

Jürgen Jost

Bernhard Riemann — Geometrinin Temellerinde Yatan Hipotezler Üzerine

İkinci Baskıdan Çeviri

Çeviren: Murat Altunbaş



Jürgen Jost
Çeviren: Doç. Dr. Murat Altunbaş

BERNHARD RIEMANN-GEOMETRİNİN TEMELLERİNDE YATAN HİPOTEZLER ÜZERİNE

ISBN 978-625-8897-13-5

Kitabın orijinal adı: Bernhard Riemann - On the Hypotheses

Which Lie at the Bases of Geometry

Baskı sayısı: 2. Baskı

ISBN: 978-3-031-91488-1

Yayınevi: Springer

Kitap içeriğinin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© 2026, PEGEM AKADEMİ

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten **uluslararası akademik bir yayınevidir**. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan **WorldCat** ve ayrıca Türkiye'de kurulan **Turcademy.com** tarafından yayınları taranmaktadır; indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 2000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilmektedir.

I. Baskı: Eylül 2026, Ankara

Yayın-Proje: Selcan Özgürel
Dizgi-Grafik Tasarım: Beyza Nur Erdoğan
Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Ankara Özgür Matbaacılık
1250. Cad. No: 25 Ostim Yenimahalle/Ankara

Yayıncı Sertifika No: 51818
Matbaa Sertifika No: 46821

İletişim

Pegem Akademi: Shira Ticaret Merkezi
Macun Mahallesi 204 Cad. No: 141/33, Yenimahalle/Ankara
Yayınevi: 0312 430 67 50
Dağıtım: 0312 434 54 24
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60
İnternet: www.pegem.net
E-ileti: yayinevi@pegem.net
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Bu, bir romanın konusu olabilirdi: Ana karakter, 19. yüzyılın ortalarında bir Alman üniversitesinde yoksul koşullarda yaşayan utangaç, hastalıklı genç bir matematikçidir. Zamanının en büyük matematik otoritesiyle daha yakın bir ilişki kurmayı başaramaz. Habilitasyon derecesini almak için çalışmaktadır (bu derece, Almanya’da bir üniversitede profesörlüğe aday olmanın ön koşuludur). Sürecin bir parçası da bir kolokyumdur. Böyle bir habilitasyon kolokyumunda aday, fakültenin aralarından seçim yapabileceği üç konu önermek zorundadır. İlk iki konu, hâlihazırda yapmış olduğu önemli teknik katkılardan türetilmiştir. Üçüncü konusu için ne seçmesi gerektiğine karar vermekte zorlanır. Bunun bir nedeni de fakültenin nasılsa her zamanki gibi listedeki ilk konuyu seçeceğine inanmasıdır. Üçüncü konu olarak epey belirsiz bir doğa felsefesi teması sunar. Onu şaşırtıp telaşa düşürecek biçimde fakülte bu konuyu seçer. Bunun üzerine disiplinin güncel durumunu ve özellikle bütün alanı sarsmış olan önceki gerçekten önemli keşfi öğrenmek yerine adı pek duyulmamış bir filozofun çalışmalarına dalar. Ancak verdiği ders daha sonra, klasik antik çağdan beri insanlığın en büyük düşünürlerini meşgul etmiş ve zorlamış bir alana daha önce hiç olmadığı kadar derinlemesine nüfuz eder, hatta sonraki yüzyıl fiziğinin en büyük keşfini bile ima eder. Aynı konuya bağımsız olarak farklı bir bakış açısından yaklaşmış olan Alman biliminin süperstarının katkısı bile genç matematikçimizin içgörüsünün derinliği karşısında önemsizleşip sönükleşir. Kahramanımızın zamansız ölümünün ardından habilitasyon dersinin metni bir arkadaşı tarafından yayımlanır. Daha sonra başka ünlü bilim insanları da dersin konusu ve içeriği hakkında grotesk yargı hatalarıyla sahneye çıkar. Sonraki matematikçi kuşakları, bu kısa derste ana hatları çizilen fikirleri işleyip geliştirir ve bu fikirlerin tam geçerliliğini ve sağlamlığını, olağanüstü kapsamını ve potansiyelini doğrular.

Ne var ki bu bir roman değildir, çünkü buna benzer bir şey gerçekten yaşanmıştır. Okurların bazı abartıları nedeniyle yazarı bağışlayacaklarını umuyor ve buna güveniyoruz. Elbette ilerleyen sayfalarda her şey doğru biçimde ortaya konacaktır. Genç matematikçi Bernhard Riemann’dı ve dersin başlığı “Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen” (Geometrinin Temellerinde Yatan Hipotezler Üzerine) idi. Matematik dehası Carl Friedrich Gauss, bilimsel süperstar Hermann von Helmholtz, daha önceki temel matematiksel keşif Öklid dışı geometri, filozof ise bugün artık unutulmuş olan Johann Friedrich Herbart’tı. Fizikteki keşif Albert Einstein’ın

genel görelilik teorisiydi. Tamamen yanlış yargılara varanlar arasında psikolog Wilhelm Wundt ile filozof Bertrand Russell vardı. Dersin Riemann'ın ölümünden sonra yayımlanmasını üstlenen arkadaşı matematikçi Richard Dedekind'di. Riemann'ın fikirlerinin araştırmalarında önemli bir ilham kaynağı olduğu sonraki kuşak matematikçileri arasında bu satırların yazarı da yer almaktadır.

Bilim insanları tipik olarak bilimsel bir metni bilimin güncel durumu açısından okur, onu sonraki gelişmeler ışığında yorumlar ve en iyi ihtimalle güncel bilimsel problemler için henüz keşfedilmemiş potansiyel arar. Tarihçiler ise bir metnin kendi zamanının söylemi içindeki konumunu belirlemek, kökenini yeniden inşa etmek ve alımlanma tarihini analiz etmek isterler. Beşerî bilimlerin rolüne dair güncel tartışmada bugünü anlamak için tarihsel bilimlerin önemi vurgulansa da matematikçiler bilimsel metinlerin tarihsel olumsuzluklarıyla değil, zamansız içerikleriyle ilgilenirler. Boşa çıktığı anlaşılan bilimsel projeler, bilim insanı için ya hiçbir ilgi uyandırmaz ya da daha düz olabilecek bir yolda can sıkıcı engeller oluşturur. Buna karşılık bunlar, tarihçiler için fikirler tarihine ve söylemlerin dinamiklerine dair önemli içgörüler sağlayabilir. Bilim insanı için etkisi sönmüş metinler ilgi çekici değildir. Tarihçi içinse bu ilgi kaybı alımlanma tarihinin bir parçasıdır.

Riemann'ın "Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen" adlı metninin bu edisyonu bu zorlukları göğüslemeye çalışmaktadır. Editör profesyonel bir bilim insanı olduğundan tarih yer yer geriye doğru da okunmaktadır. Özellikle bu edisyon için kapsamlı filolojik çalışmalar yürütülmemiştir. Ancak editör bir bilim tarihçisi olarak da bir miktar deneyim ve uzmanlık edinmiştir ve tarihsel bir perspektif geliştirmeye çalışmaktadır. Terimlere ve kavramlara çağdaş anlamlarını yükleme ve tarihsel bağlamlarını göz ardı etme tehlikesinin farkındadır ancak belki de bu tehlikeden her zaman kaçmayı başaramamaktadır.

Formel bir matematik bölümü de yer alacak olmakla birlikte, kaçınılmaz olarak bir miktar kesinlik kaybına yol açacak olsa bile temel kavramları ve temel fikirleri esas olarak kelimelerle açıklamaya çalışacağım.

İlk İngilizce versiyon özgün Almanca versiyondan zaten daha ayrıntılı bir matematiksel ele alış içeriyorduydu da ikinci Almanca versiyon için bu matematiksel ele alış daha da genişlettim ve bu da daha sonra eldeki ikinci İngilizce versiyonda kullanıldı. İlk edisyonda olduğu gibi bu edisyon da matematiksel arka planı sağlar ve Riemann'ın akıl yürütmesini takipçilerinin onun çıkır açıcı fikirleri temelinde ulaştığı daha genel ve sistematik perspektife yerleştirir. Matematiksel ayrıntılarla fazla ilgilenmeyen okurlar o kısmı atlayabilir, çünkü Riemann'ın akıl yürütmesini matematiksel çıkarımlara bir alternatif olarak sözcüklerle de açıkladım. Çağdaş araştırmanın betimlenmesi de özellikle metrik geometri ve makine öğrenmesindeki uygulamalar üzerine bir kısımla genişletildi. Aslında metrik geometrinin güncel gelişimi büyük

ölçüde Riemann'ın özgün eğrilik kavramının uzantılarına dayanmaktadır ve bu, ayrık metrik verilerin yorumlanması için de yararlıdır.

İlk Almanca versiyona ilişkin çok yararlı yorumları, düzeltmeleri, önerileri ve referansları için Erhard Scholz'a, Rüdiger Thiele'ye ve Klaus Volkert'e minnettarlığımı yinelemeliyim. Elbette her türlü eksikliğin sorumluluğu yalnızca bana aittir. İçgörülü yorumları için Helmholtz uzmanı merhum Jochen Brüning'e de minnettarım. Daha sonra Vincenzo De Risi ile yaptığım birkaç tartışma, uzay kavramının tarihsel gelişimini ve felsefi içeriklerini daha derinden anlamama yardımcı oldu. Ayrıca beni teorik fizikçi Markus Fierz'in Newton'ın uzay kavramını ve bu kavramın tarihsel köklerini analiz ettiği bir makaleye yönlendirdiği ve başka yararlı yorumlarda bulunduğu için Domenico Giulini'ye teşekkür ederim.

Bilimlerde Matematik için Max Planck Enstitüsünün kütüphanecisi Ingo Brüggemann'a ve ekibine literatürün teminindeki değerli ve verimli yardımları için teşekkür ederim.

Riemann'ın metninin özgün Almanca edisyonunun yayımlanabildiği seriyi kurma girişimi ve onlarca yıl boyunca çok çeşitli bilimsel konularda yaptığımız birçok tartışma için en büyük minnet borcum dostum merhum Olaf Breidbach'adır. Birlikte *Classic Texts in the Sciences* (Bilimlerde Klasik Metinler) serisini ve Almanca müadilini büyük bir coşkuyla kurduk. Bir kısmı eldeki çalışmayla da ilgili olan pek çok mükemmel katkıyla birlikte bu serinin artık camiada sağlam bir yer edindiğini söylemekten memnunum. Umarım bu seri, çağımızın büyük bilim tarihçilerinden biri olan Olaf Breidbach'ın ruhunu yaşatır.

Leipzig, Almanya

Jürgen Jost

Aralık 2024

Riemann'ın İnsani Biyografisi* ve Çevirenin Ön Sözü

Matematik öğrenimi sırasında bazı isimler, onları taşıyan insanlardan önce tanınır. Bernhard Riemann bunların belki de en belirginidir. Analizde Riemann integrali, kompleks fonksiyonlar teorisinde Riemann yüzeyleri, sayılar teorisinde Riemann zeta fonksiyonu ve Riemann hipotezi, diferansiyel geometride Riemann metriği, Riemann manifoldu ve Riemann eğrilik tensörü... Riemann adı birbirinden uzak görünen alanlarda tekrar tekrar belirir. Zamanla bu ad, bir kişiyi işaret etmekten çok matematiğin kendi söz dağarcığının bir parçasıymış gibi görünmeye başlar.

Oysa matematiğin bu kadar farklı dalında iz bırakan Riemann kırk yaşını bile göremedi. Beşi saf matematik, dördü fizik üzerine olmak üzere hayatı boyunca yalnızca dokuz makale yayımladı. Bugün adıyla birlikte anılan bazı temel çalışmalar ise yaşarken yayımlanmadı ve bunların bir kısmı ancak ölümünden sonra geride bıraktığı kâğıtların arasından çıkarıldı. Riemann'ın matematikteki etkisi giderek büyürken hayatının kendisi kavramların ve teoremlerin gerisinde kaldı. Bu yüzden onu yalnız matematiğe bıraktıklarıyla değil; mektupları, yürüyüşleri, suskunlukları ve tamamlamamış işleriyle de hatırlamak gerekir.

Georg Friedrich Bernhard Riemann'ın hikâyesi Elbe kıyısındaki küçük bir papaz evinde başladı. 17 Eylül 1826'da Breselenz'de doğdu ve çocukluğu, ailesinin daha sonra taşındığı Quickborn'da geçti. Babası Friedrich Bernhard Riemann köyün Lutherci papazıydı ve çocuklarının ilk eğitimini kendisi üstlenmişti. Quickborn'daki papaz evi, Bernhard'ın sevgiyle bağlandığı aile evi oldu. Eğitim için evden ayrıldıktan sonra da babasının ölümüne kadar Quickborn'a dönmekten hep mutluluk duydu. Aile üyeleri birbirlerine bağlıydı ve Bernhard'ın öğrenme isteğini ilk fark edip besleyen kişi babasıydı.

* Bu ön sözdeki biyografik anlatı, David E. Rowe'un Bernhard Riemann: His Life and Wondrous Mathematical Legacy (Springer, 2026) adlı çalışmasına ve bu eserde aktarılan mektuplara, hatıralara ve diğer tarihsel kaynaklara dayanmaktadır. Jost, Riemann'ın yaşamını bilimsel gelişimi ve akademik kariyeri bakımından kısaca ele alır; burada ise aile ilişkileri, kişisel kayıpları ve gündelik güçlükleri öne çıkarılmaktadır. İki anlatı arasındaki değerlendirme farklılıkları, yararlanılan biyografik malzemeden ve öne çıkarılan yönlerden kaynaklanmaktadır. Tarihlendirmelerdeki ayrılıklar ilgili yerlerde ayrıca belirtilmiştir. Jost, 1. Bölüm'de, bildiği kadarıyla genel okur için yazılmış ayrıntılı bir Riemann biyografisi bulunmadığını belirtir. Bu değerlendirmenin ardından yayımlanan Rowe'un çalışması, Riemann'ın kişisel hayatını daha ayrıntılı biçimde izleme imkânı sunmaktadır.

Matematik yeteneği ortaya çıkmadan önce en büyük ilgisi tarihi. Beş yaşındayken eski çağların hikâyelerini dinlemekten hoşlanıyor, özellikle Polonya'nın trajik kaderini babasına tekrar tekrar anlattırıyordu. Ardından sayılara duyduğu yatkınlık belirginleşti. Kardeşlerine çözmeleri için zor problemler hazırlıyor, on bir ya da on iki yaşındayken kartondan, gerçekten çalışan bir sürekli takvim yaparak çevresindekileri şaşırtıyordu. Küçük Bernhard'ın dünyasında tarih anlatan bir baba ile işleyen bir takvim yan yanaydı; biri geçmişin insan hikâyelerini, diğeri zamanın düzenini taşıyordu.

On üç yaşında evinden ayrılarak Hannover'de öğrenim görmeye başladı ve anne-annesinin yanında kaldı. Derslerinde başarılıydı ama annesini, babasını, kardeşlerini ve Quickborn'u özlüyordu. Eve dönmek uzun ve masraflı olduğundan ailesiyle bağımlı büyük ölçüde mektuplar üzerinden sürdürdü. Notlarını, okulda zorlandığı konuları ve dersler hakkındaki düşüncelerini babasına yazıyor, evden gelecek haberleri bekliyordu.

Anneannesinin ölümünden sonra Lüneburg'daki okula geçti. Quickborn artık daha yakındı fakat eve dönüş yine uzun ve yorucu bir yolculuktu. Hava elverdiğinde bu yolu yürüyerek gidiyor, eve vardığında bitkin düşüyordu. Annesi mektuplarında kendisini fazla yormaması için onu uyarıyordu. Bugün küçük bir anne kaygısı gibi görünen bu ayrıntı, Riemann'ın Lüneburg'a geçmesinden yalnızca bir yıl sonra, henüz öğrenciyken annesini kaybettiği düşünüldüğünde başka bir ağırlık kazanır. (Bu kitaptaki kronoloji annenin ölümünü 1846 olarak verir. David E. Rowe, Bernhard Riemann: His Life and Wondrous Mathematical Legacy [2026] adlı çalışmasında ise 1843 tarihini belirtir [s. 31, 34].) Annesinin oğlunun uzun yürüyüşlerinden duyduğu endişe mektuplarda kaldı. Bernhard ise henüz çocuk sayılabilecek bir yaşta, evine yaptığı dönüşlerden birinde artık annesini bulamayacağı bir hayata geçti.

Lüneburg'daki matematik öğretmeni ve okul müdürü Constantin Schmalfuss, Riemann'ın olağanüstü yeteneğini hemen fark etti. Riemann, bir matematiksel düşüncenin yalnızca ipucunu gördüğünde, onun sonuçlarını en genel biçimiyle geliştirebiliyordu. Fakat matematikte arkadaşlarının çok önünde bulunan bu öğrenci, Almanca ve Latince yazılı ödevlerini zamanında teslim edemiyordu. Sorunu bilgisizlik ya da isteksizlik değildi. Anlatmak istediği şeyin bütününe içine almayan hiçbir cümleyi yeterli bulmuyor, kusursuz kesinliğe ulaşmadığını düşündüğü her ifadeyi yeniden ele alıyordu. Bir düşüncüyü yazıyor, eleştiriyor, reddediyor ve baştan başlıyordu. Yazdığı metinler kötü değildi ama kolay ve hızlı yazamıyordu. Zor bir parçayı yalnızca zor olduğu için açıklamasız bırakmayı da kabul etmiyordu.

Yanında kaldığı din öğretmeni Gustav Seffer, bu gecikmelerin nedenini anlayınca ona başka türlü yardım etmeye başladı. Önce ödevin planını birlikte konuşuyorlar, sonra Riemann yazmaya koyuluyordu. Çalışma gecenin ilerleyen saatlerine kadar sürüyor, metin yine tamamlanmazsa Seffer, uygun bir sonuca ulaşmış olsun ya da

olmasın, artık durmasını söylüyordu. Riemann'ın hayatı boyunca taşıyacağı bir özellik daha o günlerde görünür hâle gelmişti: Zihninde tamamlanmayan bir şeyi kâğıt üzerinde tamamlanmış saymıyordu.

Babası onun kendisi gibi ilahiyatçı olmasını istiyordu. Riemann da başlangıçta bu isteğe açıkça karşı çıkmadı. Ancak Lüneburg'daki son yıllarında babasına matematiğe duyduğu eğilimin giderek güçlendiğini yazdı. Yine de kararını bir başkaldırı biçiminde bildirmiyordu. Babası ilahiyatta kalmasını isterse matematiği bütünüyle bırakacağını ve dillere yöneleceğini söylüyor, matematik eğitiminin daha uzun süreceğini ve aileye getireceği masrafı da düşünüyordu. Bu mektupta büyük bir matematikçinin kendi yolunu bulmasından önce, ailesine yük olmaktan çekinen on dokuz yaşında bir genç vardır.

1846'da Göttingen Üniversitesine ilahiyat ve filoloji öğrencisi olarak kaydoldu fakat kısa sürede matematik ve doğa bilimlerine yöneldi. Üniversite kütüphanesinden durmaksızın kitap alıyor; Gauss'u, Euler'i, Legendre'ı, Cauchy'yi ve Jacobi'yi okuyordu. İlk öğrencilik yılında hazırladığı bir çalışmanın yayımlanması önerildiğinde onu yeterince önemli bulmadığı için dergi editörüne vermedi. Başkalarının basılmaya değer gördüğü bir metin onun kendi ölçüsünü geçememişti. Göttingen'de geçirdiği bu ilk yılın sonunda matematik okuma isteği artık kesinleşmişti. Babası da onun Berlin'de matematik eğitimine devam etmesine razı oldu.

Bir yıl sonra Berlin'e gitti. Dirichlet'in sayılar teorisi ve kısmî diferansiyel denklemler derslerini, Jacobi'nin analitik mekanik ve eliptik fonksiyonlar derslerini takip etti. Jacobi büyük bir hesap ustasıydı. Dirichlet ise karmaşık işlemlerin arkasındaki temel düşüncüyü mümkün olduğunca yalın biçimde ortaya çıkarmaya çalışıyordu. Riemann ikisinden de öğrendi fakat kendi matematik anlayışını Dirichlet'ye daha yakın kurdu. Hesap tekniğinde son derece güçlü olmasına rağmen formüllerin çokluğundan önce kavramın yapısını görmeyi seçti.

Dirichlet ona yalnızca matematiksel bir yöntem göstermedi. Yıllar sonra Göttingen'e geldiğinde Riemann'la çalışmaları üzerine konuştu ve onu ihtiyaç duyduğu kaynaklara yönlendirdi. Gauss'la ilişkisi ise bu kadar yakın değildi. Doktorasını resmen Gauss'un yanında yapacak olsa da Gauss bugünkü anlamıyla onun danışmanı olmadı ve Riemann onu daha çok eserleri üzerinden tanıdı. Bununla birlikte Gauss'un bilimsel ağırlığı Riemann üzerinde hissediliyordu. Gauss'un yıllardır üzerinde çalıştığını söylediği konuları bir gün yayımlayarak kendisini öncelemesinden zaman zaman kaygı duyuyordu. Aynı şehirde yaşadığı bu büyük matematikçiye derin bir saygı beslese de aralarındaki ilişki mesafeli kaldı.

Berlin yılları yalnız derslerden ibaret değildi. 1848 Devrimi sırasında kentte barikatlar kuruldu; askerlerle siviller arasındaki çatışmalarda yüzlerce kişi öldü ya

da yaralandı. Riemann'ın derslerini izlediği genç matematikçi Eisenstein askerlerin şiddetine uğradı. Riemann ise birkaç gün sonra öğrencilerden oluşan bir grupla kraliyet sarayında nöbet tuttu. (Kitaptaki kronoloji bu olayı 1849 maddesi altında anar. Rowe'un [2026, s. 66] aktardığı 12 Nisan 1848 tarihli mektup ise nöbetin 24–25 Mart 1848'de tutulduğunu gösterir.)

1849'da Göttingen'e döndüğünde kendisini bedensel ve zihinsel bakımdan tükenmiş hissediyordu. Her zihinsel çabanın kendisine ağır geldiğini, aşırı çalışarak sağlığını bozmuş olabileceğini ve çok yalnız olduğunu yazdı. Doktoru uzun yürüyüşler yapmasını, bir süre matematik ve felsefeden uzak durmasını ve insanlarla görüşmesini önerdi. Ancak bazı tanıdıkları şehirden ayrılmış, bazı ilişkileri de Riemann'ın mektupları ve görüşmeleri ihmal etmesi yüzünden zayıflamıştı.

Bu yıllarda Wilhelm Weber'in çevresine katıldı. Yerküre manyetizması, elektrik, ısı, ışık ve kütle çekimi üzerine düşündü. Doğanın farklı kuvvetlerinin daha temel bir düzeyde ortak bir açıklaması bulunması gerektiğine inanıyordu. Sonraki ünü çoğunlukla saf matematikteki çalışmalarından doğacak olsa da fizik onun araştırmalarının kenarında değil merkezindeydi. Matematik ile doğa felsefesi Riemann'ın zihninde birbirinden ayrılmış iki dünya değildi.

1851'de kompleks analiz üzerine doktora tezini sundu. Bu tezde kompleks fonksiyonları yalnızca cebirsel ifadeler olarak değil, uygun geometrik yüzeyler üzerinde yaşayan nesneler olarak düşündü. Daha sonra Riemann yüzeyleri diye adlandırılacak bu kavram kompleks analizin yönünü değiştirecekti. Gauss, tezin hazırlanmasında ona yol göstermemişti, metni ancak teslim edildikten sonra okudu. Raporunda Riemann'ın bağımsızlığını, derinliğini ve hakiki matematiksel araştırma yeteneğini övdü. Bununla birlikte okurların bazı bölümlerde daha açık bir düzenleme isteyebileceğini de belirtti. Okul yıllarında bir kompozisyonu bitiremeyen öğrencinin güçlüğü artık çok daha yüksek bir düzeyde yeniden görünüyordu: Düşünce olağanüstüydü fakat okur çoğu zaman ona hangi yoldan ulaşacağını kendisi bulmak zorundaydı.

Doktorasını tamamladıktan sonra, üniversitede bağımsız ders verme yetkisi kazandıran ve profesörlüğün ön koşulu olan habilitasyon sürecine başladı. Bu süreç için hazırladığı tez trigonometrik seriler üzerineydi. Riemann başka bir problemi ele alırken integral kavramını yeniden biçimlendirdi ve sonraki kuşakların Riemann integrali adıyla öğreneceği kavram bu çalışmada ortaya çıktı.

Habilitasyonun son aşaması, fakülte önünde verilecek bir habilitasyon dersi idi. Fakülteye önerdiği üç konudan ilk ikisine hazırlıklıydı. Gauss, fakülte adına ve alışılanın aksine, üçüncüsünü seçti: Geometrinin Temellerinde Yatan Hipotezler Üzerine. Riemann kardeşine, bu konuyu henüz yazmadığı için yeniden zor bir durumda kaldığını bildirdi. O sırada zihni doğa yasalarının birliği üzerine yürüttüğü fizik araş-

tırmalarıyla doluydu. Çalışmasını bırakamadı, sağlığı yeniden bozuldu ve haftalarca ilerleyemedi. 1854 yılının başlarında babasına yazdığı bir mektupta, dersi yarılacağını, parasının tamamen tükendiğini ve çalışmayı tamamladıktan sonra kendisinden yeniden yardım istemek zorunda kalacağını söylüyordu.

10 Haziran 1854'te fakülte üyelerinin önünde hazırladığı metni sundu. Geometriyi daha genel manifoldlar üzerinde ele aldı ve manifold kavramı ile onun üzerinde tanımlanan metrik yapıyı birbirinden ayırdı. Eğrilik kavramını yüksek boyutlara taşıdı, fiziksel uzayın geometrisinin deneyden bütünüyle bağımsız düşünülemeyeceğini ileri sürdü.

Burada dikkat çekici olan, Riemann'ın bu metni yaşarken yayımlamamış olmasıdır. Bilinen mektuplarında da içeriğinden söz etmedi.

Habilitationunu tamamlaması Riemann'a üniversitede bağımsız ders verme yetkisi kazandırdı ancak güvenli bir akademik konum sağlamadı. Bilimsel itibarı giderek artarken maddi ve kurumsal belirsizlik devam ediyordu. 1855'te Sartorius von Waltershausen ve Wilhelm Weber'in desteğiyle profesörlüğe atanması için bir girişimde bulunuldu. Riemann, kardeşine bu girişimin Göttingen'de kendisine karşı yürütülen bir "entrika" nedeniyle sonuçsuz kaldığını yazdı fakat entrikanın kimden kaynaklandığını ya da nedenini açıklamadı. Daha sonra gözlemevindeki bir görev için umutlansa da bu beklentisi de gerçekleşmedi.

1855'te önce Gauss öldü. Aynı yıl Riemann, kız kardeşi Clara'yı ve babası Friedrich Bernhard'ı kaybetti. Babasının kaybı yalnızca bir aile büyüğünün ölümü değildi. Riemann, öğrencilik yılları boyunca derslerini, çalışmalarını, sağlığını, parasını ve geleceğe ilişkin umutlarını ona yazmıştı. Quickborn'daki papaz evinin merkezinde bulunan, ona tarih anlatan ve matematiğe yönelmesine izin veren kişi artık yoktu.

Riemann, babasının ölümünden sonra yaşadığı kederi uzun uzun dile getirmemi. Yakınlarının aktardığı kadarıyla matematik ve felsefeden uzak kaldığı ender zamanlarda aile kayıplarının ağırlığı yeniden üzerine çöküyordu. Birkaç yıl içinde kardeşi Wilhelm ile kız kardeşi Marie de öldü. Riemann ailesi art arda gelen ölümlerle giderek küçüldü.

Özel hayatında da bir başka belirsizlik vardı. Riemann, Wilhelm Weber'in yeğeni Laura Weber'le evlenme umudunu uzun süre taşıdı. 1857'de Leipzig'e giderek Laura'nın ailesiyle görüştü ancak bu girişim bir evlilikle sonuçlanmadı. Ablası Ida'nın kendisiyle ilgili haberleri öğrendiğinde ağladığını daha sonra Riemann da öğrendi. Laura'dan ise kolay kolay vazgeçmedi. Üç yıl sonra ona birkaç mektup yazdı fakat her defasında yırtıp attı. Geçmişte yaşanan acı ve mahcup edici şeyleri yazıya dökemediğini söylüyordu. Okul yıllarında bir metni tamamlamakta zorlanan Riemann, bu kez matematiksel bir düşüncüyü değil, kendi hayatına ilişkin birkaç cümleyi bitiremi-

yordu. Laura'nın bu ilişki hakkında ne hissettiği bilinmiyor; kaynakların gösterdiği kadarıyla hiç evlenmedi ve Riemann'dan yaklaşık bir yıl sonra öldü.

1857, Riemann'ın hayatındaki karışıklığı en açık biçimde gösteren yıl oldu. Hi-pergeometrik fonksiyonlar ve Abel fonksiyonları üzerine iki büyük çalışmasını yayımladı ve yılın sonunda doçentliğe atandı. Abel fonksiyonları makalesini okuyan Weierstrass, aynı problem üzerine hazırladığı ve basılmakta olan kendi çalışmasını geri çekti. Riemann bilimsel hayatının en büyük başarılarından birine ulaşmıştı.

Fakat bu başarının hemen yanında ağır bir ruhsal tükeniş vardı. Yalnızlık, sürekli bedensel ağrılar ve aşırı çalışma, başkalarına ve kendisine duyduğu güveni derinden sarsmıştı. Kimsenin kendisine katlanamayacağına inanıyor, başkalarına zahmet vermekten nefret ediyordu. Ona yardım etmek de bu yüzden kolay değildi. Dedekind, Riemann'a yardım etmek isteyenlerin niyetlerini ona mümkün olduğunca belli etmemeleri gerektiğini düşünüyordu. Bir iyiliği ancak karşısındaki kişinin bunu kendisi için de yaptığını inanırsa kabul edebildiğini yazmıştı.

Dinlenmesi için Bad Harzburg'a gönderildi. Dedekind başlangıçta arkadaşının yanında yalnızca bir ya da iki gün kalmayı düşünüyordu. Ancak Riemann'ın durumunu görünce bu süre bir ya da iki haftaya uzadı. Birlikte Harz Dağları'nda yürüdüler. Bazı günlerde Riemann'ın ruh hâli açılıyor, insanlara ve kendisine duyduğu güven geri geliyor, şakalaşüyor ve bilimsel konular üzerine büyük bir açıklıkla konuşuyordu.

Yorucu bir yürüyüşten döndükleri bir akşam Riemann, David Brewster'ın Sir Isaac Newton'ın Yaşamı adlı kitabını eline aldı. Kitabı okurken Newton'ın Richard Bentley'ye yazdığı bir mektupta dile getirdiği, doğrudan uzaktan etkinin kabul edilemez olduğu düşüncesinden uzun uzun, hayranlıkla söz etti. Bu konu Riemann'a yabancı değildi. Doğa kuvvetlerinin yalnızca matematiksel yasalarını değil, altında yatan fiziksel mekanizmayı da anlamaya çalışıyor ve Newton'ın bıraktığı sorulara kendi doğa felsefesi içinde dönüp duruyordu. Matematiksel başarısının bile uzaklaştıramadığı karanlık, o akşam bir yürüyüşün ve Newton üzerine yapılan uzun bir konuşmanın içinde kısa süreliğine hafifledi. Fakat bu aydınlık kalıcı olmadı. Dedekind'in anlattığına göre hiçbir şey Riemann'ı içine düştüğü derin kederden bütünüyle çıkaramadı.

1858'de hayatta kalan iki kız kardeşi Ida ile Helene onun yanına, Göttingen'e taşındı. Onların sürekli arkadaşlığı Riemann'ın ruh hâlini bir ölçüde düzeltti. Yıllardır dağılmakta olan aileden geriye kalan üç kardeş bir süre aynı evde yeniden bir araya gelmişti.

Akademik geleceği ise bir süre daha belirsiz kaldı. Dirichlet'in ölümünden sonra onun kürsüsüne ilk düşünülen kişi Riemann olmadı. Genç olması, kıdem sırası ve fakülte içindeki dengeler aleyhine işliyordu. Daha yaşlı meslektaşların atlanmasının yaratacağı huzursuzluktan çekinildi ve kürsü önce Weierstrass'a önerildi. Weierstrass'ın

teklifi reddetmesi üzerine Riemann'ın yolu açıldı ve 1859'da Dirichlet'nin kürsüsüne atandı. Maddi ve akademik belirsizliği nihayet azalmıştı. Bugün adı matematiğin temel kavramlarında yaşayan bir insanın kendi zamanında kalıcı bir akademik konuma ulaşması yıllar sürdü.

Aynı yıl asal sayıların dağılımı üzerine kısa bir metin yayımladı. Zeta fonksiyonunu kompleks analizin araçlarıyla ele aldığı bu birkaç sayfa, sonraki kuşakların Riemann hipotezi diye adlandıracağı soruyu da matematiğe bıraktı.

1862'de ablası Ida'nın arkadaşı Elise Koch'la evlendi. Elise de bir Lutherci papazının evinde büyümüştü. Riemann'ın uzun ve ağır hastalığı boyunca onun yanında sabırla durdu. Onu tanıyanlar, hastalığın Riemann'ın davranışlarında yarattığı güçlükleri Elise'nin anlayış ve sükûnetle karşıladığını anlattılar.

Evliliklerinden kısa süre sonra Riemann plöreziye (zatülcenbe) yakalandı. Keskin göğüs ağrılarına yol açan hastalık kısa sürede ağırlaştı. Doktorların daha ılıman bir iklim önermesi üzerine çift İtalya'ya gitti. Bu yolculuk, hayatının son yıllarında İtalya'yla kuracağı yakınlığın da başlangıcı oldu.

Marsilya'dan bindikleri gemide deniz çalkantılıydı. Riemann ise yolculuktan büyülenmiş, zamanının önemli bir bölümünü güvertede geçirmişti. Messina'ya ulaştıktan sonra sağlığı bir süreliğine düzeldi. Sabahları erkenden çıkıyor, akşama kadar yürüyordu. Göttingen'de insanlara yaklaşmakta zorlanan Riemann, burada karşılaştığı kişilerle konuşuyor ve onların hayat hakkında anlattıklarını dinliyordu. Yabancı bir ülkede, kendi içine kapanmış hâlden bir süreliğine uzaklaşmış gibiydi.

Elise'nin hatırladığı en güzel günlerden bazıları Torre Faro kıyısında geçti. Hafif bir Sirocco rüzgârı estiğinde sahilde saatlerce oturuyor, dalgaların köpüğünün üzerlerine sıçramasına aldırmadan denizi seyrediyorlardı. Yıllar sonra eşini kaybetmiş Elise'nin hafızasında kalan bu sade sahnede büyük bir olay yoktur. Yalnızca deniz, rüzgâr ve yan yana geçirilen birkaç saat vardır. Elise'nin hatırlamaya değer bulduğu şeylerden birinin böyle sessiz bir mutluluk anı olması bu sahneyi daha da dokunaklı kılar.

Pisa'da Enrico Betti ve diğer İtalyan matematikçilerle yakınlık kurdu. Kendisine bir profesörlük teklif edilmesi için girişimde bulunuldu. Yıllar süren bir bekleyişten sonra akademik güvenceye kavuşmuş olan Riemann, bu kez başka bir kürsü teklifini sağlığı yüzünden kabul edemedi.

Riemann ile Elise'nin kızları Ida, 22 Aralık 1863'te Pisa'da doğdu. Aile için büyük bir sevinçti. Fakat aynı günlerde Bernhard'ın kız kardeşi Helene de hastaydı. Durumu giderek ağırlaştı ve 1864 yazında Pisa'da öldü. Ablası Ida hastalığı sırasında yanında olmak ve bakımına yardımcı olmak için yanına gelmişti ancak yapabileceği bir şey kalmamıştı. Altı kardeşten artık yalnız Bernhard ile Ida hayattaydı.

İtalya, Riemann'ın hayatında yalnızca güneşin, denizin, dostluğun ve kızının doğumunun değil, ağır bir kaybın da yeri idi. Aile daha sonra Göttingen'e döndüğünde Elise'nin dünyaya getirdiği oğulları ölü doğdu. Riemann'ın hayatında doğum ile ölüm, iyileşme ümidi ile hastalığın ilerleyişi birbirinden uzak dönemlere değil, aynı birkaç yıla sığıdı.

Hastalığı ilerledikçe konuşmak giderek daha güç hâle geldi. Eski öğrencisi Friedrich Prym, Pisa'da onunla çalışmak istediğinde başlangıçta her gün görüşebiliyordu. Fakat uzun konuşmalar Riemann'a zarar vermeye başlayınca Prym sorularını yazılı olarak göndermeye yöneldi. Riemann'ın zihninde tamamladığı pek çok şeyin, onları anlatacak gücü kalmadığı için kaybolacağından korkuluyordu.

Göttingen'deki son aylarında ilgisi insan kulağının mekanik yapısına yöneldi. Meslektaşı Schering'in daha sonra aktardığına göre Riemann, doktoruna ne kadar ömrü kaldığını tekrar tekrar soruyor ve kalan zamanda tamamlayabileceği bir çalışma seçmek istiyordu.

Riemann, Helmholtz'un ses duyumları üzerine kitabını okudu ve işitmenin nasıl gerçekleştiğini anlamaya çalıştı. İnsan kulağının anatomisini incelemeye yöneldi, taze kesilmiş sığır başları getirterek kulak yapısı üzerinde çalıştı. Kendi anatomik bilgisinin yetersiz olduğunu açıkça kabul ediyor, kurduğu varsayımlarda yanlış ya da ihtimal dışı görünen yerleri bir uzmanın kendisine göstermesini istiyordu. Ölümüne yaklaşırken bile yalnız merakı değil, yanılabilceğine ilişkin dikkati de sürüyordu.

Aynı günlerde eski öğrencisi Karl Hattendorff'la daha önce başladığı bir çalışmayı tamamlamaya uğraşıyordu. Riemann artık fısıldamaya çalıştığında bile şiddetli öksürük nöbetine tutuluyordu. Bu nedenle iletişimleri yazıyla gerçekleşiyordu. Riemann küçük bir tahtaya anlatmak istediği şeyi kısaca yazıyor, Hattendorff anladığını belli edince duruyordu. Görüşmelerin arasında öğrenci, bu kısa işaretleri düzenli bir metne dönüştürüyordu.

Bir zamanlar hiçbir cümleyi eksiksiz bulmadığı için yazısını bitiremeyen Riemann, ömrünün sonunda artık uzun bir cümle kuracak nefese sahip değildi. Düşüncelerini birkaç işaret hâlinde bırakıyor, onları cümleye dönüştürme görevini öğrencisine emanet ediyordu.

Haziran 1866'da İtalya'ya dönmek için güçlü bir istek duydu. Prusya orduları Hannover'e yaklaşırken, Elise ve küçük Ida'yla birlikte Göttingen'den ayrıldı. Yolculuk uzun ve zorlu geçti. Yaklaşık iki hafta sonra Maggiore Gölü kıyısındaki Selasca'ya ulaştılar. Riemann bir önceki yaz huzur bulduğu bu küçük köye son kez dönmüştü. Elise'nin aktardığına göre artık yalnızca sessizlik arıyor ve kulak üzerine çalışmasını tamamlamayı umuyordu.

Fakat bunu başaramadı. Selasca'ya varışlarından bir aydan az bir süre sonra, 20 Temmuz 1866'da öldü.

Son anlarına ilişkin anlatının kaynağı Elise'dir. Yıllar sonra Dedekind'e yazdığına göre Riemann, sevdiklerine selam gönderilmesini ve kızlarının öpülmesini istedi. Elise onun yanında Rabbin Duası'nı okudu. Riemann artık konuşamıyordu. Elise, eşinin elinin kendi elinde giderek soğuduğunu hissetti. Riemann'ın son günleri bugün hâlâ büyük ölçüde, o odada yanında bulunan kadının hatıraları aracılığıyla biliniyor.

Fakat Riemann'ın hikâyesi Selasca'da bütünüyle sona ermedi.

Elise Göttingen'e döndükten sonra kocasının geride bıraktığı kâğıtları düzenlemeye başladı. Bunlar kolayca tasnif edilebilecek bir bilimsel arşiv değildi. Riemann eline geçen kâğıtlara birbirinden uzak hesaplar ve düşünceler yazıyor, çoğunu yarım bırakıyordu. Son isteği, Dedekind'in bu kâğıtlara bakması ve içlerinde yayımlanmaya değer bir şey bulunup bulunmadığını belirlemesiydi.

Dedekind, Riemann'ın çalışma biçimini biliyordu. Kendi yazısı düzenli ve okunaklıydı, önüne gelen kâğıtlar ise dağınık ve yer yer zor anlaşılır durumdaydı. Uzun bir çalışmanın ardından yayımlanabilecek durumda bulduğu metinler arasında trigonometrik seriler üzerine habilitasyon tezi ile Geometrinin Temellerinde Yatan Hipotezler Üzerine başlıklı dersi de vardı. İki çalışma da 1868'de, Riemann'ın ölümünden iki yıl sonra yayımlandı.

Elise yalnızca Riemann'ın geride bıraktığı kâğıtları teslim etmekle yetinmedi. Hayatına ilişkin bildiklerini kaleme aldı, mektuplarını ve kişisel belgelerini bir araya getirmeye çalıştı. Schering'e yıllar önce ödünç verdiği bazı mektupları defalarca istemesine rağmen geri alamayınca küçük kızı Ida'yı ona gönderdi. Ida, sevgili babasına yazılmış mektupları annesinin geri istediğini söyledi. Bunun üzerine Schering mektupları Elise'ye kendisi getirdi. Bir çocuğun, artık hayatta olmayan babasına yazılmış mektupları annesi adına geri istemesi, Riemann'ın ölümünden sonraki hikâyesinin en dokunaklı sahnelerinden biridir.

Riemann'ın öğrencileri de onun tamamlamadığı ya da yayımlayamadığı düşüncelerin kaybolmaması için çalıştılar. Hattendorff, derslerinden kalan notları düzenledi ve Riemann'ın son aylarında birlikte çalıştıkları minimal yüzeyler üzerine metni ölümünden sonra yayıma hazırladı. Prym, 1865'te Pisa'da Riemann'la geçirdiği birkaç haftada öğrendiği düşüncelere yıllar sonra yeniden döndü. Gustav Roch ise Riemann'ın yöntemlerini geliştiren en yetenekli genç matematikçilerden biri oldu ve bugün adı Riemann–Roch teoreminde yaşamaktadır. Ne var ki Roch da Riemann'la aynı yıl, henüz yirmi altı yaşındayken veremden öldü.

Riemann'ın toplu eserlerini yayıma hazırlama görevini üstlenen Alfred Clebsch de çalışmayı tamamlayamadan, Riemann gibi otuz dokuz yaşında öldü. Yarım kalan girişim, sonunda Heinrich Weber ile Dedekind'in emeğiyle tamamlandı. 1876'da yayımlanan toplu eserler, Riemann'ın yaşarken bastırıldığı makalelerin yanında yayımlanmamış çalışmalarını da yeni kuşaklara ulaştırdı. Riemann'ın düşünceleri, bir eşin koruduğu kâğıtlarda, dostların sabrında ve öğrencilerin tuttuğu notlarda yaşamayı sürdürdü.

1875 sonbaharında Leopold Kronecker İtalya'ya gitti ve Riemann'ın Selasca yakınındaki Biganzolo'da bulunan mezarını ziyaret etti. Ardından Elise'ye yazdı. Elise, Maggiore Gölü'nden gelen bu mektubu içten bir duygulanmanın ve minnettarlığın gözyaşlarıyla okuduğunu söyledi. Riemann'ın tanıdıklarından İtalya'ya gidenler oldukça, Elise'nin dudaklarında hep aynı sessiz soru dolaşıyordu: "Onun yalnız mezarını görmeye gitmediniz mi?"

Kronecker bu dileğini yerine getirmişti. Elise, Selasca'daki tanıdıklarının mezarla ilgilendiğini biliyordu. Yine de bir dostun oraya gidip Riemann'ın mezarına bakmasının başka bir anlamı vardı. Kocasının bedeni artık toprağa karışmıştı fakat eserlerinin ondan sonra yaşayacağına ve yakında bir arada yayımlanacağına inanıyordu.

Riemann'ın yarım bıraktığı cümleyi başkaları sürdürdü. Elinizdeki kitabın merkezinde bulunan 1854 tarihli metin de Riemann'ın ölümünden sonra başlayan bu ikinci hayatın parçalarından biridir.

Bu Türkçe çevirinin hikâyesi ise yaklaşık sekiz dokuz yıl öncesine uzanıyor. Kitabın ilk İngilizce baskısını Türkçeye aktarma çalışması o dönemde başlamış ancak birkaç sayfanın ardından ertelenmişti. Bunun nedeni yalnızca Jost'un kitabında yeniden basılan William Kingdon Clifford'un 1873 tarihli İngilizce çevirisini günümüz Türkçesine aktarmanın zorluğu değildi. Riemann'ın metnin arkasındaki felsefi tartışmaları aktarabilmek için daha uzun bir hazırlık dönemine de ihtiyaç vardı. Bazı metinler yalnızca başka bir dile değil, onları anlayabilecek bir zamana da ihtiyaç duyuyor.

Aradan geçen yıllarda yalnızca metne yaklaşma imkânı değil, çeviride kullanılabilecek araçlar da değişti. Jost'un matematik, fizik, felsefe ve düşünce tarihini bir araya getiren anlatısını Türkçeye aktarırken günümüzün dijital kaynaklarından ve dil araçlarından da yararlanıldı. Özellikle Clifford'un eski İngilizcesini değerlendirirken, kavramların farklı karşılıklarını karşılaştırırken ve metinler arasındaki küçük ayrımları izlerken bu imkânlar önemli bir destek sağladı. Matematiksel anlam, terminoloji ve Türkçe anlatıma ilişkin tercihler ise metnin bütünü içinde tek tek değerlendirildi.

Riemann'ın doğumunun 200. yılı, yıllar önce yarım kalan bu çalışmaya dönmek için ayrıca anlamlı bir vesile oldu. 1854'te fakülte üyeleri önünde sunulan, yazarı ta-

rafından yayımlanmayan ve ancak ölümünden sonra okurlarına ulaşabilen bir metin, yüz yetmiş yılı aşkın bir zaman sonra başka bir dilde yeni okurlara sunulacaktı.

Çeviri sürecinde kitabın yazarı Jürgen Jost’la doğrudan iletişim kurulabilmesi önemli bir imkân sağladı. Türkçe çalışma kendisine iletildi, bazı güçlükler ve tereddütler doğrudan yazarla paylaşıldı. Onun açıklamalarından ve iletildiği güncel metinden yararlanıldı. Böylece elinizdeki çeviri yalnızca basılmış bir nüshanın Türkçeye aktarılmasına değil, çeviri sırasında yazarla sürdürülen iletişime de dayandı.

Ana metnin sesine, yapısına ve kavramsal bütünlüğüne mümkün olduğunca sadık kalınmaya çalışıldı. Özellikle matematiksel ve felsefi terminolojide, metnin kendi bağlamı ile Türkçedeki yerleşik kullanım arasında bir denge gözetildi. Amaç, metni açıklamalarla genişletmekten çok, Jost’un anlatımını Türkçede mümkün olduğunca açık ve tutarlı biçimde karşılayabilmektir.

Kitabın yayımlanmasını sağlayan Pegem Akademi Yayıncılık çalışanlarına, süreç boyunca gösterdikleri ilgi ve verdikleri emek için teşekkür ederim.

Bu çalışmayı yaparken beni etkileyen yalnızca Riemann’ın matematiksel büyüklüğü olmadı. Maddi sıkıntıların, sağlık sorunlarının ve akademik belirsizliklerin eşlik ettiği utangaç ve kırılgan bir hayatın içinden çıkan Geometrinin Temellerinde Yatan Hipotezler Üzerine, bu nedenlerle benim için başka bir anlam kazandı. Riemann’ın babasına bağlılığı ve onun kaybindan sonra taşıdığı keder ise bütün bu biyografik ayrıntılar arasında daha kişisel bir yerde durdu. Babamı yakın zamanda kaybetmiş olmam bu satırları yalnızca tarihsel bir bilgi olarak okumayı güçleştirdi.

Belki de bu ön sözün sonunda söylenebilecek en kişisel söz, aynı zamanda en sade olanıdır:

Bu çeviriyi anneme ve merhum babama adıyorum.

Doç. Dr. Murat ALTUNBAŞ

Eylül 2026, Erzincan

İÇİNDEKİLER

Ön Söz.....	iii
Riemann'ın İnsani Biyografisi ve Çevirenin Ön Sözü	vi
1. Giriş	1
Kaynaklar	10
2. Tarihsel Giriş.....	11
2.1 Fizikte Uzak Problemi: Platon ve Aristoteles'ten Newton ve Leibniz'e.....	11
2.2 Kant'ın Uzak Felsefesi	21
2.3 Temel Model Olarak Öklid Uzakı.....	25
2.4 Geometrinin Gelişimi: Öklid Dışı Geometri ve Diferansiyel Geometri	29
2.5 Riemann'ın Habilitasyon Dersinin Hikâyesi.....	31
Kaynaklar	32
3. Riemann'ın Metni.....	35
Geometrinin Temellerinde Yatan Hipotezler Üzerine.....	36
Araştırmanın Planı	36
I. n-katlı uzanımlı büyüklük kavramı	36
II. Çizgilerin uzunluğunun konumdan bağımsız olduğu ve dolayısıyla her çizginin başka herhangi bir çizgiyle ölçülebileceği varsayımı altında n boyutlu bir çokkatlılığın sahip olabileceği ölçü ilişkileri	38
III. Uzaya uygulama.....	43
Sinopsis	45
4. Metnin Sunumu	47
4.1 Kısa Özet	47
4.2 Metnin Ana Sonuçları.....	48
4.3 Riemann'ın Akıl Yürütmesi	49
4.4 Matematiksel Yorum	66
4.4.1 Manifold Kavramı	67
4.4.2 Tensör Hesabı	71
4.4.3 Metrik Yapılar	76
4.4.4 Jeodezik Eğriler	79
4.4.5 Normal Koordinatlar.....	83

4.4.6 Riemann'ın Soyut Akıl Yürütmesi	90
4.4.7 Düzlük ve Eğrilik.....	92
4.4.8 Öklid Uzayının Alt Manifoldları	105
4.4.9 Kesitsel Eğrilik	109
4.4.10 Sabit Eğrilikli Uzaylar	115
4.5 Riemann'ın Metninin Üzerinden Geçmek	118
Kaynaklar	123
5. Riemann'ın Metninin Alınlanması ve Etkisi	125
5.1 Helmholtz	125
5.2 Riemann Geometrisinin Sonraki Gelişimi ve Einstein'ın Görelilik Teorisi	134
5.2.1 Görelilik Teorisinin Etkisi	134
5.2.2 Genel Görelilik Teorisi ve Uzay Problemi	135
5.2.3 Genel Göreliliğin Matematiksel Formalizmi.....	137
5.2.4 Görelilik Teorisi ve Fiziğin Tarihi	140
5.3 Lie ve Simetri Grupları Teorisi	142
5.4 Weyl ve Manifold Üzerinde Koneksiyon Kavramı	143
5.5 Yapıların Geometrik Temsili İçin Araçlar Olarak Uzaylar	146
5.6 Riemann, Helmholtz ve Yeni-Kantçılar	147
5.7 Geometrinin Aksiyomatik Temeli	148
5.8 Uzlaşımcılık	151
5.9 Soyut Uzay Kavramları	153
Kaynaklar	156
6. Modern Araştırmalar	161
6.1 (Riemann) Manifoldlarının Global Yapısı.....	161
6.2 Riemann Geometrisi ve Modern Fizik	165
6.3 Metrik Geometri ve Makine Öğrenmesinde Geometrik Yöntemler	167
Kaynaklar	172
7. Yorumlu Seçilmiş Kaynakça	173
7.1 Metnin Farklı Baskıları	173
7.2 Kaynakçalar.....	176
7.3 Girişler.....	176
7.4 Önemli Monografiler ve Makaleler.....	179
Biyografik Taslak ve Kronolojik Çizelge	182
Terimler Sözlüğü	187
Dizin	189

GİRİŞ

Formülsüz bir matematik dersi, resim ya da çizim içermeyen geometrik bir inceleme, tesadüfen ortaya çıkmış yalnızca 16 sayfalık bir el yazması ama matematiği, hepsi de önemli ölçüde daha uzun, çok daha ayrıntılı ve çok daha özenle işlenmiş olan başka pek az eser kadar şekillendirmiş bir metin. Bu bağlamda, varyasyonlar hesabını kuran Leonhard Euler'in¹ *Methodus inveniendi* adlı eserinden; matematiği bağımsız bir disiplin olarak tesis eden Carl Friedrich Gauss'un *Disquisitiones arithmeticae* adlı eserinden;² matematikte modern sonsuzluk anlayışını getiren Georg Cantor'un küme teorisinden; Sophus Lie'nin dönüşüm grupları teorisinden, yani kuantum mekaniğinin matematiksel temelini oluşturan simetrilerin sistematik olarak incelenmesinden; David Hilbert'in çeşitli matematiksel disiplinlerin aksiyomatik temellendirilmesi üzerine programatik yazılarından ya da daha yakın zamanda cebirsel geometri ile aritmetiğin sistematik biçimde birleştirilmesi üzerine Alexander Grothendieck'in çalışmasından söz edebiliriz. Burada Bernhard Riemann'ın *Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen* (Geometrinin Temellerinde Yatan Hipotezler Üzerine) adlı eserinden ve 1854'te yazılan, ancak Riemann'ın ölümünden sonra, 1868'de yayımlanan bu kısa metni yukarıda anılan eserlerin bile ötesine taşıyan geniş kapsamlı etkilerinden söz ediyoruz. Bunun nedeni bu metnin matematik, fizik ve felsefenin kesişiminde yer almasıdır: Metin yalnızca merkezî bir matematiksel disiplini kurup tesis etmekle kalmaz, aynı zamanda 20. yüzyıl fiziğinin yolunu açar ve belirli felsefî uzay tasavvurlarına yönelik zamansız bir çürütme niteliğindedir. Eldeki ciltte matematiğin bu kilit metni yayıma hazırlanıp kendi döneminin tartışmaları içinde konumlandırılacak, matematiğin gelişimi üzerindeki etkileri analiz edilerek karşıtlarının etkileriyle karşılaştırılacaktır. Riemann'ın *Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen* adlı eseri matematiği, söz gelimi, Öklid'in *Elemanlar* adlı eserinden, Leibniz ile Newton'ın infinitesimal kalkülüsün yaratılışına ilişkin yazılarından ya da yukarıda anılan eserlerden çok farklı bir tarzda şekillendirmiş ve dönüştürmüştür. Matematiğin bir bilim olarak gelişimi üzerindeki etkisi de bu eserlerinkinden hiç de daha az temel değildir. Dahası, bu metin Einstein'ın genel görelilik teorisini için vazgeçilmezdir. Daha yakın zamanlarda kuantum alan teorisinin ve onun teorik temel parçacık

1 Bu metnin eldeki seri kapsamında bir edisyonunu da hazırlıyorum.

2 Problemlerini fizikten ya da diğer bilimlerden almak yerine özerk ve içsel olarak geliştirmesi anlamında.