 90°$ için $\cos\alpha = 0$ olduğundan

$\vec{A} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ olur.

Örnek

$\vec{A} = (-1, 2, 3)$ ve $\vec{B} = (1, -1, 2)$ **vektörleri arasındaki açının cosinüsünü bulunuz.**

Çözüm

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$$
$$-1 - 2 + 6 = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \cos\theta$$
$$\cos\theta = \frac{3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3}{2\sqrt{21}}$$

Örnek

$\vec{A} = (1, 1, 2)$ ve $\vec{B} = \left(\sqrt{3} - 1, -\sqrt{3} - 1, 4\right)$ **vektörleri arasındaki açının cosinüsünü bulunuz.**

Çözüm

$$\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1 + 8 = 6$$
$$|\vec{A}| = \sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (2)^2} = 16$$
$$|\vec{B}| = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2 + (-\sqrt{3} - 1)^2 + 4^2}$$
$$= \sqrt{4 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3} + 16}$$
$$= \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$
$$\cos\theta = \frac{6}{\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{6}} \text{ olur.}$$
$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$

Örnek

$\vec{A}$ ile $\vec{B}$ vektörleri arasındaki açının ölçüsü 45°,

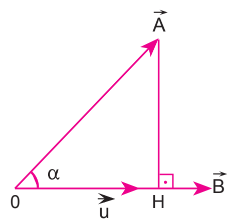
$|\vec{A}| = 2\sqrt{2}$ ve $|\vec{B}| = 3$ olduğuna göre,

$(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (3\vec{A} - 2\vec{B})$ iç çarpımının sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\left(\vec{A} + \vec{B}\right) \cdot \left(3\vec{A} - 2\vec{B}\right) = 3 \cdot \vec{A} \cdot \vec{A} + 3 \cdot \vec{A} \cdot \vec{B} - 2\vec{A} \cdot \vec{B} - 2 \cdot \vec{B} \cdot \vec{B}$$
$$= 3 \cdot |\vec{A}|^2 + \vec{A} \cdot \vec{B} - 2 \cdot |\vec{B}|^2$$
$$= 3 \cdot 8 + 2\sqrt{2} \cdot 3 \cdot \cos 45° - 2 \cdot 9$$
$$= 24 + 6 - 18$$
$$= 12 \text{ olur.}$$

Dik İzdüşüm Vektörü



$\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$ vektörleri verilsin.

$\vec{A}$ vektörünün $\vec{B}$ vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü

$\overrightarrow{OH} = \vec{u}$ olsun. $\vec{A}$ ile $\vec{B}$ arasındaki açı α olmak üzere;

$\cos\alpha = \dfrac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|}$ dir. $\cos\alpha = \dfrac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{A}\|}$ yazılırsa

$\dfrac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{A}\|} = \dfrac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} \Rightarrow \|\vec{u}\| = \dfrac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|}$ dik izdüşüm vektörünün uzunluğudur.

$\vec{u} = \|\vec{u}\| \cdot \dfrac{\vec{B}}{\|\vec{B}\|}$ olacağından

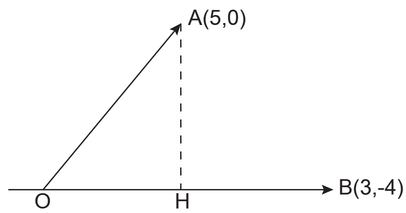
$\vec{u} = \dfrac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|^2} \cdot \vec{B}$ dik izdüşüm vektörünü verir.

Çıkmış Sorular

Düzlemde A(5, 0) **vektörünün** B(3, –4) **vektörü üzerine dik izdüşüm vektörünün uzunluğu kaç birimdir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm



$$\|OH\| = \frac{\langle \vec{A}, \vec{B} \rangle}{\|\vec{B}\|}$$

$$\|OH\| = \frac{5 \cdot 3 + 0 \cdot (-4)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$\|OH\| = 3$ br bulunur.

Cevap C

Örnek

$\vec{A} = (1,4,2)$ ve $\vec{B} = (-2,1,3)$ vektörleri veriliyor.

$\vec{A}$ **nın** $\vec{B}$ **üzerindeki dik izdüşümünün uzunluğunun ve dik izdüşüm vektörünü bulunuz.**

Çözüm

$$|\vec{u}| = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|} = \frac{-2+4+6}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 3^2}} = \frac{8}{\sqrt{14}}$$

Dik izdüşüm vektörü;

$$\vec{u} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|^2} \cdot \vec{B} = \frac{8}{14} \cdot (-2,1,3) = \frac{4}{7}(-2,1,3) \text{ olur.}$$

Vektörel (Çapraz) Çarpım

R^3 te $\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$ vektörleri verilsin.

$\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin vektörel çarpımı bir $\vec{C}$ vektörünü verir.

$\vec{C} = \vec{A} x \vec{B}$ şeklinde gösterilir.

α: $\vec{A}$ vektörü ile $\vec{B}$ vektörü arasındaki açı

$\vec{P}$; $\vec{A}$ vektörü ile $\vec{B}$ vektörünün yönünü gösteren birim vektör olmak üzere;

$\vec{A}$ ile $\vec{B}$ nin vektörel çarpımı :

$\vec{C} = \vec{A} x \vec{B} = \vec{P} \cdot |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin\alpha$ dır.

Elde edilen $\vec{C}$ vektörü, $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin ait olduğu düzleme dik olan bir vektördür.

$$\vec{C} = \vec{A} x \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri, vektörel çarpımı verir.

Örnek

$\vec{A} = (3,1,0)$ **ve** $\vec{B} = (0,1,2)$ **olduğuna göre,**

$\|\vec{A} x \vec{B}\|$ **kaçtır?**

Çözüm

$$\vec{A} x \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2i - 6j + 3k$$

$$= (2, -6, 3)$$

$$\|\vec{A} x \vec{B}\| = \sqrt{2^2 + (-6)^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{4 + 36 + 9}$$

$= 7$ olur.

Özellikleri:

$\forall \vec{A}, \vec{B}, \vec{C} \in R^3$ ve $k \in R$ olmak üzere;

I. $\vec{A} x \vec{A} = 0$

II. $\vec{A} x \vec{B} = -\vec{B} x \vec{A}$

III. $\vec{A} x (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} x \vec{B}) + (\vec{A} x \vec{C})$

IV. $(k \cdot \vec{A}) x \vec{B} = \vec{A} x (k \cdot \vec{B}) = k \cdot (\vec{A} x \vec{B}),\ k \in R$

V. $\|\vec{A} x \vec{B}\| = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin\theta$ (θ: $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörleri arasındaki açıdır.)

VI. $\left.\begin{matrix} \langle \vec{A} x \vec{B}, \vec{A} \rangle = 0 \\ \langle \vec{A} x \vec{B}, \vec{B} \rangle = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \vec{A} \perp \vec{A} x \vec{B}$ ve $\vec{B} \perp \vec{A} x \vec{B}$ dır.

KPSS
2024
ÖABT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

LİSE MATEMATİK

VİDEO DESTEKLİ

Arti - Yapay Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme Ayak İzi

Hibrit Kitap Teknolojisi

ALAN EĞİTİMİ KONU ANLATIMLI

kitaptan çok daha fazlası

3D içerik - etkileşimler - quizler - konu anlatımları - videolar

ARTI

Hibrit kitaba erişebilmek için QR kodu okutunuz.

PEGEM AKADEMİ

Komisyon

ÖABT Lise Matematik Alan Eğitimi Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6890-83-1

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere http://pegem.net adresinden ulaşılabilmektedir.

11. Baskı: Kasım 2023, Ankara

Proje-Yayın: Nilay Balin

Dizgi-Grafik Tasarım: İlknur Öztürk

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Tic. Ltd. Şti.
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/48 İskitler/Ankara
Tel: (0312) 341 36 67

Yayıncı Sertifika No: 51818
Matbaa Sertifika No: 47865

İletişim

Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.
No: 141/33, Yenimahalle/Ankara
Yayınevi: 0312 430 67 50
Dağıtım: 0312 434 54 24
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60
İnternet: www.pegem.net
E-ileti: pegem@pegem.net
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Değerli Okuyucularımız,

ÖABT LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ konu anlatımlı setimiz dört kitap hâlinde düzenlenmiştir. "Lise Matematik Öğretmenliği Alan Eğitimi 4. Kitap" adlı yayınımız Alan Eğitimi bölümünü kapsamaktadır ve Kamu Personel Seçme Sınavı (KPSS) Lise Matematik Öğretmenliği Alan Eğitimi Testi kapsamındaki soruları çözmek için gerekli bilgi, beceri ve teknikleri edinme ve geliştirme sürecinde siz değerli öğretmen adaylarımıza kılavuz olarak hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanış sürecinde, sınav kapsamındaki temel alanlarda kapsamlı alanyazın taraması yapılmış, bu kitabın gerek ÖABT'de gerekse gelecekteki meslek hayatınızda ihtiyacınızı maksimum derecede karşılayacak bir başucu kitabı niteliğinde olması hedeflenmiştir.

Detaylı, güncel ve anlaşılır bir dilde yazılan konu anlatımları, çıkmış sorular ve detaylı açıklamalarıyla desteklenmiş, her ünite içeriği ÖSYM formatına uygun, çözümlü test sorularıyla pekiştirilmiştir. Ayrıca konu anlatımlarında verilen bilgi ve çözüm tekniklerine ek olarak uyarı kutucuklarıyla da önemli konulara dikkat çekilmiştir.

Yoğun bir araştırma ve çalışma sürecinde hazırlanmış olan bu kitaba ilişkin sorularınızı pegem@pegem.net adresine e-posta yoluyla ya da 0538 594 92 40 numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır. Sorunuz en kısa sürede ekibimiz tarafından cevaplandırılacaktır.

Geleceğimizi güvenle emanet ettiğimiz siz değerli öğretmenlerimizin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerine katkıda bulunabilmek ümidiyle...

Başarılar...

Kitabın baskı tarihinden sonra gerçekleşen değişikliklere aşağıda yer alan kodu okutarak ulaşabilirsiniz.

https://depo.pegem.net/2024oabt-lisemat-ka-guncelleme.pdf

TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;

1. Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
2. Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
3. Konu sonu testlerini çözebilir.

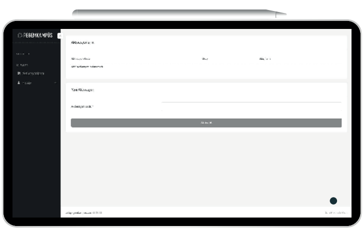
Detaylı anlatım için QR kodu okutunuz.

Yapay zekâ, bırakılan etkileşimler sonrasında kullanıcıların başarı durumlarını tespit ederek karşılarına bir analiz ekranı çıkarmaktadır.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:

1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna **arti.pegemkampus.com** yazarak web sitemiz üzerinden etkileşimli ve yapay zekâ destekli hibrit kitaba erişim sağlayabilirsiniz.

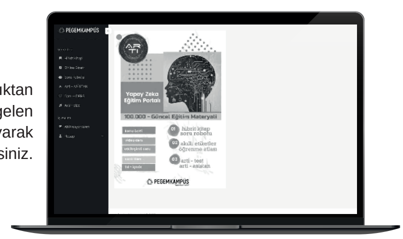


2. Adım Aktivasyon

Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan **"Aktivasyonlarım"** sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.

3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen **"Hibrit Kitap"** sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir.

Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM: MATEMATİK NEDİR?

2. BÖLÜM: MATEMATİĞİ ÖĞRENME VE ÖĞRETME

3. BÖLÜM: MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI

4. BÖLÜM: PROBLEM ÇÖZME

5. BÖLÜM: MANTIK ÖĞRETİMİ

6. BÖLÜM: KÜMELER ÖĞRETİMİ

7. BÖLÜM: GERÇEK SAYILAR VE DÖRT İŞLEM ÖĞRETİMİ

8. BÖLÜM: ÜSLÜ VE KÖKLÜ İFADELER ÖĞRETİMİ

9. BÖLÜM: POLİNOMLAR ÖĞRETİMİ

10. BÖLÜM: İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER, EŞİTSİZLİKLER VE FONKSİYONLAR ÖĞRETİMİ

11. BÖLÜM: OLASILIK VE İSTATİSTİK ÖĞRETİMİ

12. BÖLÜM: TRİGONOMETRİ ÖĞRETİMİ

13. BÖLÜM: KARMAŞIK SAYILAR ÖĞRETİMİ

14. BÖLÜM: ÜSTEL FONKSİYON VE LOGARİTMA ÖĞRETİMİ

15. BÖLÜM: DİZİLER ÖĞRETİMİ

16. BÖLÜM: FONKSİYON ÖĞRETİMİ

17. BÖLÜM: LİMİT VE SÜREKLİLİK ÖĞRETİMİ

18. BÖLÜM: TÜREV VE İNTEGRAL ÖĞRETİMİ

19. BÖLÜM: GEOMETRİ ÖĞRETİMİ

MATEMATİK NEDİR?

Matematik, kimilerine göre genel ölçü ve düzen bilimi, kimilerine göre evrensel bir dil, kimilerine göre ise medeniyetten medeniyete zenginleşerek aktarılan sayılar, şekiller, uzaylar gibi soyut varlıkları ve aralarındaki ilişkileri inceleyen bilim dalıdır. Ortak bir tanıma ulaşamamakla birlikte her tanımlamanın ya da betimlemenin doğruluk payının olduğu söylenebilir. Tanımlamaların büyük bir kısmında matematiğin konusunun sayılar, şekiller, fonksiyonlar vb. soyut varlıklar olduğu ve düşünme yapısının da tümdengelim olduğu ifade edilmektedir.

Örnek

"İki çift sayının çarpımı, çifttir." **önermesinde matematiksel düşüncenin hangi işletim yolu kullanılmaktadır?**

A) İndirgeme

B) Genelleme

C) Soyutlama

D) Tümevarım

E) Tümdengelim

Çözüm

"İki çift sayının çarpımı çifttir." önermesinin doğruluğu gösterilirken 2n ve 2k gibi iki çift sayı alınıp çarpılarak ispat yapılır. Yani en **genel** durum için önermenin doğruluğu gösterilmiş olur ve bilinir ki önerme her **özel** durum için de doğrudur. "Genelden özele" şeklinde özetlenebilen bu düşünce yapısı **tümdengelim**dir.

Cevap E

Bugünkü matematik bilginin ortaya çıkışı ile ilgili olarak iki yaklaşımdan söz edilmektedir:

1. Matematiği insanoğlu kendi icat etti.
2. Matematik evrende vardı, insanoğlu bunu yaşarken fark etti.

Her iki ekolün de savunanları kendi yaklaşımlarını haklı çıkaracak bazı kanıtlar ortaya koymaktadır. Bunlardan ikinci yaklaşımı benimseyen grubun sunduğu örneklerden belki de en önemlisi Fibonacci Sayıları ve Altın Oran'dır. İtalyan Matematikçi Leonardo Fibonacci'nin meşhur tavşan probleminden yola çıkarak ulaştığı Fibonacci Dizisi 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, … şeklinde olup bu dizideki her bir terimin kendinden önceki terime oranlanmasıyla oluşan yeni dizinin yakınsadığı 1,618 değeri de Altın Oran olarak bilinmektedir. Gerek ardışık Fibonacci sayıları ve gerekse Altın Oran sayısı doğada, resimde, müzikte, mimaride ve daha pek çok yerde şaşırtıcı bir şekilde insanoğlunun karşısına çıkmaktadır.

Matematik yeni bilgilerin üretimi konusunda "kendi kendine yeterlik" özelliği ile diğer bilim dallarından farklılaşmaktadır. Yani matematiğin bilgi üretmek için geçmiş bilgilerin yanında dil ve mantık dışında bir şeye ihtiyaç yoktur.

Matematik, belli bir düzen ve mantıksal sıralamaya sahip kavram ve işlemler üzerine kurulu bir bilimdir. Bu düzen veya intizamı bulmak ve keşfetmek ve sonrasında anlamlandırmak, tam anlamıyla "matematik yapmak" demektir.

Mevcut matematik bilgisinin oluşmasına yönelik teorik matematikçiler "amaç olarak matematik" görüşünü savunurken uygulamalı matematikçiler ise "araç olarak matematik" görüşünü desteklemektedir. Genel inanış ise, bugünkü bilgilerin büyük kısmının matematik yapma amacıyla ve bir kısmının da günlük yaşam problemlerine çözüm ararken ortaya çıktığı yönündedir.

Örnek

Matematiksel bilginin türeyişinde katkısı olan bilim dalları hangileridir?

A) Sosyoloji-Psikoloji

B) Dil-Mantık

C) Fizik-Kimya

D) Tıp-Biyoloji

E) Tarih-Edebiyat

Çözüm

Matematiğin "kendi kendine yeterlik" özelliği olduğu hatırlanırsa yeni bilgi üretmek için geçmiş bilgilerin yanında katkısı olan bilim dalları sadece **dil ve mantık**tır.

Cevap B

Matematik bilgisinin doğasına bakış farklılaşabilmektedir. Matematik felsefesine bakıldığında bu farklı algılamalardan dolayı ortaya mutlakçı, kesinlikçi ve öznelci felsefeler çıkmıştır.

Mutlakçılar

Eflatuncular, matematiğin nesne ve yapılarının insandan bağımsız olarak var olduğunu iddia etmektedirler. Onlara göre matematik yapmak, bizden önce var olan bu nesne ve yapıların keşfedilmesidir.

Matematiğin doğasına deneysel olarak bakan görüş, matematiksel doğruların deneysel yollarla genellenebileceğini söyler. **Deneyselcilik**, matematiği sağlam temeller üzerinde inşa etmeyi amaçlamış ve bunu deneysel kanıtlamalarla yapmaya çalışmıştır.

Matematiği kendi içinde tutarlı bir yapıya kavuşturmak amacıyla onu mantıksal önermelere indirgemeye çalışan **mantıkçılar** olmuştur. Onlara göre matematik, mantıktan başka bir şey değildir. Mantığı kullanmaktaki amaç, matematiği kesin biçimde tanımlanmış çıkarsama kurallarına ve aksiyomlara dayandırmaktır. Bu görüşü savunanların başında **Frege**, **Russell** ve **Peano** gelmektedir.

Formalistlere göre matematik, soyut nesne ve ilişkileri konu alan simgesel bir sistemdir. Sistemi oluşturan terimler anlamsız birer simge, ilişkileri dile getiren ifadeler içerikten yoksun birer önerme kalıbıdırlar. Formalistler matematiği, aritmetik ve mantık aksiyomlarıyla sınırlayarak tutarlılık ve tamlık özelliğine sahip simgesel bir sisteme dönüştürmeye çalışmışlardır. Bu görüşü savunanların başında Hilbert gelmektedir.

Sezgi, matematikçinin formül, sembol veya ispat kullanmadan bir problemin çözümünü ve bir teoremin doğruluğunu görebilmesi, hissedebilmesidir. **Sezgiciler** de mantıkçılar ve formalistler gibi matematikte kesinlik arar. Onlar matematiksel kesinliği, insanın matematiksel tümevarım yeteneğine bağlamaktadır. Bildiğimiz en meşhur sezgiciler Brouwer ile Poincare'dir.

Yarı Deneyselciler

Lakatos'a göre, matematik felsefesi tarih, yöntem ve yanlışlanabilir bilgi kuramı boyutlarında ele alınmalıdır. Sosyal ve kültürel bir ürün olması nedeniyle matematikçiler yanılabilir ve ürünleri de mükemmel olmayabilir. **Yarı deneyselci** yaklaşım yanlışlanabilirlik kavramına vurgu yapar ve bu sistemde kuramlar ispatlanmaz, açıklanır ve doğrulukları onaylanır. Onlara göre, matematiksel doğrular her zaman yanlışlanabilirlik aşamasında kalmaktadır ve sürekli gelişmeye ve değişmeye açıktır, dinamik bir yapıya sahiptir.

Mutlakçılardan ve yarı deneyselcilerden farklı olarak **gelenekselcilere** göre, matematiğin bilgileri ve doğrulukları, dilbilim geleneklerinden etkilenir ve onlar tarafından şekillenir. Wittgenstein'a göre, matematiksel ve mantıksal doğrular, dilin kabul edilen kurallarına ve gramerine bağlıysa ve bu durumda doğrular dilin kurallarını ve gramerini bozuyorsa yanlışlanabilirlikleri söz konusudur.

Örnek

Matematiği soyut nesne ve ilişkiler olarak ele alan ve sistemi oluşturan terimleri anlamsız birer simge, ilişkileri dile getiren ifadeleri içerikten yoksun birer önerme kalıbı olarak görenler hangi yaklaşımın savunucularıdır?

A) Sezgici yaklaşım
B) Deneyselci yaklaşım
C) Mutlakçı yaklaşım
D) Formalist yaklaşım
E) Mantıkçı yaklaşım

Çözüm

Formalist yaklaşımı savunanlar, matematiği soyut nesne ve ilişkileri konu alan bir sistem olarak görmektedirler.

Cevap D

Matematiği kendi içinde farklı açılardan sınıflandırmak mümkündür. Teorik-uygulamalı matematik, klasik-modern matematik, akademik-okul matematiği gibi.

Teorik-Uygulamalı Matematik

Matematiğin güzellik ve zihni uyandırması boyutuyla teorik (pür) matematikçiler ilgilenmektedir. Onlar için önemli olan yapılanın estetik olması ve bu durumun kişiyi entelektüel doyuma ulaştırmasıdır. Hardy'nin dediği gibi, "Teorik matematikçinin üzerinde uğraştığı sorunların, problemlerin uygulama alanı bulması, işe yaraması veya faydalı olması gibi bir endişesi yoktur."

Teorik matematikçilerin ortaya koyduğu matematiksel bilgilerin diğer bilim dallarında ve günlük yaşamda nasıl kullanılabileceğini araştırmak ise uygulamalı matematikçilerin işidir. Biliyoruz ki çoğu teorik matematik ürünü daha sonraları pratik uygulama alanı bulmuştur.

Klasik-Modern Matematik

Klasik matematik daha çok aritmetik ağırlıklı, cebirsel işlemlerin yürütülerek problemlerin çözüldüğü ve Euclid'in tanımladığı geometrik nesnelerin üzerine kurulan bir geometrinin ele alındığı matematiktir.

1960'lı yıllarda ABD'de başlatılan eğitim reformlarının sonucunda modern matematik kavramı ortaya çıkmıştır. Modern matematik, küme ve grup kavramlarını kullanarak matematiksel yapıları yeniden tanımlamaktadır. Modern matematik ile birlikte, belli semboller ve formüller kullanılarak yapılan soyutlamalar ve birbirinden bağımsız gibi görünen işlem ve algoritmalar kendi içinde tutarlı ve bağlantılı hâle gelmiştir. Modern matematik müfredatı ülkemizde 1970'li yılların başında uygulanmaya başlanmıştır.

Akademik-Okul Matematiği

Akademik matematik, teorik matematikçilerin uğraştığı matematik olarak tanımlanabilir. Akademik matematiğin amacı, matematiğin ulaşmış olduğu birikimi kullanarak teorik ve pratik alanda matematiğe bilimsel katkıda bulunmaktır.

Okul matematiği "Toplum için nasıl bir insan yetiştirmek istiyoruz?" sorusuna cevap ararken matematik ile ilgili "Ne öğretelim?" ve "Nasıl öğretelim?" konusu ile ilgilenir. Akademik matematik ürünü bilgilerin genç nesillere aktarılması, okul matematiğinin işidir.

Okullarda öğretilen matematiğin amacı her düzeyde bazı farklılıklar göstermektedir. İlköğretim ve ortaöğretim düzeyinde okul matematiğinin amacı, öğrenciye istenilen matematik kültürü vermek ve temel matematiksel beceriler yanında matematiksel düşünme yeteneğini geliştirmektir. Yükseköğretim düzeyindeki okul matematiğinin amacı ise öğrenim görülen alana göre farklılaşmaktadır. Örneğin, Fen Fakültesi Matematik bölümünde okutulan matema-